

DOI: 10.7511/jslx20180805001

基于内聚力理论的二维二次界面单元 在 ABAQUS 中的 UEL 程序实现

刘敏¹, 李旭^{*1,2}

(1. 武汉理工大学 理学院 工程结构与力学系, 武汉 430070;

2. 武汉理工大学 理学院 新材料力学理论与应用湖北省重点实验室, 武汉 430070)

摘要: 依据有限元理论, 结合内聚力模型法则, 推导出二维二次粘界面单元在大位移情况下的数值格式, 得到用形函数表示的单元位移模式、载荷向量和刚度矩阵, 并进行了离散化。基于 ABAQUS 软件的自定义扩展模块, 编制了相应的用户单元子程序 UEL, 通过数值算例验证了该程序的准确性和有效性。这一成果能为在 ABAQUS 软件中开展相关数值研究, 以及开发其他类型的内聚力界面有限单元提供思路和参考。

关键词: 内聚力模型; 界面单元; 有限元法; ABAQUS; UEL

中图分类号: O341; TB124

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2019)05-0693-06

1 引言

内聚力模型的概念最早由 Dugdale 等^[1,2] 提出, 该模型假设在实际裂纹尖端的前部存在一个内聚力区, 如图 1 所示, 该区域由两个相邻(不受力时无厚度)的上下表面组成, 通过界面粘结力(内聚力)连接在一起。当存在外力作用时, 上下表面将逐渐发生分离, 造成界面开裂或裂纹扩展, 且此过程中的界面粘结力大小由界面间的相对分离位移来确定。内聚力模型立足于相邻界面间的粘结应力-分离位移关系, 也称内聚力法则, 经历了数十年的研究发展, 实践证明该模型能够较有效地表征粘界面受载荷作用时的损伤失效过程^[3]。

将有限元法与内聚力模型相结合, 可定义得到内聚力界面有限单元^[4,5], 进而较方便地实现各种材料和结构内部界面破坏或裂纹扩展过程的数值分析/求解^[6-8]。在目前主流的有限元软件(ABAQUS, ANSYS 及 MARC 等)中, 都能够使用内聚力界面单元进行相关的模拟计算。当然, 现阶段通用有限元软件在这方面的功能还比较有限, 以 ABAQUS 为例, 其单元库中仅有位移函数线性插值的一次界面单元, 内聚力模型也只提供双线性 and 指数型两种

法则^[9]。然而, 当考察的问题几何形状比较复杂时, 如颗粒随机分布的橡胶高弹体复合材料, 其内部结构呈现出高度非均匀性, 一般需采用三角形或四面体单元建模, 此时线性单元的精度往往有所不足, 无论是表征橡胶材料自身或是界面层的力学性能, 都最好选择二次单元^[10,11], 这种情况下商用有限元软件便无法满足相应的分析需求。

本文首先依据内聚力理论, 推导位移函数二次插值的界面有限单元的数值格式, 再利用 ABAQUS 软件的用户自定义扩展模块, 编写相应的用户单元子程序 UEL (User-defined element), 从而在 ABAQUS 平台上实现内聚力界面二次单元的力学模拟。在完成 UEL 的编制后, 还将做典型的算例验证, 以确保该程序的有效性和可靠性。

2 二维二次界面单元的数值格式

2.1 单元的位移模式

本文拟开发的是位移函数二次插值的二维内聚力界面单元, 即位于两个相邻实体单元之间的一

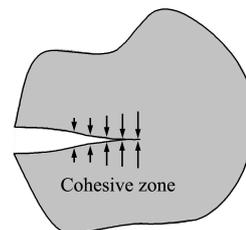


图 1 内聚力区的概念示意

Fig. 1 Illustration of the cohesive zone concept

收稿日期: 2018-08-05; 修改稿收到日期: 2018-10-11.

基金项目: 国家自然科学基金(11502181); 中央高校基本科研业务费专项资金(2017IB009); 教育部博士点基金(20130143120005)资助项目.

作者简介: 李旭*(1982-), 男, 博士, 副教授
(E-mail: rasier@whut.edu.cn).

对线单元(共六个节点)。如图 2 所示,在初始构型中,这对线单元间的厚度为 0,在受拉伸或者剪切的载荷作用下,界面间的距离将发生变化,即彼此产生分离,并通过内聚力法则(粘结力-位移关系曲线)来描述粘结界面的开裂、损伤至完全失效的过程。该单元可与二维平面模型中的六节点三角形实体单元或八节点四边形实体单元相匹配。

二维二次界面单元共有六个节点,其中每个节点有两个自由度,因此该单元共有 12 个自由度。在总体坐标系下,单元的节点位移可用一个 12×1 的向量表示为

$$\mathbf{U} = (u_x^1, u_y^1, u_x^2, u_y^2, \dots, u_x^6, u_y^6)^T = (u_1, u_2, u_3, u_4, \dots, u_{11}, u_{12})^T \quad (1)$$

从节点位移向量出发,可计算出单元上下表面三对节点间的相对分离位移量为

$$\Delta u_1 = u_7 - u_1, \Delta u_2 = u_8 - u_2, \Delta u_3 = u_9 - u_3$$

$$\Delta u_4 = u_{10} - u_4, \Delta u_5 = u_{11} - u_5, \Delta u_6 = u_{12} - u_6 \quad (2)$$

结合式(1,2),将总体坐标系下界面单元节点间的相对分离表示为 6×1 的列向量。

$$\Delta \mathbf{u}_N = \Phi_{6 \times 12}^* \mathbf{u}_{12 \times 1} = (-\mathbf{I}_{6 \times 6} | \mathbf{I}_{6 \times 6})_{6 \times 12} \mathbf{U}_{12 \times 1} \quad (3)$$

考虑界面单元上下表面之间的分离位移场,通过对节点的相对分离位移进行二次插值,取 ξ 为单元内的自然坐标 ($-1 \leq \xi \leq 1$),可得到任意位置 ξ 处的相对分离位移为

$$\Delta \mathbf{u}(\xi) = \begin{Bmatrix} \Delta u_x(\xi) \\ \Delta u_y(\xi) \end{Bmatrix} = \Phi^{**}(\xi) \Delta \mathbf{u}_N \quad (4)$$

式中 Φ^{**} 是一个 2×6 的矩阵,具体表示为

$$\Phi^{**}(\xi) = (\mathbf{N}_1 \mathbf{I}_{2 \times 2} | \mathbf{N}_2 \mathbf{I}_{2 \times 2} | \mathbf{N}_3 \mathbf{I}_{2 \times 2}) \quad (5)$$

$\mathbf{N}_i(\xi)$ 作为界面单元节点对 $i(i=1,2,3)$ 的形

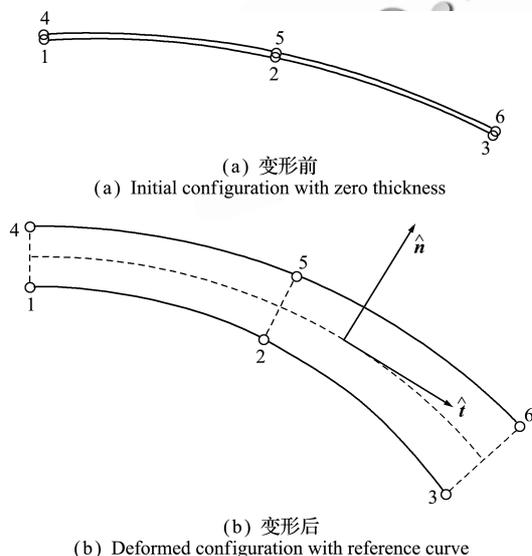


图 2 二维二次界面单元的几何示意
Fig. 2 Schematics of 2D quadratic interface element

函数,其具体表达式和权系数与二维平面二次实体单元的形函数和权系数相同^[12],列入表 1。

汇总式(4,5),可得

$$\Delta \mathbf{u}(\xi) = \Phi^{**} \Phi^* \mathbf{U} = \Phi \mathbf{U} \quad (6)$$

式中 Φ 是 2×12 的矩阵。由式(6)可看出,该式实际上建立了总体坐标系中界面单元任意一点处的相对分离位移与节点位移量之间的关系。

2.2 节点载荷向量与单元刚度矩阵

在大位移情况下,要得到界面单元上下表面之间的相对法向分离位移和相对切向分离位移,进而确定对应的法向和切向界面粘结力,还需要定义界面单元在当前构型中的局部坐标系。借鉴 Ortiz 等^[5]对三维问题中界面单元的处理思路,选取二维界面单元的两条(变形后)曲线段的中轴线作为参考线(图 2(b)的虚线),在该参考线上建立局部坐标系,相应的确立过程如下。

首先,经由界面单元三对节点的坐标值 \mathbf{X}_N 和位移量 \mathbf{U} ,计算参考线的三个关键节点坐标。

$$\mathbf{X}_N^R = \frac{1}{2} (\mathbf{I}_{6 \times 6} | \mathbf{I}_{6 \times 6}) (\mathbf{X}_N + \mathbf{U}) \quad (7)$$

通过对参考线的三个节点坐标进行二次插值(形函数与之前所采用的完全相同),得到参考线上任意一点处的坐标值

$$\mathbf{X}^R(\xi) = \Phi^{**}(\xi) \mathbf{X}_N^R \quad (8)$$

接下来,选取参考线上的自然坐标 ξ 处作为原点,则当前构型中与之相伴随的局部坐标系由两个正交单位向量确定,如图 2(b)所示。

$$\mathbf{t} = \frac{1}{\|\partial \mathbf{X}^R / \partial \xi\|} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}^R}{\partial \xi} \quad (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n} = 0) \quad (9)$$

式中 \mathbf{t} 为该处沿参考线的切向向量, \mathbf{n} 为法向向量。则从总体坐标系到当前局部坐标系的 2×2 坐标转换矩阵 \mathbf{R} 可表示为

$$\mathbf{R} = \begin{Bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \end{Bmatrix} = \left[1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}(\xi) \right)^2 \right]^{-1/2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial y}{\partial x}(\xi) \\ -\frac{\partial y}{\partial x}(\xi) & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

至此,可以确定与二维二次界面单元中轴线上的自然坐标 ξ 相对应的局部坐标系。进一步,基于离散化的控制方程,可以计算界面单元的节点

表 1 界面单元的形函数、积分点坐标与权系数
Tab. 1 Shape function and weight at Gauss integral point for interface element

高斯积分点位置	积分权系数	形函数表达式
$\xi_1 = 0.7746$	$\omega_1 = 0.556$	$N_1 = 0.5(\xi^2 - \xi)$
$\xi_2 = 0$	$\omega_2 = 0.889$	$N_2 = 1 - \xi^2$
$\xi_3 = -0.7746$	$\omega_3 = 0.556$	$N_3 = 0.5(\xi^2 + \xi)$

载荷向量 f_N^{el} 和切线刚度矩阵 K^{el} 。节点载荷同样是一个 12×1 的向量,由单元内的应力场在整个自然坐标区间积分得到,

$$f_N^{el} = \int_{-1}^1 \Phi^T R^T t_{loc} J_{ac} d\xi = \sum_j \omega_j \Phi^T R^T t_{loc} J_{ac} \quad (11)$$

式中 t_{loc} 是 2×1 的向量,由内聚力模型中界面粘结应力的法向和切向分量组成,是当前局部坐标系中单元上下表面相对分离位移的函数,而 J_{ac} 则是当前构型中从笛卡尔坐标到参考线上自然坐标的雅可比行列式,

$$J_{ac} = \left\| \frac{\partial x^R}{\partial \xi} \right\| = \sqrt{\left(\frac{\partial x^R}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^R}{\partial \xi} \right)^2} + \sqrt{\left[x_1 \frac{\partial N_1}{\partial \xi} + x_2 \frac{\partial N_2}{\partial \xi} + x_3 \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \right]^2 + \left[y_1 \frac{\partial N_1}{\partial \xi} + y_2 \frac{\partial N_2}{\partial \xi} + y_3 \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \right]^2} \quad (12)$$

在式(11)中后半段出现的 ω_j 为高斯积分点 ξ_j 处的权系数。对于完全积分的单元,共有 3 个积分点需要考虑^[12](表 1)。相应的,按定义给出界面单元切线刚度矩阵(12×12)为

$$K^{el} = \frac{\partial f_N^{el}}{\partial U} = \int_{el} \Phi^T \frac{\partial t_{loc}}{\partial \Delta u} \frac{\partial \Delta u}{\partial U} dS_{el} = \int_{el} \Phi^T \frac{\partial t_{loc}}{\partial \Delta u} \Phi dS_{el} \quad (13)$$

利用总体坐标系到局部坐标系的转换矩阵 R ,可进一步变化得

$$K^{el} = \int_{-1}^1 \Phi^T R^T \frac{\partial t_{loc}}{\partial \Delta u_{loc}} R \Phi J_{ac} d\xi = \sum_j \omega_j \Phi^T R^T \frac{\partial t_{loc}}{\partial \Delta u_{loc}} R \Phi J_{ac} \quad (14)$$

式中 $\partial t_{loc} / \partial \Delta u_{loc}$ 是 2×2 的矩阵,由内聚力模型法则决定, $\Delta u_{loc} = R \Delta u$ 代表当前局部坐标系中单元上下表面的相对位移。理论上,只要给出了界面间粘结应力与分离位移关系,即 $t_{loc} = t_{loc}(\Delta u_{loc})$ 的具体表达式(其中 Δu_{loc} 有 Δu_n 和 Δu_t 两个分量),便可将上述格式的二维二次单元编制为 UEL 子程序,并用于相关的有限元分析与计算。

3 二维二次界面单元 UEL 程序实现和算例验证

3.1 基于 PPR 势能法则的内聚力模型

本文所开发的二维二次界面单元选取了 Park 等^[13,14]提出的 PPR 势能内聚力法则来描述其粘结应力-分离位移关系,经验证,该模型具有较好的适应性。PPR 模型的内聚力势能函数可具体表示如下。

$$\Psi(\Delta u_n, \Delta u_t) = \min.(\phi_n, \phi_t) +$$

$$\left[\Gamma_n \left(1 - \frac{\Delta u_n}{\delta_n} \right)^\alpha \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\Delta u_n}{\delta_n} \right)^m + \langle \phi_n - \phi_t \rangle \right] \times$$

$$\left[\Gamma_t \left(1 - \frac{|\Delta u_t|}{\delta_t} \right)^\beta \left(\frac{n}{\beta} + \frac{|\Delta u_t|}{\delta_t} \right)^n + \langle \phi_t - \phi_n \rangle \right]$$

(15)

式中 $\langle \rangle$ 为 Macauley 运算^[14]。该模型共有 8 个材料参数,分别是法向和切向粘结能 ϕ_n 和 ϕ_t 、法向和切向粘结强度 σ_{max} 和 τ_{max} 、法向和切向形状因子 α 和 β 以及法向和切向初始斜率 λ_n 和 λ_t 。另外,对二维平面单元还需要指定平面厚度 th 。对式(15)的 PPR 势能函数分别求一阶和二阶偏导数,便可得到式(11,14)的重要变量,即界面粘结应力 t_{loc} 和单元切线刚度 $\partial t_{loc} / \partial \Delta u_{loc}$ 。更多有关 PPR 势能内聚力法则的介绍(如内聚力相互作用区域的判据及卸载/重新加载条件下的路径等)详见文献[13,14],本文也借鉴其中思路确定了数值离散化的细节,此处不再详述。

3.2 内聚力界面单元 UEL 的编程思路和调用方法

在 ABAQUS 软件平台中,内聚力界面单元的调用流程^[9]大致为,(1)加载步开始,ABAQUS 主程序调用 UEL 子程序,初始化变量,主程序传递给子程序的位移增量为 0,自定义单元内部的节点载荷也为 0;(2)将变量的初始值和存储的状态变量传递给 UEL,根据单元的节点位移来计算高斯积分点上的法向和切向相对分离位移,同时更新状态变量;(3)利用上一步所得数据,依据内聚力法则,计算高斯积分点上的法向和切向粘结应力及其导数,进而确定界面单元的节点载荷向量与切线刚度矩阵;(4)根据载荷的大小和刚度矩阵求解平衡方程,计算节点位移,并赋予至下一增量步。

对照以上流程,可确定内聚力界面单元的 UEL 程序结构和算法,并完成编制。在计算模拟时,需将内聚单元插入到可能发生裂纹扩展或界面脱粘的区域,再在 ABAQUS 输入文件中定义单元信息及材料属性^[15,16]。常用的关键字及声明语句如下。

```
* USER ELEMENT, TYPE = U1, NODES = 6,
COORDINATES = 2, PROPERTIES = 9, VARIABLES
= 6
```

```
1,2
```

```
(自定义单元类型为 U1、6 节点、2 维坐标、9 个属性参数、6 个变量、位移自由度为 1 和 2)
```

```
* ELEMENT, TYPE = U1, ELSET = COHESIVE
```

```
1,2,3,4,5,6
```

```
(自定义单元类型为 U1、单元集名称为 COHESIVE、构成单元的节点号依次为 1~6)
```

```
* UEL PROPERTY,ELSET=COHISIVE
100,200,4e6,3e6,5,1.6,0.005,0.005,
1.0
```

(指定单元集 COHESIVE 对应的 8 个 PPR 势能模型材料参数 $\phi_n, \phi_t, \sigma_{max}, \tau_{max}, \alpha, \beta, \lambda_n$ 和 λ_t , 以及二维二次单元的平面厚度 th)

在生成输入文件(inp 文件)后,可通过下列 command 窗口命令提交分析,同时调用 UEL 子程序。

```
Abaqus job=input file name (输入文件名.inp)
user=UEL file name (子程序文件名.for)
```

3.3 数值算例及结果对比

算例 1 考察如图 3 所示的两个简单算例(分别对应单向拉伸和简单剪切两种基本载荷模式),采用二维二次界面单元和对应的实体单元建立有限元模型,模拟载荷作用下的界面开裂过程,以检验该程序的准确性。两个算例都采用相同的材料属性,其中实体单元设为线弹性,杨氏模量为 32 GPa,泊松比为 0.2,界面单元的材料参数则选用此前 * UEL PROPERTY 行下的 9 个输入数据。

对于单向拉伸的模拟算例 model1,首先将正方形板(0.1 m×0.1 m)的顶边向上拉伸 0.03 mm,再向下压缩 0.04 mm,最后再向上拉伸,直至底部的粘结界面完全失效,该板使用一个八节点四边形单元离散,并且在板的底边插入一个界面单元,如图 3(a)所示。对于简单剪切的模拟算例 mode2,首先同时对正方形板(0.1 m×0.1 m)顶边和右边施加 0.04 mm 的向上和向左位移,然后沿相反方向,即对顶边和右边施加 0.09 mm 的向下和向右位移,最后再同时向上拉伸和向左压缩,直至中间的粘结界面完全失效,该板由两个六节点的三角形单元离散,并且沿对角线方向插入一个界面单元,如图 3(b)所示,这种情况下主应力沿着水平和垂直方向,最大剪切应力沿 45°方向发生,最大剪应力的的大小等于主应力的的大小。

调用二维二次界面单元 UEL 子程序对 model1 和 mode2 作模拟分析,所得的多次加卸载粘结界面力-位移关系曲线如图 4 所示,同时给出了文献[14]

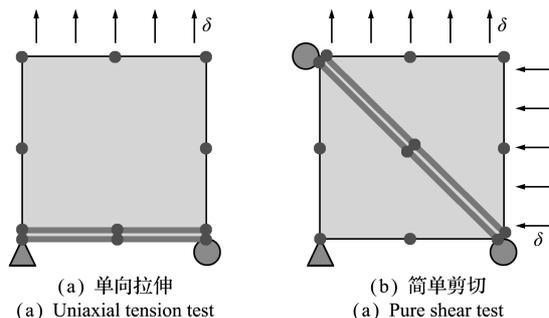
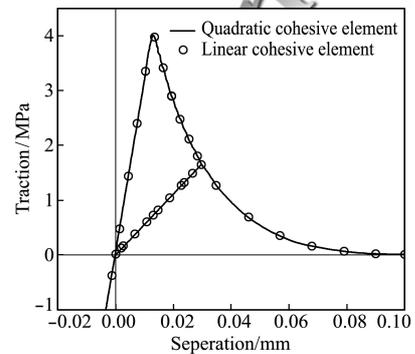


图 3 两个简单算例的几何示意

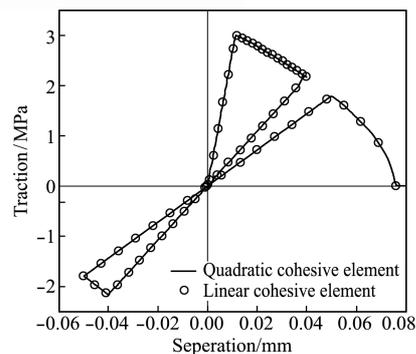
Fig. 3 Geometry demonstration of two simple simulation examples

采用线性界面单元分析相同算例的计算结果。可以看出,两者几乎完全一致,这说明编制的 UEL 程序准确无误,从而验证了本文所开发的平面六节点内聚力界面单元的可靠性。

算例 2 考察如图 5 所示的单颗粒夹杂高弹体复合材料,模拟其在单向拉伸大变形中的界面脱粘行为。该正方形单胞内夹杂的颗粒体积分数为 60%,利用对称性简化为平面应力状态下的 1/4 模型,其中颗粒半径为 20 mm,单胞尺寸为 23 mm,超弹性基体材料采用 Neo-Hookean 模型(剪切模量为 0.22 MPa)表征,颗粒可设为线弹性材料(模量为 200 MPa,泊松比为 0.3)。模型分别使用线性三角形单元、适当细化的线性三角形单元和二次三角形单元进行网格划分,在颗粒与基体的交界面插入对应的线性或二次粘结界单元,如图 6 所示。选



(a) 单向拉伸
(a) Uniaxial tension test



(b) 简单剪切
(b) Pure shear test

图 4 分别使用二次和线性界面单元的两个算例模拟结果对比
Fig. 4 Comparison on computational results of two examples by using quadratic and linear interface elements

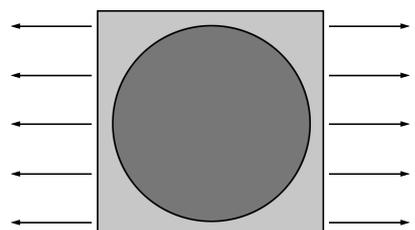


图 5 单颗粒夹杂高弹体复合材料的模型示意

Fig. 5 Illustration of particle filled elastomer composite

用相同的粘结界面材料参数进行分析,可以看出(此时宏观应变约 20%),使用二次单元与适当细化的线性单元计算得到的 Mises 应力场分布特征与数值均较为吻合,如图 6(a,b)所示,而使用线性单元的计算结果(图 6(c))则与前两者差距明显。另外,图 6(a,b)中模型的单元数、节点数和计算时间分别为 157/616 个、348/353 个和 5/8.5 s,由此可见相同精度的二次/线性单元在计算成本上的区别。上述结果表明,在采用三角形单元进行某些问题的建模与计算时,二次单元相比线性单元具有一定的优势。相应地,在今后工作中,可对本文编制的 UEL 程序继续作修改或完善,得到与更多种类实体单元(如修正的六节点平面应变杂交单元)相匹配的粘结单元,从而实现更多不同情况下的界面力学特性模拟,为相关物理问题的数值研究提供

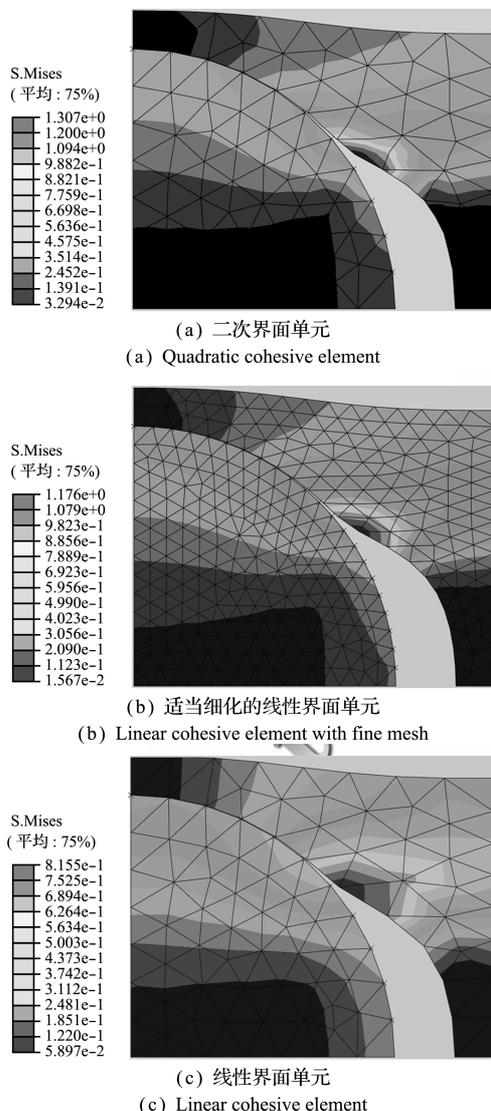


图 6 使用二次和线性界面单元模拟颗粒夹杂高弹性体复合材料结果对比

Fig. 6 Comparison on computational results of particle filled elastomer example by using different quadratic and linear interface elements

新的思路和支持。

从图 6 还可以看出,尽管在 ABAQUS 平台中无法直接对用户自定义单元 UEL 作后处理,但因材料内部界面开裂后形成空穴,此时粘结单元的变形并不影响结果的可视化,这一特点使得计算工作能够较清楚地展示出来。此外,还可通过定义虚拟单元的方法,即另外生成与 UEL 单元节点坐标完全一致的实体单元,并建立起两者的对应关系,让虚拟单元经历 UEL 单元相同的变形,即可在后处理环境中间接显示 UEL 单元的结果。

4 结 论

利用有限元软件 ABAQUS 提供的二次开发平台,编制了基于 PPR 势能内聚力理论的界面单元用户子程序,该单元是位移函数二次插值的一对六节点线单元,可与二维有限元模型中的六节点三角形或八节点四边形实体单元相匹配,用于模拟粘结界面受载荷作用时的损伤失效过程。

基于有限元理论,推导了二维二次粘结界面单元的数值格式,得到了用总体坐标系下节点位移表示的内聚力单元载荷向量与切线刚度矩阵,并运用坐标转换、雅可比矩阵和高斯积分法,建立了这些重要变量的数值离散化格式。参照 ABAQUS 软件中用户自定义界面单元的调用流程,确定 UEL 的程序结构与算法,再选取 PPR 势能内聚力法则,将有限元计算公式编制为具体的用户单元子程序。在完成 UEL 编制后,针对典型问题进行了算例验证,结果表明,该程序是可靠有效的,这也为在 ABAQUS 软件中开发其他的内聚力界面单元提供了参考。

参考文献(References):

- [1] Barenblatt G I. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: General ideas and hypotheses, axially symmetric cracks [J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1959, **23**(3): 622-636.
- [2] Dugdale D S. Yielding of steel sheets containing slits [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1960, **8**(2): 100-104.
- [3] 许 巍,陈 力,张钱城,等. 粘结界面力学行为及其表征[J]. *中国科学:技术科学*, 2012, **42**(12): 1361-1376. (XU Wei, CHEN Li, ZHANG Qian-cheng, et al. Mechanical behavior and characterization on bonding interfaces[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2012, **42**(12): 1361-1376. (in Chinese))
- [4] 周储伟,杨 卫,方岱宁. 内聚力界面单元与复合材料的界面损伤分析[J]. *力学学报*, 1999, **31**(3): 372-377. (ZHOU Chu-wei, YANG Wei, FANG Dai-ning. Cohesive interface element and interfacial damage

- analysis of composites [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1999, **31**(3):372-377. (in Chinese))
- [5] Ortiz M, Pandolfi A. Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **44**(9):1267-1282.
- [6] Lei H S, Wang Z Q, Zhou B, et al. Simulation and analysis of shape memory alloy fiber reinforced composite based on cohesive zone model [J]. *Materials & Design*, 2012, **40**:138-147.
- [7] Spring D W, Paulino G H. Computational homogenization of the debonding of particle reinforced composites; The role of interphases in interfaces [J]. *Computational Materials Science*, 2015, **109**:209-224.
- [8] Chao X J, Qi L H, Tian W L, et al. Numerical evaluation of the influence of porosity on bending properties of 2D carbon/carbon composites [J]. *Composites Part B; Engineering*, 2018, **136**:72-80.
- [9] Abaqus, 2014. Users' Manual, version 6. 14 [R]. ABAQUS, Inc.
- [10] Matouš K, Geubelle P H. Multiscale modelling of particle debonding in reinforced elastomers subjected to finite deformations [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, **65**(2):190-223.
- [11] 李 旭, 夏 勇. 炭黑增强橡胶复合材料的大变形细观力学模型 [J]. *复合材料学报*, 2015, **32**(4):1007-1016. (LI Xu, XIA Yong. Micromechanics models for finite deformation of carbon black reinforced rubber composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2015, **32**(4):1007-1016. (in Chinese))
- [12] 王勖成. 有限单元法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003. (WANG Xu-cheng. *Finite Element Method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. (in Chinese))
- [13] Park K, Paulino G H, Roesler J R. A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2009, **57**(6):891-908.
- [14] Park K, Paulino G H. Computational implementation of the PPR potential-based cohesive model in ABAQUS; Educational perspective [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, **93**:239-262.
- [15] 陈 聪, 吕西林. 基于 Abaqus 的剪切型阻尼器单元开发与应用 [J]. *计算力学学报*, 2015, **32**(5):699-706. (CHEN Cong, LV Xi-lin. Development and application of an Abaqus based shear damper element [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, **32**(5):699-706. (in Chinese))
- [16] 魏 巍, 杨庆生. 连续胶体材料化学-力学耦合有限元理论及其在 ABAQUS 中 UEL 程序实现 [J]. *计算力学学报*, 2016, **33**(5):785-790. (WEI Wei, YANG Qing-sheng. Finite element theory of chemo-mechanical coupling and the program implementation of UEL in ABAQUS for the continuous colloidal material [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2016, **33**(5):785-790. (in Chinese))

The finite element formulation for a 2D quadratic cohesive element and its program implementation of UEL in ABAQUS

LIU Min¹, LI Xu^{*1,2}

(1. Department of Engineering Structure and Mechanics, School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;

2. Hubei Key Laboratory of Theory and Application of Advanced Materials Mechanics, School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Based on the standard finite element theory, and by employing the intrinsic cohesive zone modeling approach, a new 2D quadratic interface element is formulated to take into account large displacements. The displacement mode, force vector and stiffness matrix represented by shape functions have been obtained. Correspondingly, this element is programmed as a UEL subroutine in ABAQUS software. Several computational examples are investigated to verify the element implementation, and numerical results show its validity and accuracy. This can provide references for conducting simulation works or developing other interface element related to cohesive zone model in ABAQUS package.

Key words: cohesive zone model; interface element; finite element method; ABAQUS; UEL

引用本文/Cite this paper:

刘 敏, 李 旭. 基于内聚力理论的二维二次界面单元在 ABAQUS 中的 UEL 程序实现 [J]. *计算力学学报*, 2019, **36**(5):693-698.

LIU Min, LI Xu. The finite element formulation for a 2D quadratic cohesive element and its program implementation of UEL in ABAQUS [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2019, **36**(5):693-698.