

考虑蜂窝高度效应的蜂窝夹芯板稳定性分析

王会平¹, 张 东¹, 杨子豪², 贺 丹^{*2}

(1. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076;

2. 沈阳航空航天大学 辽宁省飞行器复合材料结构分析与仿真重点实验室, 沈阳 110136)

摘 要: 蜂窝芯层等效弹性参数因受表板影响与其高度紧密相关, 而传统蜂窝夹芯板稳定性模型未对其加以考虑。本文基于精化锯齿层合板理论, 建立了蜂窝夹芯板稳定性模型。模型借助于解析均匀化方法获取蜂窝芯层等效模量, 并因引入该方法而能够反映由蜂窝高度改变引起的蜂窝芯子等效模量变化对屈曲载荷产生的影响, 即捕捉到了蜂窝芯子的高度效应。以四边简支蜂窝夹芯板受单向面内压缩载荷作用为例进行了算例分析。算例结果表明, 蜂窝芯子高度效应在蜂窝高度较低时明显, 随着蜂窝高度增加, 高度效应逐渐减弱。此外, 高度效应在蜂窝芯层厚度比例较大时明显, 随着蜂窝芯层厚度比例的持续下降, 高度效应减弱直至消失。

关键词: 解析均匀化; 精化锯齿理论; 蜂窝夹芯板; 高度效应; 屈曲载荷

中图分类号: O317⁺.3

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2019)05-0630-06

1 引 言

蜂窝材料常作为夹芯结构芯子广泛应用于航空航天和船舶等领域。蜂窝材料具有高度几何和结构复杂性, 通过建立真实蜂窝模型对夹芯结构进行力学性能分析十分困难, 相比之下利用具有等效材料性质的均质实体代替蜂窝芯层可以有效提高计算效率。蜂窝等效方法可归结为解析法^[1,2]、数值法^[3,4]和试验法^[5,6]。在解析法的相关研究工作中, Gibson 等^[7]首先给出了蜂窝等效参数的解析公式, 但仅考虑了蜂窝壁板的弯曲变形, 而忽略了由表板约束引起的伸缩变形。富明慧等^[8]考虑了蜂窝壁板的伸缩变形对面内刚度的影响, 对 Gibson 公式进行了修正。值得注意的是, 蜂窝芯层变形时, 刚性表板对其有抑制作用, 且该种作用将导致蜂窝芯的有效刚度与其高度相关。Becker^[9]把这种现象称为蜂窝芯子的高度效应, 并指出蜂窝芯子的有效刚度将是其高度的非线性函数。Li 等^[10,11]通过三角函数系列来模拟蜂窝壁板在多组载荷条件下的真实位移场, 并结合能量均匀化方法给出了蜂窝芯子拉伸和弯曲等问题的等效解析公式。由于该工作考虑到表板-芯子连接处刚性表板对蜂窝芯子的抑制作用以及远离表板处应力的重

新分布, 因此该等效解析公式能够描述蜂窝芯子的高度效应。

本文的主要目的是基于一种适用于高度不均匀夹芯结构的精化锯齿理论 RZT (Refined Zigzag Theory)^[12-14], 建立蜂窝夹芯板稳定性模型。模型通过解析均匀化方法获取蜂窝芯层的等效力学参数, 并因引入该方法而使新模型能够反映蜂窝夹芯板屈曲行为中蜂窝芯子的高度效应对屈曲载荷产生的影响。

2 考虑蜂窝芯子高度效应的等效解析公式

Li 等^[10]基于能量均匀化方法分别给出蜂窝材料在拉伸/弯曲、剪切/扭转以及横向剪切变形中的等效弹性参数。其中, 拉伸/弯曲问题中蜂窝能量均匀化等式分别为

$$\epsilon_X^2 E_X^{*S} + 2\epsilon_X \epsilon_Y E_{XY}^{*S} + \epsilon_Y^2 E_Y^{*S} = \frac{2\pi_{int}}{\bar{V}} \quad (1)$$

$$\frac{Ah_c^3}{48} (\kappa_X^2 E_X^{*B} + 2\kappa_X \kappa_Y E_{XY}^{*B} + \kappa_Y^2 E_Y^{*B}) = \frac{\pi_{int}}{\bar{V}} \quad (2)$$

式中 E_X^* , E_{XY}^* 和 E_Y^* 分别为已考虑泊松效应的等效刚度矩阵系数, 角标 S 对应于拉伸问题, B 对应于弯曲问题; A 为蜂窝特征单元体 RVE 表面 1/4 面积, $\bar{V}$ 为 1/8 REV 等效体积; h_c 为蜂窝高度; π_{int} 为对应区域内蜂窝壁板应变能, 其值可由文献^[10]获得。

对应于面内剪切/扭转问题, 其能量均匀化等式^[11]分别为

收稿日期: 2018-10-17; 修改稿收到日期: 2018-12-25.

基金项目: 国家自然科学基金(11572204)资助项目.

作者简介: 王会平(1983-), 女, 硕士, 高级工程师;

贺 丹* (1979-), 男, 博士, 副教授

(E-mail: danhe@sau.edu.cn).

$$\frac{1}{2} G_{XY}^* \gamma_{XY}^2 \frac{h_c}{2} \delta_2 \cos \theta (\delta_1 + \delta_2 \sin \theta) = \pi_{int} \quad (3)$$

$$G_{XY}^* \frac{h_c^3}{48} \delta_2 \cos \theta (\delta_1 + \delta_2 \sin \theta) \kappa^2 = \pi_{int} \quad (4)$$

式中 G_{XY}^* 为等效面内剪切模量,角标 S 对应于剪切问题, T 对应于扭转问题。 δ_1 和 δ_2 分别为蜂窝竖直和斜壁板长度; θ 为蜂窝特征角。

对应于横向剪切问题,其能量均匀化等式为

$$\frac{1}{2} G_{YZ}^* \gamma_{YZ}^2 \delta_2 \cos \theta (\delta_1 + \delta_2 \sin \theta) \frac{h_c}{2} = \pi_{int} \quad (5)$$

式中 G_{YZ}^* 为等效横向剪切模量, π_{int} 为横向剪切问题中 1/8 RVE 蜂窝壁板应变能。此外,对于另一方向上的等效横向剪切模量 G_{YZ}^* ,其等效过程中并不存在蜂窝芯子的高度效应,因此其计算方法可沿用 Gibson 等效模量公式^[7]。

由式(1~4)可知,面内拉伸/剪切等效公式并不适用于面内弯曲/扭转。为此 Li 等^[10,11]将蜂窝芯子划分为三层等厚 ($h_c/3$) 均质实体,并给出每层均质实体在面内拉伸-弯曲耦合问题中的刚度矩阵系数等效公式:

$$\begin{aligned} E_U^*/E_L^* &= (27E^B - 3E^S)/24 \\ E_M^* &= (39E^S - 27E^B)/12 \end{aligned} \quad (6)$$

以及面内剪切-扭转耦合问题中的面内剪切模量等效公式:

$$\begin{aligned} G_{XYU}^*/G_{XYL}^* &= (27G_{XY}^{*T} - 3G_{XY}^{*S})/24 \\ G_{XYM}^* &= (39G_{XY}^{*S} - 27G_{XY}^{*T})/12 \end{aligned} \quad (7)$$

式中下角标 U, L 和 M 分别代表三层均质实体上下以及中间层。

3 基于 RZT 的蜂窝夹芯板平衡方程

等效蜂窝夹芯板坐标系、中性面以及几何尺寸如图 1 所示。图中, z 为板内一点到 xy 平面的距离; x 轴在板几何形心面上且与 z 轴垂直; a 和 b 分别为板的长度和宽度; h_c 为蜂窝等效层厚度, $2h$ 为板的总厚度。

采用 Zigzag 型位移场函数^[15]来模拟等效蜂窝夹芯板变形情况:

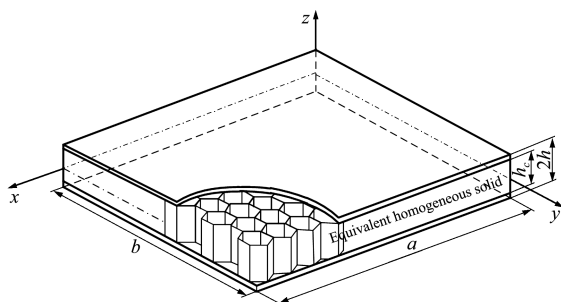


图 1 等效蜂窝夹芯板模型

Fig. 1 Equivalent honeycomb sandwich plate model

$$\begin{aligned} u^{(k)}(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) + \phi_x^{(k)}(z)\varphi_x(x, y) \\ v^{(k)}(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\theta_y(x, y) + \phi_y^{(k)}(z)\varphi_y(x, y) \\ w^{(k)}(x, y) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 u, v 和 w 分别为板任意一点沿 x 轴、 y 轴和 z 轴方向上的位移; u_0 和 v_0 则为板几何形心面的位移; θ_x 和 θ_y 分别为绕 x 和 y 轴截面的转角; 上角标 k 代表第 k 层单层板; ϕ_a ($a = x, y$) 为分层线性 Zigzag 函数, φ_a 为 Zigzag 峰值函数, $\phi_a^{(k)}\varphi_a$ 可视为相对于传统板位移场的 Zigzag 修正项。

根据工程应变分量的表达方式,等效蜂窝夹芯板的横向剪切应变分量表示为

$$\gamma_{az}^{(k)} = \gamma_a + \beta_a^{(k)}\varphi_a \quad (a = x, y) \quad (9)$$

式中 $\beta_a^{(k)} = \partial\phi_a^{(k)}/\partial z$, 其物理意义为 ϕ_a 在沿板厚度方向上的斜率; $\gamma_a = \theta_a + \partial w/\partial a$ 则对应于一阶剪切板理论中的横向剪切应变。

等效蜂窝夹芯板本构关系为

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^{(k)} \\ \sigma_y^{(k)} \\ \tau_{xy}^{(k)} \\ \tau_{xz}^{(k)} \\ \tau_{yz}^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}^{(k)} & Q_{12}^{(k)} & & & \\ & Q_{21}^{(k)} & Q_{22}^{(k)} & & \\ & & & Q_{33}^{(k)} & \\ & & & & Q_{44}^{(k)} \\ & & & & & Q_{55}^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^{(k)} \\ \epsilon_y^{(k)} \\ \gamma_{xy}^{(k)} \\ \gamma_{xz}^{(k)} \\ \gamma_{yz}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (10)$$

当 $k=1, 3$ 时,

$$\begin{aligned} Q_{11}^{(k)} &= E_1/(1 - \nu_{12}^{(k)}\nu_{21}^{(k)}) \\ Q_{12}^{(k)} &= Q_{21}^{(k)} = \nu_{12}^{(k)}E_2/(1 - \nu_{12}^{(k)}\nu_{21}^{(k)}) \\ Q_{22}^{(k)} &= E_2/(1 - \nu_{12}^{(k)}\nu_{21}^{(k)}) \\ Q_{33}^{(k)} &= G_{12}^{(k)}, Q_{44}^{(k)} = G_{13}^{(k)}, Q_{55}^{(k)} = G_{23}^{(k)} \end{aligned}$$

$E_1, E_2, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_{12}$ 和 ν_{21} 分别为蜂窝夹芯板表板材料的弹性模量、剪切模量及泊松比。当 $k=2$ 时,等效芯层刚度矩阵系数由式(1~7)获得。

RZT 为了达到精准预测层合板中各层横向剪切应力的目的,首先规定了斜率函数 $\beta_a^{(k)}$ 与各层横向剪切刚度系数之间的关系^[15]:

$$\begin{aligned} Q_{44}^{(k)}(z)(1 + \beta_x^{(k)}(z)) &= G_x \\ Q_{55}^{(k)}(z)(1 + \beta_y^{(k)}(z)) &= G_y \end{aligned} \quad (11)$$

式中 G_a ($a = x, y$) 为沿板厚度方向的常数,其物理意义为加权平均剪切刚度。随后利用 $\beta_a^{(k)}$ 函数沿板厚度方向积分为 0 的性质^[15]及式(11)得到 G_a 的完整表达式为

$$G_x = \left[\frac{1}{h} \sum_{k=1}^M \frac{h^{(k)}}{Q_{44}^{(k)}} \right]^{-1}, G_y = \left[\frac{1}{h} \sum_{k=1}^M \frac{h^{(k)}}{Q_{55}^{(k)}} \right]^{-1} \quad (12)$$

式中 M 代表总层数, $h^{(k)}$ 代表第 k 层单层板厚度。其次, RZT 规定 Zigzag 函数 $\phi_a^{(k)}$ 在板上下表面取值为 0, 并利用式(11, 12)得到 $\phi_a^{(k)}$ 的完整表达式为

$$\begin{aligned}
\phi_x^{(1)}(z) &= (z+h)(G_1/Q_{44}^{(1)} - 1) \\
\phi_y^{(1)} &= (z+h)(G_2/Q_{55}^{(1)} - 1) \quad (k=1) \\
\phi_x^{(k)}(z) &= (z+h)(G_1/Q_{44}^{(k)} - 1) + \\
&\quad \sum_{i=2}^k 2h^{(i-1)}(G_1/Q_{44}^{(i-1)} - G_1/Q_{44}^{(k)}) \\
\phi_y^{(k)}(z) &= (z+h)(G_2/Q_{55}^{(k)} - 1) + \\
&\quad \sum_{i=2}^k 2h^{(i-1)}(G_2/Q_{55}^{(i-1)} - G_2/Q_{55}^{(k)}) \\
&\quad (k=2, \dots, M) \quad (13)
\end{aligned}$$

式中 $z \in [z_{(k-1)}, z_{(k)}]$, 且 $z_0 = -h$, $z_{(k)} = z_{(k-1)} + 2h^{(k)}$.

基于虚功原理推导等效蜂窝夹芯板屈曲问题中的平衡方程及边界条件。该原理可表述为

$$\begin{aligned}
\delta U - \delta W &= \iint_{\Omega} \int_{-h}^h (\sigma_x^{(k)} \delta \epsilon_x^{(k)} + \sigma_y^{(k)} \delta \epsilon_y^{(k)} + \tau_{xy}^{(k)} \delta \gamma_{xy}^{(k)} + \\
&\quad \tau_{xz}^{(k)} \delta \gamma_{xz}^{(k)} + \tau_{yz}^{(k)} \delta \gamma_{yz}^{(k)}) dV - \iint_{\Omega} \frac{1}{2} \left[N_x^0 \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. 2N_{xy}^0 \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + N_y^0 \delta \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] d\Omega = 0 \quad (14)
\end{aligned}$$

式中 δU 为虚应变能, δW 为由屈曲载荷引起的虚外力功; Ω 为板几何中性面所占区域; N_x^0 , N_{xy}^0 和 N_y^0 分别为加载在板几何中性面上的常面内压缩载荷。将式(9,10)代入式(14),经分部积分后整理得到用内力表示的平衡方程:

$$\begin{aligned}
\delta u_0: \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0, \quad \delta v_0: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \\
\delta \theta_x: \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} &= 0 \\
\delta \theta_y: \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_{yz} &= 0 \\
\delta \varphi_x: \frac{\partial M_{xz}^x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^x}{\partial y} - Q_{xz}^x &= 0 \\
\delta \varphi_y: \frac{\partial M_{xy}^y}{\partial x} + \frac{\partial M_{yz}^y}{\partial y} - Q_{yz}^y &= 0 \\
\delta w: \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} &= N_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (15)
\end{aligned}$$

以及相应的边界条件:

$$\begin{aligned}
n_x N_x + n_y N_{xy} &= 0 \quad \text{或} \quad u_0 = \bar{u}_0 \\
n_y N_y + n_x N_{xy} &= 0 \quad \text{或} \quad v_0 = \bar{v}_0 \\
n_x M_x + n_y M_{xy} &= 0 \quad \text{或} \quad \theta_x = \bar{\theta}_x \\
n_x M_{xy} + n_y M_y &= 0 \quad \text{或} \quad \theta_y = \bar{\theta}_y \\
n_x M_{xz}^x + n_y M_{xy}^x &= 0 \quad \text{或} \quad \varphi_x = \bar{\varphi}_x \\
n_x M_{xy}^y + n_y M_{yz}^y &= 0 \quad \text{或} \quad \varphi_y = \bar{\varphi}_y \\
n_x Q_{xz} + n_y Q_{yz} &= n_x \left[N_x^0 \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy}^0 \frac{\partial w}{\partial y} \right] + \\
&\quad n_y \left[N_y^0 \frac{\partial w}{\partial y} + N_{xy}^0 \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad \text{或} \quad w = \bar{w} \quad (16)
\end{aligned}$$

式中 n_x 和 n_y 分别为板边界处外法线方向与 x 轴和 y 轴的夹角方向余弦, 且

$$\begin{aligned}
(N_x M_x N_y M_y N_{xy} M_{xy} Q_{xz} Q_{yz}) &= \\
\int_{-h}^h (\sigma_x^{(k)} z \sigma_x^{(k)} \sigma_y^{(k)} z \sigma_y^{(k)} \tau_{xy}^{(k)} z \tau_{xy}^{(k)} \tau_{xz}^{(k)} \tau_{yz}^{(k)}) dz \\
(M_x^x M_y^x M_{xy}^x M_{xy}^y Q_{xz}^x Q_{yz}^x) &= \\
\int_{-h}^h (\sigma_x^{(k)} \phi_x^{(k)} \sigma_y^{(k)} \phi_y^{(k)} \tau_{xy}^{(k)} \phi_x^{(k)} \tau_{xy}^{(k)} \phi_y^{(k)} \tau_{xz}^{(k)} \beta_x^{(k)} \tau_{yz}^{(k)} \beta_y^{(k)}) dz
\end{aligned}$$

4 算例分析

以单向面内压缩载荷作用下的四边简支蜂窝夹芯方板(图2)为例,探究由蜂窝高度改变引起的等效模量变化对屈曲载荷产生的影响。算例采用双壁厚正六边形蜂窝,蜂窝壁板长度 $\delta_1 = \delta_2 = 4 \text{ mm}$, 壁板厚度 $t_1 = t_2 = 0.05 \text{ mm}$, $\theta = 30^\circ$ 。蜂窝材料的弹性模量 $E_c = 72.2 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu_c = 0.34$ 。表板材料的弹性模量 $E_1 = 140 \text{ GPa}$, $E_2 = 20 \text{ GPa}$, 剪切模量 $G_{12} = 10 \text{ GPa}$, $G_{13} = 8 \text{ GPa}$, $G_{23} = 4 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu_{12} = 0.25$ 。

满足简支边界条件的位移试函数取为

$$\begin{aligned}
w &= W \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \\
\{u_0, \theta_x, \varphi_x\} &= \{U, \Theta_x, \Psi_x\} \cos(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \\
\{v_0, \theta_y, \varphi_y\} &= \{V, \Theta_y, \Psi_y\} \sin(\pi x/a) \cos(\pi y/b) \quad (17)
\end{aligned}$$

将式(17)代入式(15)整理得到

$$(\mathbf{K} - \mathbf{H})\Delta = 0 \quad (18)$$

式中 $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{H}$ 为与屈曲载荷相关的几何矩阵, $\Delta = (U, V, \Theta_x, \Theta_y, \Psi_x, \Psi_y, W)$ 。将式(18)中 Δ 的系数行列式取值为 0, 即可获得蜂窝夹芯板单向面内屈曲载荷。

4.1 蜂窝夹芯方板屈曲行为中的高度效应

蜂窝高度取不同值时,蜂窝夹芯方板的面内无量纲屈曲载荷如表1所示。为去除蜂窝高度改变引起的几何尺寸变化对屈曲载荷产生的影响,屈曲载荷无量纲形式采用

$$\bar{N} = \frac{N_{cr}}{2hE_0} \quad (19)$$

式中 N_{cr} 为单向面内屈曲载荷, $2h$ 为蜂窝夹芯方板总厚度, $E_0 = 1 \text{ MPa}$ 。需要指出的是,由于板边长和总厚度均与蜂窝高度设计成比例,因此无量纲屈曲载荷与各几何参数大小无关,而仅与各参数比例以及蜂窝高度改变引起的等效模量变化相关。

由表1可知,当蜂窝夹芯方板跨厚比 $a/2h$ 和芯层厚度比例 $h_c/2h$ 取不同值时,无量纲屈曲载荷 $\bar{N}$ 首先随蜂窝高度增加而下降较为明显;随着蜂窝

表1 蜂窝高度取不同值时蜂窝夹芯板的无量纲屈曲载荷 $\bar{N}$

Tab. 1 Dimensionless buckling loads of honeycomb sandwich plate $\bar{N}$ with different honeycomb height

h_c /mm	$a/2h=100$			20			5		
	$h_c/2h=0.85$	0.90	0.95	0.85	0.90	0.95	0.85	0.90	0.95
0.01	6.666	4.758	2.597	112.109	87.986	54.475	376.773	341.844	283.831
5	6.655	4.743	2.579	111.815	87.653	54.071	372.814	338.012	279.897
10	6.646	4.734	2.568	111.498	87.429	53.821	369.726	335.274	277.412
15	6.643	4.730	2.563	111.443	87.329	53.715	368.125	333.941	276.297
20	6.641	4.727	2.561	111.411	87.278	53.661	367.261	333.237	275.724
25	6.640	4.726	2.560	111.391	87.248	53.631	366.741	332.818	275.390
30	6.639	4.725	2.559	111.377	87.229	53.612	366.400	332.546	275.178
35	6.639	4.725	2.558	111.367	87.216	53.599	366.161	332.358	275.034

高度的继续增加,其值下降趋势逐渐放缓并最终收敛到某一特定值;此后, $\bar{N}$ 不再随蜂窝高度的增加而发生变化。由于 $\bar{N}$ 不受蜂窝高度几何改变产生的影响,因而表1数据可以反映出由蜂窝高度改变带来的等效模量变化,从而有效捕捉蜂窝夹芯板屈曲行为中蜂窝芯子的高度效应。

当 $a/2h=100$, $h_c/2h=0.85$ 时,基于本文模型得到的 $\bar{N}$ 随蜂窝高度变化趋势与基于高阶剪切板理论TSDPT结合传统蜂窝等效模型(Fu & Gibson)结果对比,如图2所示。可以看出,基于传统蜂窝等效模型得到的 $\bar{N}$ 不随蜂窝高度的改变而发生变化,因此无法解释蜂窝夹芯板屈曲行为中蜂窝芯子的高度效应。

当蜂窝高度取极小和极大值时,新模型可分别给出蜂窝夹芯板 $\bar{N}$ 上界(UB)和下界(LB)。该边界代表蜂窝夹芯板抗屈曲能力的上下限,其数值结果可为蜂窝夹芯板稳定性设计提供参考,尤其是其下界设计偏于保守,能够有效保证蜂窝夹芯结构设计安全具有很大的工程意义。

4.2 蜂窝芯层厚度比例对高度效应的影响

当 $a/2h=100$ 时,基于不同板理论的 $\bar{N}$ 随蜂窝高度变化对比如图3所示。其中,基于一阶剪切板理论FSDPT得到的 $\bar{N}$ 值略低于/高于基于

TSDPT/RZT得到的结果。此外,蜂窝高度对 $\bar{N}$ 的影响在 $h_c/2h$ 取值相对大时,即蜂窝芯层厚度比例较大时明显;随着芯层厚度比例降低,蜂窝芯子的高度效应逐渐减弱直至消失。

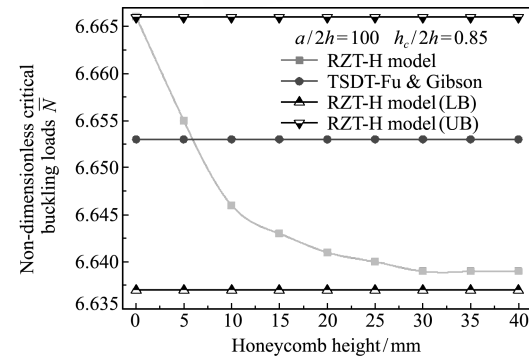


图2 屈曲行为中的蜂窝高度效应
Fig. 2 Height effect of the honeycomb in buckling behavior

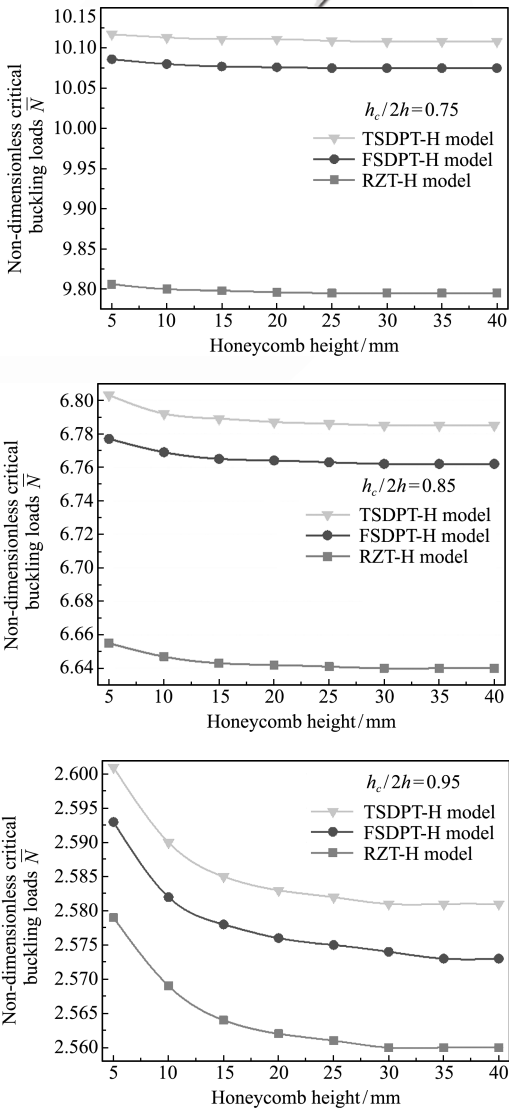


图3 不同板理论下蜂窝夹芯板无量纲屈曲载荷对比
Fig. 3 Comparison of the dimensionless buckling loads of honeycomb sandwich square plate under different plate theories

5 结 论

(1) 基于 RZT 建立了蜂窝夹芯板稳定性模型。模型借助解析均匀化方法获取了蜂窝芯层等效力学参数,并因引入该方法而能够反映由蜂窝高度改变引起的蜂窝芯子等效模量变化对屈曲载荷产生的影响,即捕捉到蜂窝芯子的高度效应。

(2) 蜂窝芯子高度效应在蜂窝高度较低时明显,随着蜂窝高度的增加,高度效应逐渐减弱;高度效应在蜂窝芯层厚度比例较大时明显,随着蜂窝芯层厚度比例的持续下降,高度效应减弱直至消失。

(3) 本文模型能够分别给定蜂窝夹芯板屈曲载荷上下边界。其下界设计偏于保守,能够有效保证蜂窝夹芯结构安全,具有一定工程实际意义。

参考文献(References):

- [1] Allen H G. *Analysis Design of Structural Sandwich Panels* [M]. 1969.
- [2] Warren W E, Kraynik A M. Foam mechanics: The linear elastic response of two-dimensional spatially periodic cellular materials [J]. *Mechanics of Materials*, 1987, **6**(1): 27-37.
- [3] Fan X Y, Verpoest I, Vandepitte D. Finite element analysis of out-of-plane compressive properties of thermoplastic honeycomb [J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2006, **8**(5): 437-458.
- [4] 徐胜今,孔宪仁,王本利,等. 正交异性蜂窝夹层板动,静力学问题的等效分析方法 [J]. *复合材料学报*, 2000, **17**(3): 92-95. (XU Sheng-jin, KONG Xian-ren, WANG Ben-li, et al. Method of equivalent analysis for statics and dynamics behavior of orthotropic honeycomb sandwich plates [J]. *Acta Materialia Compositae Sinica*, 2000, **17**(3): 92-95. (in Chinese))
- [5] Papka S D, Kyriakides. Experiments and full-scale numerical simulations of in-plane crushing of a honeycomb [J]. *Acta Materialia*, 1998, **46**(8): 2765-2776.
- [6] Chung J, Waas A M. Compressive response of honeycombs under in-plane uniaxial static and dynamic loading, Part 1: Experiments [J]. *AIAA Journal*, 2002, **40**(5): 966-973.
- [7] Gibson L J, Ashby M F. The mechanics of three-dimensional cellular materials [J]. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1982, **382**(1782): 43-59.
- [8] 富明慧,尹久仁. 蜂窝芯层的等效弹性参数 [J]. *力学学报*, 1999, **31**(1): 113-118. (FU Ming-hui, YIN Jiu-ren. Equivalent elastic parameters of the honeycomb core [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1999, **31**(1): 113-118. (in Chinese))
- [9] Becker W. The in-plane stiffnesses of a honeycomb core including the thickness effect [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 1998, **68**(5): 334-341.
- [10] Li Y M, Hoang M P, Abbes B, et al. Analytical homogenization for stretch and bending of honeycomb sandwich plates with skin and height effects [J]. *Composite Structures*, 2015, **120**: 406-416.
- [11] Li Y M, Hoang M P, Abbes B, et al. Analytical homogenization for in-plane shear and torsion of honeycomb sandwich plates with skin and height effects [J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2015, **752-753**: 804-811.
- [12] Tessler A, di Sciuva M, Gherlone M. A refined zigzag beam theory for composite and sandwich beams [J]. *Journal of Composite Materials*, 2009, **43**(9): 1051-1081.
- [13] Barut A, Madenci E, Tessler A. A refined zigzag theory for laminated composite and sandwich plates incorporating thickness stretch deformation [A]. 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference [C]. 2012.
- [14] Iurlaro L, Gherlone M, di Sciuva M. Bending and free vibration analysis of functionally graded sandwich plates using the refined zigzag theory [J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2014, **16**(6): 669-699.
- [15] Tessler A, di Sciuva M, Gherlone M. Refined Zigzag Theory for laminated composite and sandwich plates [R]. NASA/TP-2009-215561, 2009.

Stability analysis of honeycomb sandwich plate considering the height effect of honeycomb core

WANG Hui-ping¹, ZHANG Dong¹, YANG Zi-hao², HE Dan^{*2}

(1. Beijing Institute of Aerospace System Engineering, Beijing 100076, China;

2. Key Laboratory of Liaoning Province for Composite Structural Analysis of Aircraft and Simulation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: The equivalent elastic properties of a honeycomb core are closely related to the honeycomb height due to the influence of adjacent face-sheets, however, the traditional stability models of a honeycomb sandwich plate have not taken this into account. Thus, in this paper, a new stability model of a honeycomb sandwich plate on the basis of Refined Zigzag Theory is proposed. The equivalent modulus of a honeycomb core is obtained through an analytical homogenization method, and therefore enables the present model could reflect the influences of equivalent property variations caused by the honeycomb height change on buckling loads, i.e. the height effect of a honeycomb core is captured. As an example, a honeycomb sandwich square plate with simply supported boundary condition subjected to an in-plane unidirectional compressive load is analytically solved. Numerical results indicate that the height effect of the honeycomb core is obvious as honeycomb core height is low or the ratio of core height to totally plate thickness is large, but with the increases of core height or the decreases of honeycomb core height ratio, the height effect becomes gradually weakened until vanished.

Key words: analytical homogenization; Refined Zigzag Theory; honeycomb sandwich plate; height effect; buckling load

引用本文/Cite this paper:

王会平,张东,杨子豪,等.考虑蜂窝高度效应的蜂窝夹芯板稳定性分析[J].计算力学学报,2019,36(5):630-635.

WANG Hui-ping, ZHANG Dong, YANG Zi-hao, et al. Stability analysis of honeycomb sandwich plate considering the height effect of honeycomb core[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2019, 36(5): 630-635.