

温度变化对端部激励斜拉索共振响应影响

赵珖冰^{*1,3}, 孙测世^{2,3}

(1. 华侨大学 土木工程学院, 厦门 361021; 2. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074;
3. 湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

摘 要: 基于增量热场理论, 利用 Hamilton 变分原理, 通过引入与张拉力和垂度相关的无量纲参数, 建立了考虑温度变化影响下斜拉索非线性动力学模型, 并推导其面内/外非线性运动微分方程。考虑斜拉索受端部激励, 利用 Galerkin 法得到离散后的无穷维常微分方程组。面内和面外运动各取前两阶模态, 向前和向后扫频, 利用龙格-库塔法数值积分求解常微分方程组, 得到共振区域的幅频响应曲线。算例分析表明, 温度变化和斜拉索固有频率呈反比例关系; 温度变化会导致斜拉索共振特性发生定性和定量的改变, 如共振区间发生漂移、跳跃点位置发生移动、共振响应幅值发生改变; 端部位移激励下, 温度变化有可能导致斜拉索更多模态受到激发, 从而影响各阶模态的能量以及模态间的能量传递。

关键词: 斜拉索; 温度变化; 共振响应; 龙格-库塔法

中图分类号: U443.38; O321

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2017)05-0644-06

1 引 言

斜拉索是斜拉桥的重要受力构件, 具有低阻尼和轻质量等全面柔性特征^[1]。在风、雨、车辆、行人或地震作用激励下, 可能会发生高达 2.5 m 的大幅振动, 导致结构整体安全性降低^[2]。对此, 国内外很多学者针对受端部激励下拉索的非线性动力学建模及振动特性分析开展了广泛深入的研究^[3-13]。其中包含了单独参数振动、强迫振动以及参数振动。事实上, 斜拉索振动频率、模态振型及张拉力在温度变化下, 均会发生一定程度的改变。因此, 研究人员建立了考虑均匀和不均匀温度场中斜拉索和悬索的动力学模型, 并对其各种线性及非线性振动特性开展了研究^[14-20]。

众所周知, 温度变化对拉索索力和频率影响明显^[17], 然而对于考虑温度变化的影响时, 受端部位移激励下的斜拉索共振响应, 仍需要进一步深入研究。本文基于增量热场理论, 利用 Hamilton 变分原理, 考虑温度变化导致斜拉索形成新的热应力构型, 通过引入与垂度和张拉力相关的无量纲参数,

建立了考虑温度效应影响下, 受端部位移激励斜拉索的非线性动力学模型。利用 Galerkin 法得到离散后的无穷维常微分方程组。取前四阶模态, 利用 Runge-Kutta 法向前和向后扫频分析, 求得斜拉索共振区域的幅值-频率关系曲线, 从而探究温度变化对端部激励下斜拉索的共振响应的影响。

2 数学模型

2.1 运动方程

如图 1 所示, 斜拉索的两端点分别为 A 和 B, 两点间直线距离为 L , AB 连线与水平线夹角为 θ 。以斜拉索轴向为 x 轴, 垂直于 x 轴向下为 y 轴, 垂直于 A-xy 平面向外为 z 轴建立局部坐标系 A-xyz。以水平方向为 X 轴, 竖直向下为 Y 轴, 垂直于 XY 平面向外为 Z 轴建立整体坐标系 O-XYZ。图 1 所示斜拉索三种构型分别为初始静态构型、热应力构型以及动态构型。斜拉索 (x, y) 处三个方向的运动分别用 $u(x, y)$, $v(x, y)$ 以及 $w(x, y)$ 表示, 端点 A 和 B 三个方向的位移分别用 $U_A(t)$, $V_A(t)$ 和 $W_A(t)$ 以及 $U_B(t)$, $V_B(t)$ 和 $W_B(t)$ 表示。

首先, 假设不考虑温度变化影响, 利用 Hamilton 变分原理, 忽略斜拉索的弯曲、扭转以及剪切刚度, 斜拉索面内和面外非线性运动微分方程组表示为^[7-9]

$$m \ddot{u} + c_a \dot{u} - \left\{ EA \left[u' + y'v' + \frac{v'^2}{2} + \frac{w'^2}{2} \right] \right\}' = 0$$

收稿日期: 2016-07-04; 修改稿收到日期: 2016-08-24.

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(11602089, 11402085);
福建省自然科学基金青年创新项目(2016J05011);
福建省中青年教育科研项目(JAT160025);
华侨大学高层次人才科研启动项目(15BS409)资助项目。

作者简介: 赵珖冰^{*} (1988-), 男, 博士, 讲师, 硕士生导师
(E-mail: Ybzhaob@hqu.edu.cn).

$$\begin{aligned}
m \ddot{v} + c_v \dot{v} - \left\{ H v' + EA (y' + v') \times \right. \\
\left. \left[u' + y' v' + \frac{v'^2}{2} + \frac{w'^2}{2} \right] \right\}' = 0 \\
m \ddot{w} + c_w \dot{w} - \left\{ H w' + EA v' \times \right. \\
\left. \left[u' + y' v' + \frac{v'^2}{2} + \frac{w'^2}{2} \right] \right\}' = 0 \quad (1)
\end{aligned}$$

式中 m 为每延米质量, g 为重力加速度, E 为材料弹性模量, A 为横截面面积, c_u , c_v 和 c_w 分别表示三个方向的阻尼系数, H 表示初始张力, y 表示斜拉索静态构型。方程中的点和撇分别表示对 t 和 x 的积分。

系统的边界条件可以表示为(为表述简便,仅列出 u 方向的边界条件)

$$u(0, t) = U_A(t) \cos(\theta) + W_A(t) \sin(\theta) \quad (2)$$

$$u(L, t) = U_B(t) \cos(\theta) + W_B(t) \sin(\theta) \quad (3)$$

由于斜拉索的横向波速远小于纵向波速,因此引入拟静态假设,忽略惯性项和阻尼项,结合拉索边界条件可以得到位移 $u(x, t)$ 的表达式

$$\begin{aligned}
u(x, t) = \frac{U}{L} + \frac{x}{L} \int_0^L \left[y' v' + \frac{1}{2} v'^2 + \frac{1}{2} w'^2 \right] dx - \\
\int_0^x \left[y' v' + \frac{1}{2} v'^2 + \frac{1}{2} w'^2 \right] dx \quad (4)
\end{aligned}$$

式中 $U = [U_B(t) - U_A(t)] \cos(\theta) + [W_B(t) - W_A(t)] \sin(\theta)$, 表示两端点位移引起的拉索轴向伸长长度^[7,8]。

为表述简便,引入以下无量纲参数,

$$\tilde{x} = x/L, \tilde{y} = y/L, \tilde{u} = u/L, \tilde{v} = v/L$$

$$\tilde{w} = w/L, \tilde{U} = U/L, \Theta = EA/H$$

$$\tilde{t} = \frac{\pi t}{L} \sqrt{H/m}, \tilde{c}_{u,v,w} = c_{u,v,w} \frac{L}{\pi} \sqrt{1/(mH)} \quad (5)$$

基于增量热场理论,引入热应力平衡状态,那么温度变化对斜拉索非线性动力学建模主要通过膨胀系数相关的两个无量纲参数 χ^2 和 κ^2 来体现。两个参数分别表示斜拉索温度变化后与温度

变化前的张拉力的比值和垂度的比值^[16]。

假设不考虑温度变化对斜拉索弹性模量、横截面积、边界条件以及阻尼系数的影响,代入无量纲表达式(5)以及无量纲参数 χ^2 和 κ^2 , 联立式(4), 则式(1)可以简化为^[16]

$$\begin{aligned}
\ddot{v} + c_v \dot{v} - \frac{\chi^2}{\pi^2} v'' - \frac{\Theta}{\pi^2} (\kappa^2 y'' + v'') \left\{ U + \right. \\
\left. \int_0^1 \left[\kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v'^2 + w'^2) \right] dx \right\} = 0 \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{w} + c_w \dot{w} - \frac{\chi^2}{\pi^2} w'' - \frac{\Theta}{\pi^2} w'' \left\{ U + \right. \\
\left. \int_0^1 \left[\kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v'^2 + w'^2) \right] dx \right\} = 0 \quad (7)
\end{aligned}$$

式中 为表述简便,忽略符号的上标波浪线。式(6,7)表示考虑温度变化影响下斜拉索面内/外运动微分方程。

斜拉索的初始静态构形用以下方程表示,

$$Hy'' = -mgL \cos(\theta) \sqrt{1 + [\tan(\theta) + y']^2} \quad (8)$$

一般而言,斜拉索初始张力较大,垂度较小,考虑静态边界条件,方程二阶以上部分忽略不计,此时斜拉索的静态构形用以下三次方程表示,

$$y(x) \approx \frac{mgL \cos(\theta)}{2H} x(1-x) \left[1 - \frac{\zeta}{3} (1-2x) \right] \quad (9)$$

式中 $\zeta = mgL \sin(\theta)/H$ 。

2.2 模态离散

利用 Galerkin 法对系统进行模态离散,考虑拉索本身振动以及端点的运动情况,假设面内和面外位移 $v(x, t)$ 和 $w(x, t)$ 分别表示为^[7]

$$\begin{aligned}
v(x, t) &= \Phi q_v + \Psi_v A_v \\
w(x, t) &= \Phi q_w + \Psi_w A_w \quad (10)
\end{aligned}$$

式中 Φ 为拉索振动模态($1 \times n$ 矩阵), q_w 和 q_v 为拉索面内和面外振动的广义时间坐标($n \times 1$ 矩阵), Ψ_w 和 Ψ_v 为面内和面外端部激励的振动模

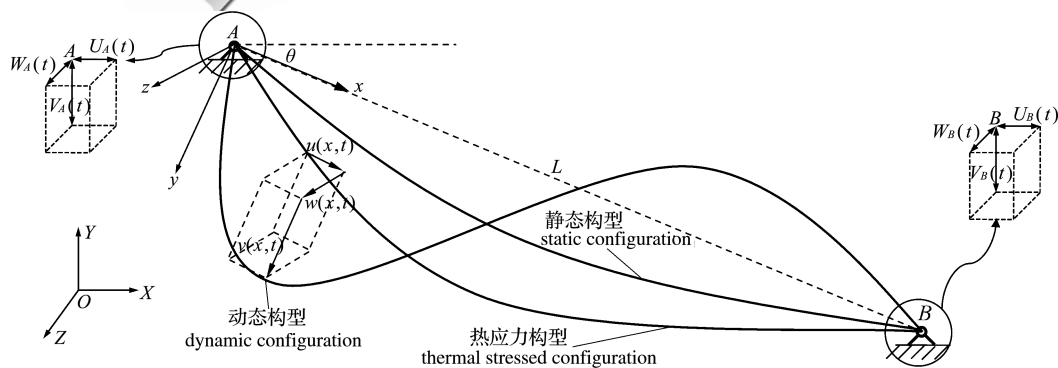


图1 斜拉索构形及特性
Fig. 1 Configurations of the stayed cable and its characteristics

态, $\mathbf{A}_w$ 和 $\mathbf{A}_v$ 为面内和面外端部激励的广义时间坐标, 具体表达式为

$$\Phi = [\sqrt{2} \sin(\pi x), \sqrt{2} \sin(2\pi x), \dots, \sqrt{2} \sin(n\pi x)] \quad (11)$$

$$\Psi_w = [\sin(\theta)(x-1), \cos(\theta)(1-x), -\sin(\theta)x, \cos(\theta)x] \quad (12)$$

$$\Psi_v = (1-x, x), \mathbf{A}_v = [V_A(t), V_B(t)]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{A}_w = [U_A(t), W_A(t), U_B(t), W_B(t)]^T \quad (14)$$

式中 斜拉索的模态振型采用 $\sqrt{2} \sin(n\pi x)$ 表示, 计算结果误差很小^[4]; 而且当斜拉索初张力较大时, 振型函数受温度变化影响忽略不计。

为研究简便, 本文仅考虑斜拉索下端点面内的竖向位移激励 V_B , 此时的系统边界条件可以表示为

$$U_A(0, t) = V_A(0, t) = W_A(0, t) = 0 \quad (15)$$

$$U_B(1, t) = W_B(1, t) = 0 \quad (16)$$

$$V_B(1, t) = D_B \sin(\Omega t) \quad (17)$$

式中 D_B 和 Ω 分别表示无量纲化之后的 B 端位移激励幅值和频率。

将式(10)代入式(6, 7), 可得离散后的无穷维常微分方程组。且当无量纲参数 χ^2 和 κ^2 等于 1.0 时, 即当不考虑温度变化时, 离散后的公式可退化到文献[7]的形式, 此处不再赘述。

3 算例分析

已有研究表明^[1], 斜拉索由一个连续系统离散成无穷维系统后, 倘若模态数量达到一定程度, 由于模态离散效应导致的计算误差可以忽略。因此在本文的计算中, 分别选择面内和面外的前两阶模态, 总计四个模态开展数值积分计算。数值计算采用 MATLAB 或 Dynamics Solver 等数学软件求解, 计算方法为龙格-库塔法。数值积分过程中, 从后往前(forward sweeping)和从前往后(backward sweeping)扫频各计算一次, 将前一次计算所得的

稳定幅值作为下一次计算的初始条件。

斜拉索物理参数选取如下, $L=121.9$ m, $A=6273$ mm², $E=200$ GPa, $\theta=35.2^\circ$, $m=42.0$ kg/m, 面内/外一阶和二阶模态阻尼系数分别为 0.002 和 0.004, 无量纲激励幅值 D_B 为 0.0001。值得指出的是, 本文幅频响应曲线横坐标为端部位移激励的频率 Ω , 而不是调谐参数 σ 。因此当温度变化时, 斜拉索固有频率增大或减小^[20], 此时横坐标范围将会发生变化。具体而言, 当温度上升时, 斜拉索固有频率下降, 横坐标整体向左移动; 温度下降时, 斜拉索固有频率上升, 横坐标整体向右移动。

首先, 当不考虑温度变化影响时, 第一阶主共振区域附近($\Omega \approx 1.0$), 面内和面外前两阶幅频响应曲线如图 2(a)所示, 此时振动情况较为简单, 多值区域也较为狭窄, 可以看出明显的跳跃现象, 文献[21]详细描述了这一跳跃现象的过程。在端部位移激励下, 系统振动以一阶面内模态为主, 面内高阶及面外模态仍没激发出来, 斜拉索保持平面运动。

随着端部激励频率进一步增加($\Omega \approx 2.0$), 面内和面外前两阶模态振动的幅频响应曲线如图 2(b)所示, 图中箭头表示当向前/后积分计算时, 系统的临界跳跃点。当远离共振区域时($\Omega \approx 1.95$), 系统振幅较小, 以面内二阶模态为主。当激励频率进一步增加至 $\Omega \approx 2.0$ 时, 面外一阶模态振动受到激发, 且振幅不断增大。在一定范围内超过了面内二阶模态的振幅, 此时系统由平面运动转化为非平面运动。当 $\Omega \approx 2.15$ 时, 系统面外二阶模态振动也受到激发, 响应幅值不断增大。振动过程中, 不同阶数的模态不断激发出来, 与系统的内共振以及参数共振中发生的能量传递紧密相关。

其次, 当 $\Delta t = +40$ °C 时, 系统各阶模态频率均有所减小, 共振区域发生漂移。当 $\Omega \approx 0.78$ 时, 比较图 2(a) 和图 3(a) 可以看出, 系统幅频响应曲

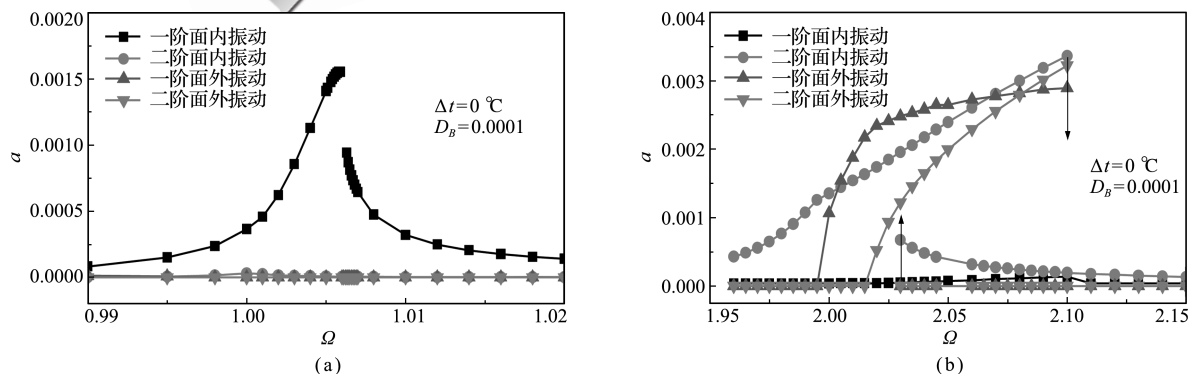


图 2 端部位移激励频率与振动幅值关系曲线 ($\Delta t=0$ °C)

Fig. 2 Relationship between the frequency of the excitation of support motion and the response amplitude when $\Delta t=0$ °C

线并没有发生定性的变化,仍然以一阶面内模态为主。激励频率进一步增大,当 $\Omega \approx 1.47$ 时,一阶面外模态受到激发,而当 $\Omega \approx 1.51$ 时,二阶面外模态受到激发。

比较图 2(b)和图 3(b)可以看出,当不考虑温度变化时,在振幅较大区域,激发出一阶面外模态的振幅会小于二阶面内/外模态的振幅。而当 $\Delta t = +40^\circ\text{C}$ 时,在振幅较大区域,激发出来的一阶面外模态的振幅会高于二阶面内/外模态的振幅,而且一阶面内模态的振幅会稍稍大于不考虑温度

变化时该阶模态的振幅。此外可以看出,当环境温度上升时,系统向上跳跃点将更加接近二阶面外模态振动的幅频响应曲线。

最后,当 $\Delta t = -40^\circ\text{C}$ 时,斜拉索前两阶面内和面外振动幅频响应曲线如图 4 所示。随着环境温度降低,斜拉索模态频率增大,共振区域发生偏移。当激励频率 $\Omega \approx 1.30$ 时,其一阶主共振区域如图 4(a)所示,对比图 2(a)可以看出,系统的共振特性发生了明显的定性改变,除一阶面内模态外,一阶面外模态也在一定范围内激发出来。

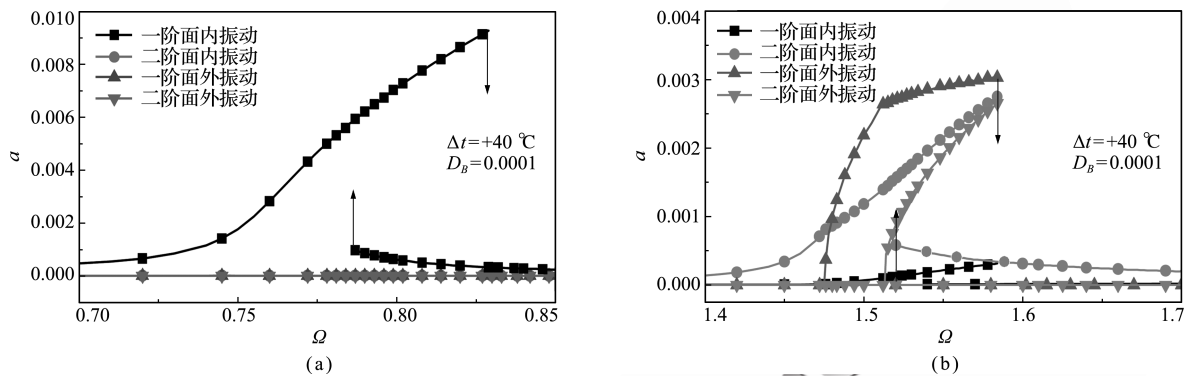


图 3 端部位移激励频率与振动幅值关系曲线 ($\Delta t = +40^\circ\text{C}$)

Fig. 3 Relationship between the frequency of the excitation of support motion and the response amplitude when $\Delta t = +40^\circ\text{C}$

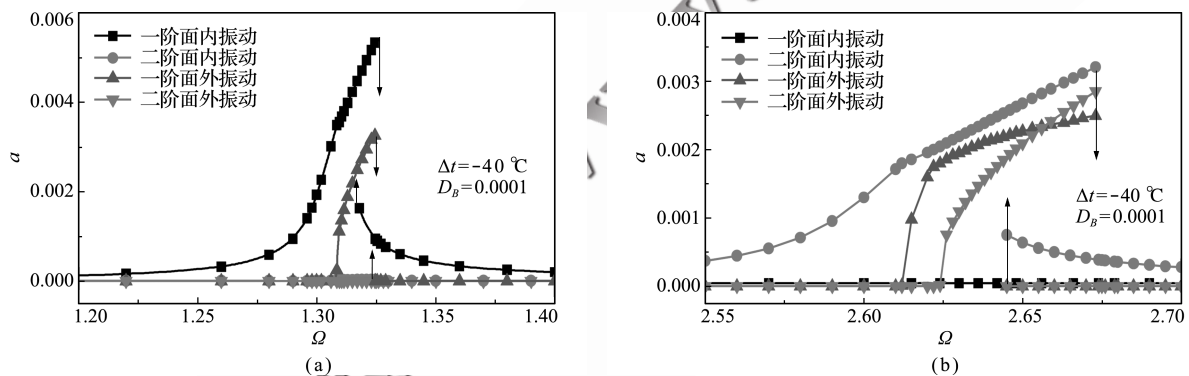


图 4 端部位移激励频率与振动幅值关系曲线 ($\Delta t = -40^\circ\text{C}$)

Fig. 4 Relationship between the frequency of the excitation of support motion and the response amplitude when $\Delta t = -40^\circ\text{C}$

端部激励频率进一步增大,从曲线趋势和形状来看,并没有发生定性改变。但是从定量角度而言,所激发的一阶面外模态的振幅在整个共振区域内都将小于二阶面内模态振幅;一阶面外模态振幅也将小于所激发的二阶面内/外模态振幅。而且,此时系统向上跳跃点将远离二阶面外模态振动的幅频响应曲线。

4 结 论

本文建立了考虑温度变化影响下的斜拉索非线性动力学模型,推导了受端部激励斜拉索的面

内/外非线性动力学方程。研究发现,温度变化会导致斜拉索形成新的热应力构型,而对其非线性动力学建模影响主要体现在与张拉力和垂度相关的两个无量纲参数上;斜拉索固有频率跟温度变化之间呈明显反比例关系,受端部激励时,温度变化会导致系统共振区间发生明显漂移;温度变化会导致斜拉索非线性共振特性(内共振和参数共振)发生定性或定量改变,共振响应幅值大小发生改变,跳跃点位置发生移动;温度变化有可能导致斜拉索更多模态受到激发,影响共振响应时各阶模态的能量以及模态间的能量传递。

参考文献(References):

- [1] 康厚军,郭铁丁,赵跃宇.大跨度斜拉桥非线性振动模型与理论研究进展[J].力学学报,2016,48(3):519-535. (KANG Hou-jun, GUO Tie-ding, ZHAO Yue-yu. Review on nonlinear vibration and modeling of large span cable-stayed bridge [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(3): 519-535. (in Chinese))
- [2] Savor Z, Radic J, Hrelja G. Cable vibrations at Dubrovnik bridge [J]. *Bridge Structures*, 2006, 2(2): 97-106.
- [3] Macdonald J H G. Multi-modal vibration amplitudes of taut inclined cables due to direct and/or parametric excitation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 363: 473-494.
- [4] 王涛,沈锐利.端点位移激励下斜拉索非线性振动计算方法研究[J].计算力学学报,2016,33(3):294-300. (WANG Tao, SHEN Rui-li. Investigation on computing method of nonlinear vibration of the stayed cable with displacement excitation at the end point [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2016, 33(3): 294-300. (in Chinese))
- [5] Warminski J, Zulli D, Rega G, et al. Revisited modeling and multimodal nonlinear oscillations of a sagged cable under support motion [J]. *Meccanica*, 2016, 51(11): 2541-2575.
- [6] Guo T D, Kang H J, Wang L H, et al. Cable's mode interactions under vertical support motions: boundary resonant modulation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 84(3): 1259-1279.
- [7] Sun C S, Zhao Y B, Wang Z Q, et al. Effects of longitudinal girder vibration on nonlinear cable responses in cable-stayed bridge [J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2015, 21(1): 94-107.
- [8] 孙测世,王志攀,赵珏冰,等.两端水平激励斜拉索面内非线性振动响应[J].地震工程与工程振动,2014,34(6): 122-126. (SUN Ce-shi, WANG Zhi-qian, ZHAO Yao-bing, et al. In-plane nonlinear vibration of stayed cable under horizontal excitation [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2014, 34(6): 122-126. (in Chinese))
- [9] Wang L H, Zhao Y Y. Large amplitude motion mechanism and non-planar vibration character of stay cables subject to the support motions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(1): 121-133.
- [10] 肖志荣,孙炳楠.斜拉桥中斜拉索的面内外耦合内共振分析[J].计算力学学报,2008,25(2): 278-282. (XIAO Zhi-rong, SUN Bing-nan. Internal resonance analysis because of in-plane and out-of-plane coupling effects of the stay cable in the cable stayed bridge [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2008, 25(2): 278-282. (in Chinese))
- [11] 王波,徐丰,张海龙.端部激励下空间倾斜拉索非线性振动特性研究[J].振动与冲击,2009,28(5): 172-175. (WANG Bo, XU Feng, ZHANG Hai-long. Non-linear vibration characteristics of spatial inclined cables under periodic support excitation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(5): 172-175. (in Chinese))
- [12] Rega G, Srinil N, Alaggio R. Experimental and numerical studies of inclined cables: free and parametrically-forced vibrations [J]. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, 46(3): 621-640.
- [13] Georgakis C T, Taylor C A. Nonlinear dynamics of cable stays. Part I: sinusoidal cable support excitation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 281(3): 537-564.
- [14] Treysède F. Free linear vibrations of cables under thermal stress [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(1): 1-8.
- [15] Bouaanani N, Marcuzzi P. Finite difference thermoelastic analysis of suspended cables including extensibility and large sag effects [J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2011, 34(1): 18-50.
- [16] Lepidi M, Gattulli V. Static and dynamic response of elastic suspended cables with thermal effects [J]. *International Journal of Solids Structure*, 2012, 49: 1103-1116.
- [17] 赵珏冰,孙测世,彭剑,等.温度变化对拉索频率与索力的影响[J].应用力学学报,2013,30(6): 904-908. (ZHAO Yao-bing, SUN Ce-shi, PENG Jian, et al. The effects of temperature changes on the frequencies and tension forces of cable [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2013, 30(6): 904-908. (in Chinese))
- [18] 汪峰,文晓旭,陈福青.温度和桥面激励联合作用下斜拉索非线性振动特性分析[J].科学技术与工程,2014,14(25): 135-139. (WANG Feng, WEN Xiao-xu, CHEN Fu-qing. Vibration analysis of long cables subjected to deck excitation and temperature [J]. *Science Technology and Engineering*, 2014, 14(25): 135-139. (in Chinese))
- [19] 汪峰,陈福青,文晓旭,等.考虑温度影响的斜拉索参数振动模型及响应分析[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2016,35(2): 1-5. (WANG Feng, CHEN Fu-qing, WEN Xiao-xu, et al. Analysis of

- cable parametric vibration model and response with consideration of temperature effect [J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science)*, 2016, **35**(2): 1-5. (in Chinese))
- [20] 赵珧冰,孙测世,彭 剑,等.不同初拉力拉索对温度变化的敏感性分析[J].中南大学学报(自然科学版), 2014, **45**(5): 1680-1685. (ZHAO Yao-bing, SUN Ce-shi, PENG Jian, et al. Sensitivity analysis of different initial tension forces of suspended cable to temperature changes [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, **45**(5): 1680-1685. (in Chinese))
- [21] 孙测世,康厚军,赵珧冰,等.斜拉索非线性振动跳跃过程实验研究[J].固体力学学报, 2015, **36**(5): 429-435. (SUN Ce-shi, KANG Hou-jun, ZHAO Yao-bing, et al. Experimental research on jumping course of inclined cable in nonlinear vibration [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2015, **36**(5): 429-435. (in Chinese))

Temperature effects on the resonance responses of stay cables under support excitation

ZHAO Yao-bing^{*1,3}, SUN Ce-shi^{2,3}

(1. School of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;

2. School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

3. School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Based on the incremental thermal field theory, the nonlinear dynamic model of stay cables with thermal effects was established by introducing two non-dimensional parameters in the cable tension force and the sag, and the nonlinear vibration equations of motion were derived by the Hamilton's principle. Under support excitation, these differential equations were discretized by the Galerkin method. The first two in-plane and out-of-plane mode shapes were selected in forming the dynamic response and the Runge-Kutta method was used to solve these ordinary differential equations from forward sweeping to backward sweeping. The amplitude-frequency response curves of the numerical examples show that the natural frequencies decrease with temperature changes; the resonance interval drifts; the location of the jump point shifts; the resonance response amplitudes change; under the excitation of the support motions, many more modes might be excited when the temperature is changed, so the energy of different modes and the energy transfer between different modes varies under temperature changes.

Key words: stay cable; temperature variation; resonance response; Runge-Kutta method

引用本文/Cite this paper:

赵珧冰,孙测世.温度变化对端部激励斜拉索共振响应影响[J].计算力学学报,2017,**34**(5):644-649.

ZHAO Yao-bing, SUN Ce-shi. Temperature effects on the resonance responses of stay cables under support excitation [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(5): 644-649.