

DOI: 10.7511/jslx201705001

缝水压力和裂缝面接触条件对重力坝裂缝扩展影响

庞林^{*1,2}, 林皋^{1,2}

(1. 大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 大连 116024;

2. 大连理工大学 建设工程学部 水利工程学院 工程抗震研究所, 大连 116024)

摘要:基于多边形比例边界有限元模拟了重力坝裂缝扩展过程,综合考虑了坝-库水-地基相互作用、裂缝面接触和缝水压力的影响。其中该接触模型能够有效防止裂缝面的相互嵌入;该缝水模型除能考虑裂缝面开合速度、缝隙宽度和水流形态对缝水压力分布的影响,还可基于连续性条件模拟缝内水体流动和空化的现象。以 Koyna 坝裂缝扩展为例,研究了裂缝面接触条件和缝水压力对计算结果的影响。结果显示,考虑接触的影响,震损较为严重。而与假定为常水压力分布的情况相比,实际的缝水压力分布形式对结果影响较为复杂。在裂缝张开时,减小了裂缝扩展的可能,而在裂缝闭合时正好与之相反。

关键词:裂纹扩展;接触问题;缝水压力;多边形单元;比例边界有限元

中图分类号:TV313

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2017)05-0535-06

1 引言

研究混凝土重力坝坝面裂缝在强震作用下裂缝扩展过程具有重要的意义。采用数值方法模拟时需要考虑较多的因素,如结构-库水-地基相互作用、裂缝内动水压力和裂缝间接触等。因而一直以来都是固体力学中的研究重点与难点。Pekau 等^[1]使用边界元模拟裂缝扩展时,为防止裂缝面嵌入,假设裂缝面作用大小与接触节点对嵌入的位移成正比的节点荷载,来修正动力方程。Calayir 等^[2]使用改进的 HHT- α 时间积分算法求解大坝和库水的相互作用系统的动力方程,模拟重力坝的裂缝扩展。Hariri-Ardebili 等^[3]将拱坝横缝的缝水压力耦合至大坝-库水-地基相互作用系统中,但是该缝水压力模型不能区分缝内水压力的流动状态(层流或者紊流)以及裂缝与水体的脱空现象。沈振中等^[4]提出应力-渗流-损伤耦合模型模拟岩体水力劈裂。文献[5,6]使用多边形比例边界有限元分析了静动力条件下结构开裂过程,没有考虑相互作用、缝水压力和接触的影响。

鉴此,本文基于多边形比例边界有限元方法分

析重力坝裂缝扩展问题,耦合了林皋等^[7]为求解拱坝的相互作用提出的模型、Javanmardi 等^[8]模拟地震工况下扬压力时使用的缝水压力模型和基于罚函数思想的接触单元^[9]。该相互作用模型能够考虑水库边界对动水压力波的吸收作用并严格满足无限地基的辐射边界条件;该缝水模型不仅能反映裂缝面开合速度、缝宽、裂缝光滑程度和流态对水压力的影响还能模拟缝内水体的流动和空化;该接触模型能够有效防止裂缝面的相互嵌入。通过对比,分析了多种因素对坝体开裂过程的影响。

2 多边形比例边界有限元方法

如图 1(a)所示,含裂缝结构体划分为有限个多边形单元。在多边形单元的边上可以插入任意多的节点来提高精度^[10,11],并且由于没有对边数的限制,初始网格的划分和裂缝扩展时局部网格的重剖分将十分灵活^[12]。在比例边界有限元的分析框架中,所有多边形单元均使用局部比例边界坐标 (ξ, η) 描述求解区域,如图 1(b)所示包含裂尖的多边形单元,其径向坐标 ξ 从 0 变化至 1,相应的坐标点从相似中心 O 点移动至外边界^[13]。在环向上使用插值形函数 $N(\eta)$ 离散。该单元内任一点坐标和位移可表示为

$$\begin{Bmatrix} x(\xi, \eta) \\ y(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = \xi N(\eta) \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$u(\xi, \eta) = N(\eta) u(\xi) \quad (2)$$

收稿日期:2016-07-19;修改稿收到日期:2016-11-18.

基金项目:国家重点研发计划(项目编号 2016YFB0201000;
课题编号 2016YFB0201001);国家自然科学基金
委创新研究群体基金(51421064)资助项目.

作者简介:庞林(1989-),男,博士生

(E-mail: panglin1989@hotmail.com);

林皋(1929-),男,教授,中国科学院院士.

式中 x 和 y 是坐标原点位于该多边形单元相似中心的局部坐标。利用虚功原理,在环向对偏微分形式的平衡方程弱化可得到控制方程:

$$\mathbf{E}_0 \xi^2 \mathbf{u}(\xi)_{,\xi\xi} + (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1^T - \mathbf{E}_1) \xi \mathbf{u}(\xi)_{,\xi} - \mathbf{E}_2 \mathbf{u}(\xi) + \omega^2 \mathbf{M}_0 \xi^2 \mathbf{u}(\xi) + \mathbf{F}(\xi) = 0 \quad (3)$$

式中 $\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ 和 $\mathbf{M}_0$ 是与材料特性和几何形状相关的系数矩阵, ω 为振动频率, $\mathbf{F}(\xi)$ 为荷载向量。进而可求得凝聚在该多边形单元边界上的刚度阵和质量阵^[14]。为考虑结构-库水-地基相互作用的影响,将大坝-库水相互作用力 $\mathbf{r}_{w,n}$ 写为坝-库水界面上的位移与相应的单位加速度脉冲响应函数 $\mathbf{S}_w$ 的卷积积分形式;将大坝-地基相互作用力 $\mathbf{r}_{b,n}$ 写为坝-地基界面上的位移与相应的单位加速度脉冲响应函数的卷积积分形式^[7],并添加到动力方程中。

$$\mathbf{r}_{w,n} = \mathbf{T} \int_0^{t_n} \mathbf{S}_w(t_n - \tau) \ddot{\mathbf{u}}_w(\tau) d\tau = -\mathbf{M}_{ww}^0 \ddot{\mathbf{u}}_{w,n} + \mathbf{f}_w \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{b,n} = \int_0^{t_n} \mathbf{M}_b(t_n - \tau) [\ddot{\mathbf{u}}_b(\tau) - \ddot{\mathbf{u}}_b^g(\tau)] d\tau = -\mathbf{K}_{bb}^0 \ddot{\mathbf{u}}_{b,n} + \mathbf{f}_b \quad (5)$$

式中 $\mathbf{T}$ 是动水压力和节点力的转换矩阵。 t_n 表示当前步的求解时刻, $\mathbf{f}_w$ 和 $\mathbf{f}_b$ 是与当前计算步相关的相互作用力, $\mathbf{M}_{ww}^0$ 和 $\mathbf{K}_{bb}^0$ 是考虑动力相互作用时修正动力方程的质量与刚度矩阵。

3 缝水压力及接触模型

在强震中,坝体内缝水压力的分布与静止情况时显著不同。不仅需要考虑裂缝面开合速度、裂缝宽度和缝水的流动状态,还需要考虑裂缝发生扩展或裂缝面快速张开时水体无法及时充满缝隙的情况。本文根据文献[8,15]的模拟缝水压力的思想,结合裂缝面接触条件,建立适用于比例边界有限元分析的离散模型如图2所示,其5个节点对和4个线单元。裂缝内水体与库水是一个整体,库水可通过上游裂缝嘴流入和流出裂缝。水体未将下游两个单元充满,因而水压力为0。无论裂缝开合,B

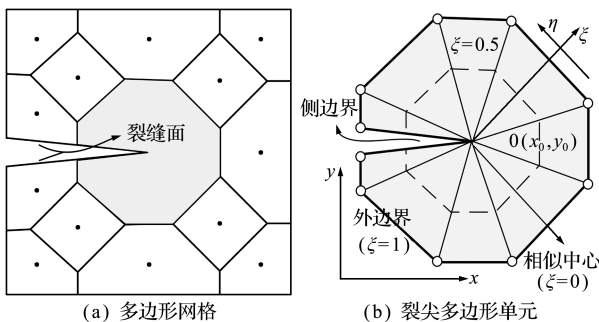


图1 比例边界有限元坐标系
Fig. 1 Coordinate system of the SBFEM

点处自上游至下游方向水压力梯度为负,因而必然有水流量 $Q_B \geq 0$ 。由于问题的复杂性,在不失精度的情况下,对实际问题进行假定,不考虑水体的可压缩性;当水压力为负值时,判定水体与裂缝面脱离。在出现水体分离的裂缝内不考虑水流的流动。脱空的体积通过缝内其他部分水体的流动来填充。换言之,裂缝中液体的填充状态根据连续性条件确定。缝内液体体积变化量与流量之间具有确定的表达式。对于充满状态,按式(7)确定;而对于脱空状态,根据假设,不考虑水体流动, $Q=0$ 。注意到混凝土裂缝粗糙,裂缝不可能完全闭合,因而假定裂缝存在最小缝隙 u_0 。AB段内任一点位移可以通过插值获得

$$u(x, t) = (x/L) u_A + (1 - x/L) u_B \quad (6)$$

由 t 时刻至 $t+dt$ 时刻缝内水体积的改变量 dV_{cr} 可推得 A 点的水流量为

$$Q_A = \frac{dV_{cr}}{dt} + Q_B = \frac{dx}{2} (\dot{u}_A + \dot{u}_B) + Q_B \quad (7)$$

可以看出当 Q_B 给定时,可以推知任意点水流量。使用无量纲的雷诺数来表征流体的流动状态:

$$Re = 2\rho Q(x, t) / \mu \quad (8)$$

式中 μ 为动力粘性系数, ρ 为水密度。当 $Re \leq 2300$ 时流体流动方式为层流,当 $Re > 2300$ 时为紊流。两种不同流动状态对应的水压力梯度也不同^[15]:

$$dp(x, t)_{laminar} = 12\mu \left\{ 1 + 8.8 \left[\frac{k}{2u(x, t)} \right]^{1.5} \right\} \frac{Q(x, t)}{u^3(x, t)} dx \quad (9)$$

$$dp(x, t)_{turbulent} = \frac{\rho}{16 \left[\log \frac{1.9}{k/2u(x, t)} \right]^2} \frac{Q^2(x, t)}{u^3(x, t)} dx \quad (10)$$

式中 裂缝的相对粗糙度 $k/2u(x, t)$ 取值范围为 $0 \sim 0.5$, 表示裂缝由光滑变至粗糙。通常混凝土骨料尺寸与拉张裂缝宽度相比较,文献[8]将其取为 0.5。显见,上游水压力 p_u (可根据坝-库水相互

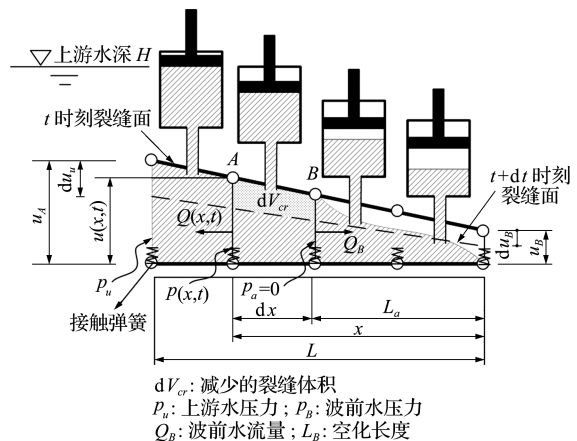


图2 缝内动水压力计算模型
Fig. 2 Dynamic model for the in-crack water pressure

作用计算结果确定)和波前水压力 p_B 通常是已知的(当下游为闭合的裂缝尖端且水体充满整个裂缝时除外,这种情况可以通过补充裂缝尖端水流量为 0 的条件来求解),两者之间应当满足:

$$p_B = p_u - \int_{L_B}^L dp(x,t)dt \tag{11}$$

由式(9,10)可以看出,水压力梯度与流量 Q 和裂缝间隙 u 有关,为使式(11)得到满足并考虑到问题的非线性,需迭代确定 Q_B 。 Q_B 的下限为 0,上限应为按式(11)求得波前水压力为负值时的流量,需要迭代试算。从本文的算例来看,使用二分法可以很快得到收敛的结果。式(11)中积分下限 L_B 通过模拟水体在缝内流动来确定。

在动力分析中,裂缝面可能会相互嵌入,此时就需要接触弹簧发挥作用,阻止裂缝间隙出现负值。为此,本文在裂纹面的节点对上插入弹簧单元来防止嵌入。该方法与罚函数法原理相同,是通过惩罚因子将接触约束条件当作惩罚项加到系统的总泛函中,再对总泛函求极小,得到平衡方程。其附加的刚度阵 K_{eq} 表示为

$$K_{eq} = \begin{bmatrix} n_s^2 & n_s n_n & -n_s^2 & -n_s n_n \\ n_s n_n & n_n^2 & -n_s n_n & -n_n^2 \\ -n_s^2 & -n_s n_n & n_s^2 & n_s n_n \\ -n_s n_n & -n_n^2 & n_s n_n & n_n^2 \end{bmatrix} k A_{eq} \tag{12}$$

式中 n_s 和 n_n 分别为裂缝面切向和法向的单位向量, A_{eq} 为该节点对有效控制面积。刚度系数 k 是迭代变量,初值为 $k = 10^8$ 。当裂缝嵌入不满足收敛条件(本文取为 0.1 mm)时,调大刚度系数,直至满足精度要求。

4 考虑空化的缝水压力模型验证

假设一条 45 m 长的贯穿裂缝,其上下游作用的水头分别为 50 m 和 0 m。上游裂缝嘴宽 0.1 m,下游裂缝嘴宽 0.05 m。考虑下游裂缝嘴开合速度为 $\dot{u}_d = 0$ m/s,上游裂缝嘴开合速度分别为 $\dot{u}_u = 0.10$ m/s, $\dot{u}_u = 0$ m/s 和 $\dot{u}_u = -0.10$ m/s 的三种情况。将该裂缝离散为 0.1 m 等长的线单元,按照第 3 节的计算思路分析得到如图 3 所示的水压力分布,与 Pekau 等^[15] 积分计算得到的结果相一致。可以看出,张开、静止和闭合状态下的裂缝水压力分布显著不同,计算水压力曲线与坐标轴围成的面积得到三种情况下的浮托力分别为 1.2 MN, 14.7 MN 和 146.9 MN,张开模态下的浮托力仅为闭合模态时的 8.2%。裂缝面快速地开合导致水体不能及时排出,是造成巨大差异的原因,将动水

压力简化为线性或常数分布显然是不合理的,这将显著影响裂缝扩展的过程。

5 数值算例

本文通过模拟印度的 Koyna 坝裂缝扩展过程,分析缝水压力(含空化现象)及裂缝接触对结果的影响。Koyna 坝坝高 130 m,在 60 m 处预制 1 m 长的水平裂缝。计算网格及输入地震波如图 4 所示,共使用 718 个多边形和 1668 个节点。混凝土弹性模量 $E = 25$ GPa;泊松比 $\lambda = 0.2$,密度 $\rho = 2450$ kg/m³ 和断裂韧度 $K_{ID} = 2$ MPa·m^{1/2}。计算扩展步长取为 0.5 m,采用最大环向拉应力扩展准则^[5]。动力计算步长为 0.01 s,瑞利阻尼比假设为 5%,库底反射系数取为 0.75,声速 $c = 1440$ m/s。缝水压力模型中,裂缝面受混凝土骨料的影响无法完全闭合,需要假定最小的空隙^[15],该文献讨论了最小空隙(50 mm 和 75 mm)对震中扬压力及重力坝坝基残余位移(坝基存在贯穿裂缝)的影响。考虑到本文研究的并非贯穿裂缝,裂缝开度较小,因而取为 30 mm^①(约为骨料最大粒径的 50%)。考虑 3 种计算模型的组合,列入表 1。

对比图 5 中三种组合模型计算得到的裂缝嘴张开位移时程可以看出,本文采用的接触模型能够有效防止嵌入。在模型 1 中,当计算至 4.05 s 时(裂缝已扩展至 10 m),坝头与坝身连接面积已减小较多,受自重影响裂缝面出现较大的嵌入。图 6

表 1 计算模型表
Tab. 1 Analyzed cases

模型 1	模型 2	模型 3
不考虑接触	考虑接触	考虑接触
常数分布的 缝水压力	常数分布的 缝水压力	动缝水压力模型 (含空化)

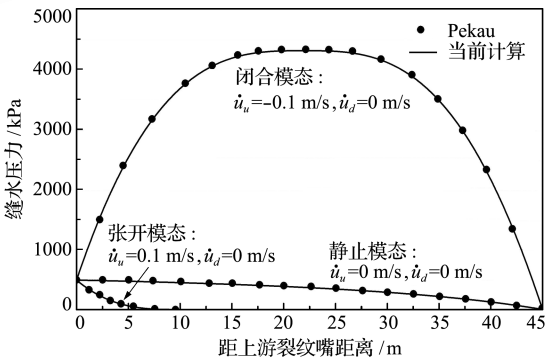


图 3 本文分析得到的水压力与 Pekau^[15]结果对比
Fig. 3 Comparison of analyzed water pressure and the results from Pekau^[15]

① 相关的实验资料尚不完善,需要进一步研究以更合理取值。

给出了三种计算组合最终的裂缝扩展路径及裂缝开裂过程。可以看出,未考虑接触的计算模型1在4.05 s前与考虑接触的计算模型裂缝发展过程基本相同,因坝头较大的惯性,在之后的地震作用中裂缝面几乎一直为嵌入状态,裂缝尖端处于受压的状态,这影响了裂缝进一步扩展(本文未考虑混凝土压裂的可能)。相较于考虑接触的计算模型,模型1最终裂缝扩展的长度最短。

模型2和模型3的差别在于是否按照本文所述的模型计算缝水压力的分布。图7给出了2个典型时刻的缝内水压力分布。在 $t=4.05$ s时刻,

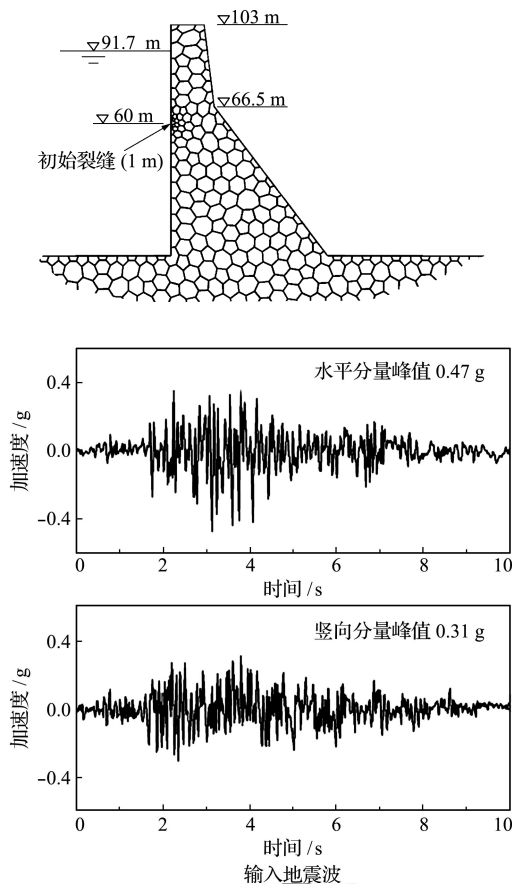


图4 Koyna 坝的比例边界多边形模型

Fig. 4 Scaled boundary polygons for the Koyna dam

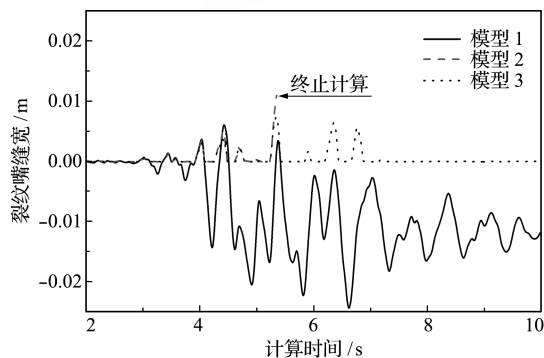


图5 裂缝嘴张开位移时程

Fig. 5 Crack mouth opening displacement histories

模型2和模型3中裂缝均已扩展至10 m,裂缝处于张开的模态。在模型3中由于水体未来得及充满空隙,6 m~10 m的裂缝段(包含裂尖)没有水压力。计算得到的总浮托力为2136 kN,与按照常压力分布(模型2)计算得到的4031 kN的浮托力相比,减小了约47%。这使得两种模型计算结果开始出现分歧,即按照常压力分布的模型2发生了裂缝扩展,而模型3未扩展。而在 $t=4.45$ s时刻,模型2和模型3中裂缝分别扩展至14.5 m和12.5 m。裂缝正处于闭合模态,按照两种模型算

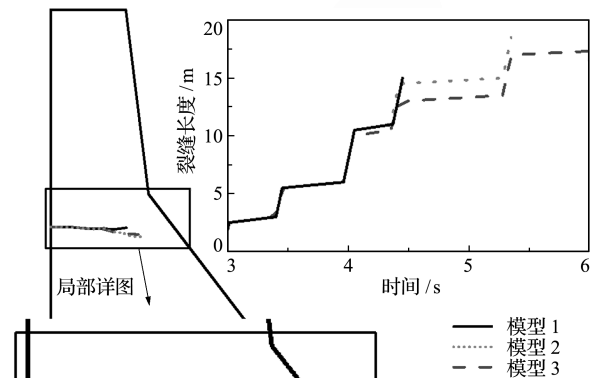


图6 预测的 Koyna 大坝裂缝路径

Fig. 6 Predicted crack propagation path of Koyna dam

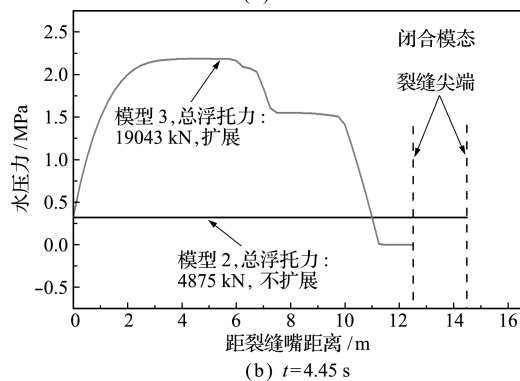
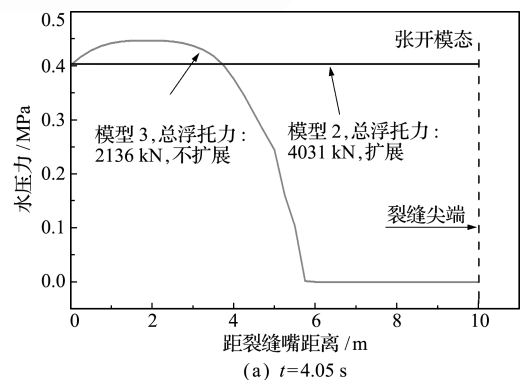


图7 缝内水压力分布

Fig. 7 Distribution of water pressure in the crack

得的浮托力分别为 4875 kN 和 19043 kN,模型 3 中浮托力约为模型 2 的 2.9 倍。该时刻,模型 2 未扩展,而模型 3 发生扩展。从最终结果来看,模型 2 裂缝扩展长度略大于模型 3。

6 结 论

本文采用比例边界有限元法模拟裂缝扩展过程,该模型能够考虑相互作用、裂缝面接触和缝水压力的影响。特别是本文采用的缝水压力模型除了能考虑裂缝面开合速度、缝隙宽度和水流形态影响以外,还基于连续性条件模拟了缝内水体空化和流动的过程,能够更加合理地分析缝水压力分布及其对裂缝扩展的影响。通过对 Koyna 坝的裂缝扩展分析得到如下结论。在裂缝扩展初期,裂缝面接触及缝水压力影响不大,裂缝发展情况相似。但当扩展到一定程度以后,这两个因素都对结果产生了不可忽略的影响。本文采用的接触单元模型能够有效防止裂缝面互嵌,与不考虑接触的模型相比,其震损情况更为严重。缝水压力对裂缝扩展的影响较为复杂,一方面在裂缝面张开状态下,缝水压力减小了裂缝扩展的可能性;另一方面在裂缝面快速闭合的情况下,缝水因来不及流出而产生较大的压力,起到类似于楔块的作用,可能使裂缝发生新的扩展。

参考文献(References):

- [1] Pekau O A, Feng L, Zhang C. Seismic fracture of koyna dam; case study[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1995, **24**(1): 15-33.
- [2] Calayir Y, Karaton M. Seismic fracture analysis of concrete gravity dams including dam-reservoir interaction [J]. *Computers & Structures*, 2005, **83**(19): 1595-1606.
- [3] Hariri-Ardebili M A, Kianoush M R. Seismic analysis of a coupled dam-reservoir-foundation system considering pressure effects at opened joints[J]. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2015, **11**(7): 833-850.
- [4] 沈振中,张鑫,孙粤琳.岩体水力劈裂的应力-渗流-损伤耦合模型研究[J]. *计算力学学报*, 2009, **26**(4): 523-528. (SHEN Zhen-zhong, ZHANG Xin, SUN Yue-lin. Research on stress-seepage-damage coupling model of hydraulic fracturing for rock mass [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(4): 523-528. (in Chinese))
- [5] 施明光,徐艳杰,钟红,等.基于多边形比例边界有限元的复合材料裂纹扩展模拟[J]. *工程力学*, 2014, **31**(7): 1-7. (SHI Ming-guang, XU Yan-jie, ZHONG Hong, et al. Modelling of crack propagation for composite materials based on polygon scaled boundary finite elements [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, **31**(7): 1-7. (in Chinese))
- [6] 暴艳利,钟红,林皋.基于多边形比例边界有限元的重力坝地震断裂模拟[J]. *水电能源科学*, 2015, **33**(4): 72-75. (BAO Yan-li, ZHONG Hong, LIN Gao. Seismic fracture simulation of gravity dam based on polygon scaled boundary finite elements [J]. *Water Resources and Power*, 2015, **33**(4): 72-75. (in Chinese))
- [7] Lin G, Zhang Y, Wang Y, et al. A time-domain coupled isogeometric and scaled boundary isogeometric approach for earthquake response analysis of dam-reservoir-foundation system[A]. *15th World Conference on Earthquake Engineering*[C]. Lisbon, 2012.
- [8] Javanmardi F, Léger P, Tinawi R. Seismic water pressure in cracked concrete gravity dams; experimental study and theoretical modeling[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2005, **131**(1): 139-150.
- [9] 王满生,周锡元,胡聿贤.桩土动力分析中接触模型的研究[J]. *岩土工程学报*, 2005, **27**(6): 616-620. (WANG Man-sheng, ZHOU Xi-yuan, HU Yu-xian. Studies on contact model of soil-pile dynamic interaction [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, **27**(6): 616-620. (in Chinese))
- [10] Lin G, Pang L, Hu Z, et al. Improving accuracy and efficiency of stress analysis using scaled boundary finite elements[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2016, **67**: 26-42.
- [11] 林皋,庞林.大坝结构静动力分析的精细化模型[J]. *地震研究*, 2016, **39**(1): 1-9. (LIN Gao, PANG Lin. Model refinement for static and dynamic analysis for dam structures [J]. *Journal of Seismological Research*, 2016, **39**(1): 1-9. (in Chinese))
- [12] Ooi E T, Song C M, Tin-Loi F, et al. Automatic modelling of cohesive crack propagation in concrete using polygon scaled boundary finite elements[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, **93**: 13-33.
- [13] Song C, Wolf J P. The scaled boundary finite-element method—a primer: solution procedures [J]. *Computers & Structures*, 2000, **78**(1): 211-225.
- [14] Ooi E T, Natarajan S, Song C, et al. Dynamic fracture simulations using the scaled boundary finite element method on hybrid polygon-quadtrees meshes [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, **90**: 154-164.
- [15] Pekau O A, Zhu X. Effect of seismic uplift pressure on the behavior of concrete gravity dams with a penetrated crack[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2008, **134**(11): 991-999.

Effects of in-crack water pressure and contact condition of crack surface on crack propagation in gravity dams

PANG Lin^{*1,2}, LIN Gao^{1,2}

(1. State key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Institute of Earthquake Engineering, School of Hydraulic Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The polygon scaled boundary finite element method (polygon SBFEM) is used to simulate the crack propagation process of a gravity dam, including the effects of dam-reservoir-foundation interaction, contact condition of crack surfaces and in-crack water pressure. The contact model can prevent penetration of crack surface effectively. Concerning the distribution of in-crack water pressure, the aperture of the assumed rigid crack wall, the opening/closing velocity and the fluid state, i. e., laminar flow or turbulent flow are considered. Furthermore, the cavitation and flow of the in-crack water are simulated based on the condition of continuity. The crack propagation process of the Koyna dam is analyzed to investigate the effects of contact condition of crack surface and in-crack water pressure. According to the results, the damage is increased when the contact condition is considered. Compared with the case of constant water pressure, the real distribution of water pressure has complicated influence on the results. When the crack is opening, the possibility of crack propagation is decreased, or, conversely, the possibility of crack propagation is increased, when the crack is closing.

Key words: crack propagation; contact problem; in-crack water pressure; polygon element; scaled boundary finite element

引用本文/Cite this paper:

庞 林, 林 皋. 缝水压力和裂缝面接触条件对重力坝裂缝扩展影响[J]. 计算力学学报, 2017, 34(5): 535-540.

PANG Lin, LIN Gao. Effects of in-crack water pressure and contact condition of crack surface on crack propagation in gravity dams[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, 34(5): 535-540.