

基于非重叠 Mortar 方法的比例边界等几何分析

薛冰寒^{*1,2}, 林 皋^{1,2}, 胡志强^{1,2}

(1. 大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 大连 116024;

2. 大连理工大学 建设工程学部 水利工程学院, 工程抗震研究所, 大连 116024)

摘 要:在比例边界等几何分析的建模剖分过程中会出现交界面网格非匹配现象, 给计算分析带来困难。为了能够处理此类问题, 提出了基于非重叠 Mortar 方法的比例边界等几何分析。该方法能在将全域分解为若干子域时, 针对每个子域分别建模和剖分网格, 交界面网格无需逐点匹配; 采用交叉点修正的非均匀有理 B-样条基函数构造 Lagrange 乘子空间, 子域交界面连续条件可通过 Mortar 条件满足; 并根据交界面连续条件进行自由度凝聚, 得到对称正定的系数矩阵, 可直接求解。分片试验、U 形结构和半无限空间上的柔性基础等数值算例验证了本文方法的有效性, 计算精度满足要求。

关键词:比例边界等几何分析; Mortar 方法; 非均匀有理 B 样条; 非匹配网格

中图分类号:O302

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2017)04-0447-06

1 引 言

比例边界等几何分析^[1] SBIGA (Scaled Boundary Isogeometric Analysis) 是一种将等几何分析^[2] IGA (Isogeometric Analysis) 与比例边界有限元^[3,4] SBFEM (Scaled Boundary Finite Element Method) 耦合的新型数值方法。SBIGA 继承了 IGA 与 SBFEM 的优点, 其计算模型直接由 CAD 导出, 避免了计算模型与几何模型之间的误差, 实现了 CAE 与 CAD 的无缝衔接; 通过引入比例坐标变换, 仅需对环向边界进行等几何离散, 使空间维度降低一维, 减小了计算量。SBIGA 属于一种半解析的数值方法, 即具有环向解属于数值解, 径向解具有解析的特点。目前, SBIGA 已成功地解决了弹性静力学^[5]、波导本征^[6]、断裂^[7]以及接触^[8]等工程问题。

在 SBIGA 中, 相似中心的选取应满足特定的要求, 即在计算域中从相似中心到边界上各点都是可见的(可直接连线)。这一要求在所有凸多边形和大部分凹多边形中均可自动满足, 当相似要求无法得到满足时, 则需要将区域划分为多个满足相似要求的子域, 子域之间采用协调网格相连, 需要控制点之间重合, 不利于局部细分。另一方面, 在

SBIGA 中的计算模型由 CAD 模型导出获得, 在 CAD 中采用非均匀有理 B-样条 NURBS (Non-uniform Rational B-spline), 对于复杂结构无法采用单一面片进行描述, 往往采用多面片进行描述, NURBS 单元在面片交界面处会出现不匹配现象^[9], 给计算分析带来了一定的困难。

Mortar 方法是 Bernardi^[10]提出的一种非协调区域分解算法, 其适用范围较广, 可解决泛函非协调、重叠非协调及几何非协调问题, 还可处理不同数值方法在不同子域上的耦合问题。Mortar 方法的核心思想是在子域交接面上构建 Mortar 离散空间去逼近原问题的函数空间。Mortar 方法可将全域分解为若干子域, 各子域独立建模和剖分网格, 对于复杂结构, 该方法能够降低建模复杂性和剖分难度^[11]。目前, Mortar 方法已用于接触^[12,13]、并行计算^[14]和等几何分析^[15-17]等领域。

Mortar 方法分为重叠 Mortar 方法^[18]和非重叠 Mortar 方法^[19]两种, 本文使用的是非重叠 Mortar 方法, 即子域网格之间不存在重叠的部分, 仅在公共边界处非匹配。针对比例边界等几何分析方法, 为了解决交界面网格不匹配时存在的问题, 本文提出基于非重叠 Mortar 方法的比例边界等几何方法, 并以静力学问题为例讨论了本文方法的精确度及有效性。

2 Mortar 方法基本方程

对于弹性静力学问题, 其控制方程可写为

收稿日期: 2016-05-16; 修改稿收到日期: 2016-09-11.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51138001)资助项目.

作者简介: 薛冰寒* (1991-), 男, 博士生

(E-mail: xuebinghan@mail.dlut.edu.cn);

林 皋 (1929-), 男, 教授, 中国科学院院士.

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} + f_j &= 0 \quad \text{in } \Omega \\ u_i &= \bar{u}_i \quad \text{on } \Gamma_D \\ \sigma_{ij,j} n_j &= \bar{T}_i \quad \text{on } \Gamma_N\end{aligned}\quad (1)$$

式中 $f, \bar{u}$ 和 $\bar{T}$ 分别为给定的体力、位移和边界应力条件, $\mathbf{n}$ 为边界外法向向量, Ω 为求解域, Γ_D 和 Γ_N 分别表示 Dirichlet 和 Neumann 边界。

如图 1 所示, 将求解域 Ω 分解为 K 个非重叠的几何协调子域 Ω_k , 子域之间应满足如下的拓扑关系,

$$\begin{aligned}\bar{\Omega} &= \bigcup_{k=1}^K \bar{\Omega}_k \\ \Omega_k \cap \Omega_l &= \emptyset \\ \bar{\Omega}_k \cap \bar{\Omega}_l &= \Gamma_{kl} \quad (k \neq l) \\ \bar{\Omega}_k &= \Omega_k \cup \partial\Omega_k\end{aligned}\quad (2)$$

式中 Ω_k 为第 k 个子域的内部, $\partial\Omega_k$ 为第 k 个子域的边界, Γ_{kl} 为子域 Ω_k 和 Ω_l 的公共内边界, 即界面。所有界面组成区域分解的框架 S , 如图 1 粗实线所示。

$$S = \bigcup_{i=1}^N \Gamma_i \quad (4)$$

式中 N 为界面的个数。在框架 S 上可根据规则选定非 Mortar 边 Γ^s (图 1 虚线) 和 Mortar 边 Γ^m (图 1 点划线)。

对每一个子域 Ω_k 引入试探函数空间:

$$H_*^1(\Omega_k) = \{v_k \in H^1(\Omega_k), v_k|_{\partial\Omega_k \cap \partial\Omega} = \bar{u}_i\} \quad (5)$$

式中 $H^1(\Omega)$ 为 Sobolev 空间。

方程(1)的变分形式, 即弱形式可写为, 寻找 $u_i \in H_*^1(\Omega)$, 使下式成立。

$$a(u_i, v_i) = l(v_i) \quad (6)$$

$$\text{式中 } a(u_i, v_i) = \sum_{k=1}^K \int_{\Omega_k} \epsilon_{ij}(v_i) \sigma_{ij}(u_i) d\Omega$$

$$l(v_i) = \sum_{k=1}^K \int_{\Omega_k} v_i f_i d\Omega + \sum_{k=1}^K \int_{\Gamma_N} v_i \bar{T}_i d\Gamma \quad (7)$$

Mortar 方法的实质是在界面采用 Lagrange 乘子施加弱约束, 以满足界面的连续条件。在 Mortar 方法中通常将原问题的离散弱形式(6)转

换为鞍点问题, 即寻找 $(u_h, \lambda_h) \in V_h \times M_h$, 使下式成立

$$\begin{aligned}a(u_h, v_h) + b(v_h, \lambda_h) &= l(v_h) \quad (v_h \in V_h) \\ b(u_h, \mu_h) &= 0 \quad (\mu_h \in M_h)\end{aligned}\quad (8)$$

式中 $b(u, \mu) = \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_i} [u]_i \mu d\Gamma$, $[u]_i$ 表示位移函数在界面 Γ_i 上的跳跃, V_h 和 M_h 分别是求解域 Ω 上的近似空间和框架 S 非 Mortar 边的 Lagrange 乘子空间, μ_h 为 Lagrange 乘子的逼近解。

3 SBIGA 离散及求解

3.1 SBIGA 离散

为了简便起见, 本文仅讨论分解为两个子域 $\Omega_i (i=1, 2)$ 的情形。使用传统 SBIGA 方法对区域进行分解时, 在界面处的网格节点必须一一对应, 即网格协调, 如图 2(a) 所示。而本文提出的方法对不同子域可独立进行建模和剖分, 片面之间不需满足特定的关系, 如图 2(b) 所示。

如图 2(b) 所示, 选取满足相似要求的点 O_1 和 O_2 作为子域 Ω_1 和 Ω_2 的相似中心, 以相似中心为原点建立比例边界等几何坐标系 (ξ, η) 。环向坐标 η 张成外边界的 NURBS 参数空间, 径向坐标 ξ 是无量纲的比例坐标, 表示外边界的缩放因子。当径向坐标 ξ 从 1 缩放到 0, 则外边界扫描形成有限域; 当径向坐标 ξ 从 1 缩放到 ∞ , 则外边界扫描形成无限域。

经过比例边界坐标变换, 将外边界进行等几何离散, 根据等参概念, 界面处的离散位移函数 u_{hi} 可表示为

$$u_{hi} = \sum_{j=1}^{ni} R_i^j(\eta) u_i^j(\xi=1) \quad (i=1, 2) \quad (9)$$

式中 $R(\eta)$ 为 NURBS 基函数, η 为界面参数坐标, $u(\xi=1)$ 为界面处的控制点位移。

在界面上非 Mortar 边的离散 Lagrange 乘子表示如下。

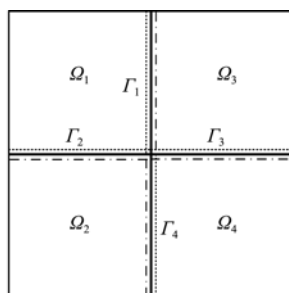


图 1 区域分解示意图

Fig. 1 Sketch of the whole domain decomposition

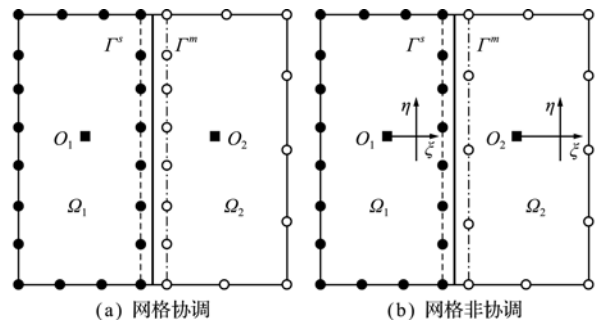


图 2 SBIGA 离散示意图

Fig. 2 Sketch of the SBIGA discretization

$$\mu_h = \sum_{j=1}^{nl} \hat{R}^j \mu^j \quad (10)$$

采用交叉点 $(\partial\Gamma_i \cap \partial\Gamma_j, i \neq j) \cup (\partial\Gamma_i \cap \partial\Omega)$ 修正的 NURBS 基函数^[16]作为 Lagrange 乘子基函数,该基函数可满足 inf-sup 条件,并可获得最优收敛阶(p 阶):

$$\hat{R}_i^p(\eta) = \begin{cases} R_i^p(\eta) + \alpha_i R_1^p(\eta) & (i \in \{2, \dots, p+1\}) \\ R_i^p(\eta) & (i \in \{p+2, \dots, n-p-1\}) \\ R_i^p(\eta) + \beta_i R_n^p(\eta) & (i \in \{n-p, \dots, n-1\}) \end{cases} \quad (11)$$

式中 p 为基函数的阶数, n 为非 Mortar 边的 NURBS 基函数个数。

$$\alpha_i = -R_i^{(p)}(\eta)/R_1^{(p)}(\eta) \quad (\eta \in (0, \eta_e))$$

$$\beta_i = -R_i^{(p)}(\eta)/R_n^{(p)}(\eta) \quad (\eta \in (\eta_{e-1}, 1)) \quad (12)$$

区间 $(0, \eta_e)$ 和 $(\eta_{e-1}, 1)$ 为交叉点所属的 NURBS 单元。

将式(9,10)代入式(8)可得

$$\begin{bmatrix} K_S & 0 & G_S^T \\ 0 & K_M & G_M^T \\ G_S & G_M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_S \\ u_M \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \\ F_M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中 K_S 和 K_M 分别为非 Mortar 侧和 Mortar 侧的区域边界刚度矩阵, F_S 和 F_M 分别为非 Mortar 侧和 Mortar 侧的区域边界荷载矩阵, K 和 F 的详细推导过程参考文献[1]。 G_S 和 G_M 为交界面的 Mortar 连续条件矩阵,其形式为

$$\begin{aligned} G_S &= \int_{\Gamma} \hat{R}(\eta_S) R_S(\eta_S) d\Gamma \\ G_M &= - \int_{\Gamma} \hat{R}(\eta_S) R_M(\eta_M) d\Gamma \end{aligned} \quad (14)$$

3.2 边界自由度凝聚

子域 Ω_k 上的位移函数可分为两部分:

$$u_k = \begin{bmatrix} u_{kI} \\ u_{kB} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中 u_{kI} 为与交界面无关的控制点位移, u_{kB} 为交界面相关的控制点位移。

根据交界面连续条件,非 Mortar 边的控制点位移 u_{SB} 可由 Mortar 边的控制点位移 u_{MB} 表示

$$u_{SB} = (Q_S)^{-1} Q_M u_{MB} = M u_{MB} \quad (16)$$

式中 Q_S 和 Q_M 分别为 G_S 和 G_M 中与交界面相关项,即非 0 项。

由式(15,16),可将系统未知量 u 写为

$$\begin{bmatrix} u_S \\ u_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{SI} \\ u_{SB} \\ u_{MI} \\ u_{MB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{SI} \\ u_{MI} \\ u_{MB} \end{bmatrix} \quad (17)$$

根据式(17),式(13)可写为

$$\begin{bmatrix} K_{SI} & K_{SIB}M & 0 \\ M^T K_{SBI} & M^T K_{SB}M + K_{MB} & K_{MBI} \\ 0 & K_{MIB} & K_{MI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{SI} \\ u_{MB} \\ u_{MI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{SI} \\ M^T F_{SB} + F_{MB} \\ F_{MI} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(18)为边界自由度凝聚之后的系统方程,其系数矩阵为对称正定稀疏矩阵,可采用常规方法求解。

4 数值算例

4.1 分片试验

为了验证本文算法的收敛性,选择如图 3 所示的分片试验进行分析。子域 Ω_1 和 Ω_2 分别由两个二阶 NURBS 单片进行建模,几何尺寸及边界条件如图 3 所示,材料参数相同:弹性模量 $E=1$ Pa,泊松比 $\nu=0.3$ 。选取 O_1 和 O_2 分别为子域 Ω_1 和 Ω_2 的相似中心。子域 Ω_1 划分较密的网格,子域 Ω_2 划分较粗的网格。模型 1 中,子域 Ω_1 设定为非 Mortar 侧,子域 Ω_2 设定为 Mortar 边;模型 2 中,子域 Ω_1 设定为 Mortar 侧,子域 Ω_2 设定为非 Mortar 边。

图 4 和图 5 为分别采用模型 1 和模型 2 计算得到的 X 和 Y 向应力分布云图。从图 5 可以看出,由模型 1 和模型 2 计算得到的交界面 Y 向应力值与所施加的外荷载值相近,因此该方法可通过分片试验。从图 4 和图 5 可以看出,采用模型 1 得到的 X 和 Y 向应力与模型 2 相比,在交界面处震荡范围较小。模型 1 得到的 X 和 Y 向应力震荡范围分别在 0.20% 和 0.42% 以内,模型 2 得到的 X 和 Y 向应力震荡范围分别在 0.89% 和 2.07% 以内。因此将网格较密的一侧设置为非 Mortar 侧,可以较好地通过分片试验。

4.2 有限域问题

有限域问题的几何尺寸及边界条件如图 6 所示,材料参数为弹性模量 $E=1$ Pa,泊松比 $\nu=0.3$ 。如果在结构全域中布置一个相似中心 O ,如图 6(a)

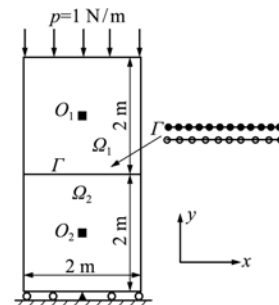


图 3 分片试验模型

Fig. 3 Model of patch test

所示,存在不可见区域,无法满足相似要求,因此必须将全域 Ω 分为 Ω_1 和 Ω_2 两个子域分别进行建模和剖分, O_1 和 O_2 分别为子域 Ω_1 和 Ω_2 的相似中心,如图 6(b)所示。子域 Ω_1 划分较密的网格作为非 Mortar 侧,子域 Ω_2 作为 Mortar 侧。为了验证本文算法的正确性,采用商业化软件 ANSYS 的计算结果作为参考解,ANSYS 采用 Plane82 单元,并划分较密的网格(共 2261 个结点)。

图 7 和图 8 为本文算法与软件 ANSYS 计算的 X 和 Y 向位移分布对比。可以看出,本文算法计算的位移分布与 ANSYS 计算的位移分布基

本一致。

4.3 无限域问题

为了验证本文算法处理无限域问题时的有效性,选取如图 9(a)所示的半无限空间上的柔性圆形基础问题进行分析。柔性圆形基础上作用有竖直向下的均布力,半无限空间的材料参数为,弹性模量 $E=1 \text{ Pa}$,泊松比 $\nu=0.3$ 。如图 9(b)所示,取半无限空间的右侧进行分析,并分解为有限域 Ω_1 和无限域 Ω_2 , O_1 和 O_2 分别为子域 Ω_1 和 Ω_2 的相似中心。对子域 Ω_1 和 Ω_2 进行 h 细分,根据细分次数可获得如表 1 所示的不同计算网格。

该问题具有解析解,柔性圆形基础中心点的竖向位移可由式(19)获得

$$u^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)} p R \quad (19)$$

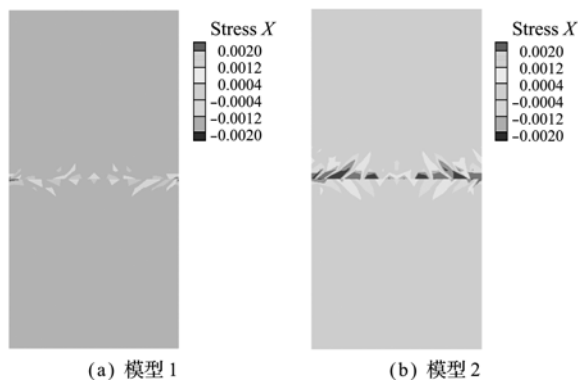


图 4 X 向应力分布

Fig. 4 Distribution of X-stress

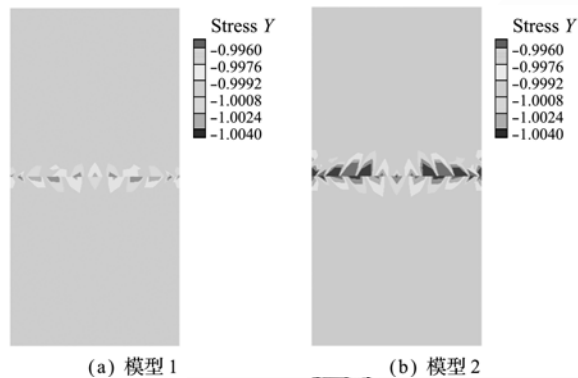


图 5 Y 向应力分布

Fig. 5 Distribution of Y-stress

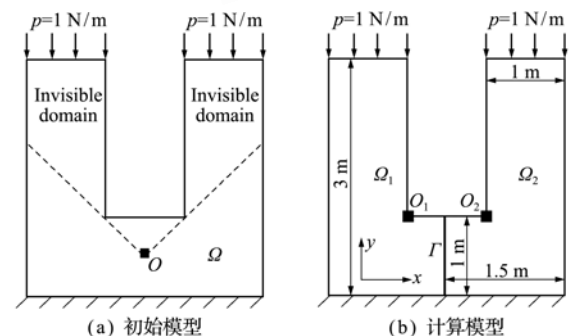


图 6 U 形结构

Fig. 6 Model of U-shape

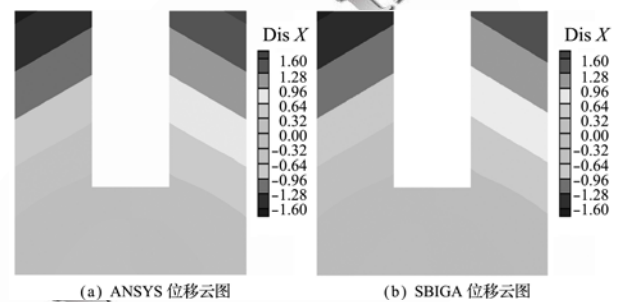


图 7 X 向位移分布

Fig. 7 Distribution of X-displacement

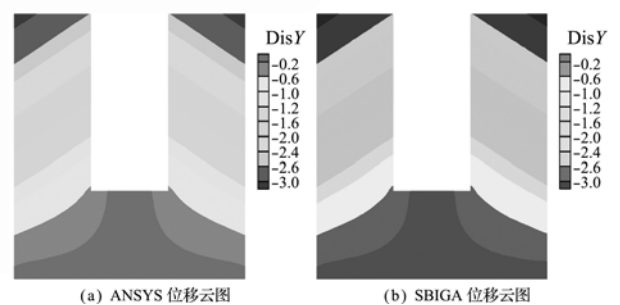


图 8 Y 向位移分布

Fig. 8 Distribution of Y-displacement

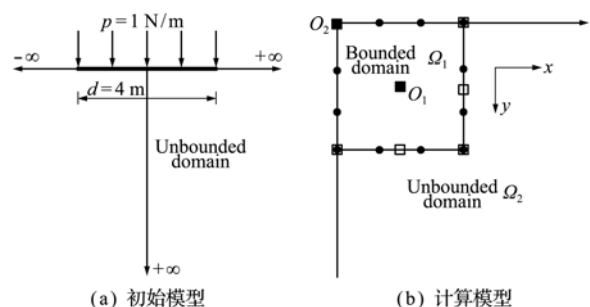


图 9 半无限空间上的圆形柔性基础

Fig. 9 Flexible circular footing on a half space

表 1 列出了不同计算网格下得到的圆形基础中心点竖向位移。由表 1 可知,本文算法的计算精度随着网格加密而提高,并且在较少的计算自由度情况下,仍可获得较高的计算精度;与协调网格相比,即计算网格 4 与计算网格 5 相比,能以较少的计算自由度获得相近的计算精度。

表 1 不同网格密度下的计算结果
Tab. 1 Results using different mesh

计算 网格	h 细分次数		计算自由度 个数	基础中心竖向 位移 u/u^*
	有限域 Ω_1	无限域 Ω_2		
1	3	2	84	0.98818
2	4	3	156	0.99418
3	5	4	300	0.99710
4	6	5	588	0.99855
5	6	6	716	0.99892

5 结 论

本文提出了基于非重叠 Mortar 方法的比例边界等几何分析方法。分片试验算例表明,该方法可通过分片试验,并且在将网格较密的一侧选做 Mortar 侧时,可降低交界面处应力的震荡;有限域和无限域算例验证了本文方法的有效性和高精度的特点。本文方法可将未知场域分解为多个子域,各个子域可分别建模和剖分网格,降低了建模复杂性和剖分难度,对某一子域进行局部细分,提高了比例边界等几何分析的灵活性。同时, Mortar 方法的并行计算潜力也为将比例边界等几何分析用于处理大规模工程问题提供了方向。

参考文献(References):

- [1] 张 勇,林 皋,胡志强,等.基于等几何分析的比例边界有限元方法[J]. 计算力学学报,2012,29(3): 433-438. (ZHANG Yong, LIN Gao, HU Zhi-qiang, et al. Scaled boundary finite element based on isogeometric analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, 29(3): 433-438(in Chinese))
- [2] Hughes T J R, Cottrell J A, Bazilevs Y. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2005, 194(39): 4135-4195.
- [3] Wolf J P, Song C. The scaled boundary finite-element method—a primer: derivations[J]. *Computers & Structures*, 2000, 78(1): 191-210.
- [4] Song C, Wolf J P. The scaled boundary finite-element method—a primer: solution procedures[J]. *Computers & Structures*, 2000, 78(1): 211-225.
- [5] Lin G, Zhang Y, Hu Z Q, et al. Scaled boundary isogeometric analysis for 2D elastostatics[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2014, 57(2): 286-300.
- [6] 张 勇,林 皋,胡志强.比例边界等几何分析方法 I:波导本征问题[J]. 力学学报,2012,44(2): 382-392. (ZHANG Yong, LIN Gao, HU Zhi-qiang. Scaled boundary isogeometric analysis and its application I: eigenvalue problem of waveguide[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(2): 382-392(in Chinese))
- [7] Natarajan S, Wang J C, Song C, et al. Isogeometric analysis enhanced by the scaled boundary finite element method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, 283: 733-762.
- [8] 薛冰寒,林 皋,胡志强,等.摩擦接触问题的比例边界等几何-B可微方程组方法[J]. 力学学报,2016,48(3): 615-623. (XUE Bing-han, LIN Gao, HU Zhi-qiang, et al. Analysis of frictional contact problems by SBIGA-BDE method[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(3): 615-623. (in Chinese))
- [9] 祝雪峰,胡 平,马正东,等.基于 FETI 的非协调等几何分析[J]. 应用数学和力学,2013,34(8): 771-781. (ZHU Xue-feng, HU Ping, MA Zheng-dong, et al. Nonconforming isogeometric analysis with FETI method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, 34(8): 771-781. (in Chinese))
- [10] Bernardi C. A new nonconforming approach to domain decomposition: the Mortar element method[J]. *Nonlinear Partial Differential Equations & Their Applications*, 1994.
- [11] 刘守豹,阮江军,彭 迎,等.非重叠 Mortar 有限元法在电磁分析中的应用[J]. 中国电机工程学报,2011, 31(24): 138-144. (LIU Shou-bao, RUAN Jiang-jun, PENG Ying, et al. Application of non-overlapping Mortar finite element method to electromagnetic analysis[J]. *Proceeding of the CSEE*, 2011, 31(24): 138-144. (in Chinese))
- [12] Puso M A, Laursen T A. A mortar segment-to-segment contact method for large deformation solid mechanics[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, 193(6): 601-629.
- [13] Puso M A, Laursen T A. A mortar segment-to-segment frictional contact method for large deformations[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, 193(45): 4891-4913.
- [14] 王 栋,阮江军,彭 迎,等.非重叠 Mortar 有限元法

- 及其并行计算在静电场问题中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2012, **32**(15): 162-169. (WANG Dong, RUAN Jiang-jun, PENG Ying, et al. Application of non-overlapping Mortar finite method and parallel computing in electrostatic problems [J]. Proceeding of the CSEE, 2012, **32**(15): 162-169. (in Chinese))
- [15] Hesch C, Betsch P. Isogeometric analysis and domain decomposition methods [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012, **213**: 104-112.
- [16] Brivadis E, Buffa A, Wohlmuth B, et al. Isogeometric Mortar methods [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, **284**: 292-319.
- [17] 祝雪峰. 复杂曲面非协调等几何分析及相关造型方法 [D]. 大连理工大学, 2012. (ZHU Xue-feng. Nonconforming Isogeometric Analysis for Geometrically Complex CAD Surfaces and Geometric Modelling [D]. Dalian University of Technology, 2012. (in Chinese))
- [18] Rapetti F. An overlapping mortar element approach to coupled magneto-mechanical problems [J]. *Mathematics & Computers in Simulation*, 2010, **80**(8): 1647-1656.
- [19] Gosselet P, Rey C. Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics [J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2006, **13**(4): 515-572.

Scaled boundary isogeometric analysis based on non-overlapping Mortar method

XUE Bing-han^{*1,2}, LIN Gao^{1,2}, HU Zhi-qiang^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Institute of Earthquake Engineering, School of Hydraulic Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In the scaled boundary isogeometric analysis, the discretization will lead to non-matching meshes across the interface. The non-matching meshes bring difficulties to the analysis and calculation. In order to handle these problems, the scaled boundary isogeometric analysis based on non-overlapping Mortar method was proposed. The full domain was decomposed into several sub-domains by this method. Sub-domains were discretized independently, so the meshes across the interface were no need to match point by point. The non-uniform rational B-spline functions with a cross point modification were employed to construct the space of Lagrange multipliers. The continuity condition across the interface was satisfied by applying the Mortar condition. The degrees of freedom were condensed according to the continuity condition of the interface led to a symmetric positive definite matrix. Numerical examples of a U-shape structure and flexible circular footing on a half-space and a patch test are presented. The numerical results validate the efficiency and accuracy of the proposed method.

Key words: scaled boundary isogeometric analysis; Mortar method; non-uniform rational B-spline; non-matching mesh

引用本文/Cite this paper:

薛冰寒, 林 皋, 胡志强. 基于非重叠 Mortar 方法的比例边界等几何分析 [J]. 计算力学学报, 2017, **34**(4): 447-452.

XUE Bing-han, LIN Gao, HU Zhi-qiang. Scaled boundary isogeometric analysis based on non-overlapping Mortar method [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(4): 447-452.