

文章编号:1007-4708(2009)05-0645-08

覆盖件冲压仿真中的网格形态优化技术

陈 涛*, 李光耀, 钟志华

(湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室,长沙 410082)

摘 要:覆盖件冲压仿真计算模型中网格密度分布的合理性与网格单元形态的优劣,对仿真结果的准确性有很大的影响。提出了一种改进的全四边形网格细分方法,使网格的密度分布适于覆盖件冲压分析计算要求,可保证细分后网格的协调性,并将算法推广以处理非结构化四边形网格和三角形四边形混合网格的细分。提出的网格细分策略,有助于提高细分后网格的质量。提出了适用于细分后四边形网格和非结构四边形网格的拓扑形态优化操作,可有效的提高网格模型的形态质量。

关键词: 网格细分;拓扑清理;四边形网格;覆盖件冲压仿真

中图分类号: TP391.72

文献标识码: A

1 引 言

汽车覆盖件的形状和特征非常复杂,成形缺陷的预测难以依靠经验。目前基于 CAE 技术的覆盖件冲压仿真分析技术,已成为主流汽车模具公司中预测成形缺陷的主要方法。冲压仿真对计算模型的网格质量结果要求很高。网格形态质量包括网格密度分布和网格拓扑质量两个方面。网格密度控制的主要手段是网格细分,评价网格细分方法优劣的指标包括:(1)网格细分方法能否保证细分后网格仍然是相容网格;(2)网格细分方法的效率;(3)细分后网格的形态质量;(4)网格细分算法的稳定性。网格拓扑形态的优劣是由网格模型内部每个节点的相邻节点数来衡量的,拓扑形态优化的目的是通过改变网格模型中的节点-单元拓扑连接关系,消除或者减少模型中的不规则节点。

本文提出了一种改进的全四边形网格细分方法,既可以使网格的密度分布适于覆盖件冲压分析计算要求,又可以保证细分后网格的协调性。提出的网格细分策略,有助于提高细分后网格的质量,并将算法推广以处理非结构化四边形网格和三角形四边形混合网格的细分。提出了网格形态优化

的拓扑清理模板,可有效的提高网格模型的形态质量。

2 改进的网格细分算法

三角形网格细分的算法比较简单,主要有长边对分法(Longest-edge bisection)^[1,2]、单元替代法(Templates)^[3]和点插入法(Point Insertion)^[4,5]等。与三角形网格细分方法相比,四边形网格细分的难点是难以保证细分后网格的相容性要求。目前广泛应用的是模板法,即通过预先定义一系列的网格细分模板,对待细分网格选择适当的模板进行网格细分操作。Schneiders^[6]提出了一种通用性较强的基于模板的结构化四边形网格细分算法,但是算法实现较复杂,并且细分后的网格质量不理想。

2.1 改进的结构化四边形网格细分算法

2.1.1 四边形网格细分问题

网格细分问题定义为,给定相容网格 M , E 和 N 分别是 M 包含的单元集和节点集,需要进行细分的网格 S 是 M 的子集, $f(s)$ 给出了网格的细分等级。将 S 中的单元按照各自的细分等级进行细分,并保证细分后的网格 M 仍然是相容网格。

四边形网格细分问题的主要难点是保证细分后网格相容性。图 1(a)的网格模型中,单元 A 需要细分成 4 个四边形单元,首先在单元的质心生成一个点,而后使用该单元 4 条边的中点产生 4 个新的四边形单元,如图 1(b)所示。由此得到的网格无法满足网格的相容性要求。引入细分过渡网格

收稿日期:2007-01-10;修改稿收到日期:2009-01-06.

基金项目:国家杰出青年基金项目(50625519),教育部长江学者和创新团队发展计划资助项目。

作者简介:陈 涛*(1978-),男,博士,讲师

(E-mail:chentao_hndx@gmail.com);

李光耀(1963-),男,教授,博士生导师;

钟志华(1962-),男,教授,博士生导师.

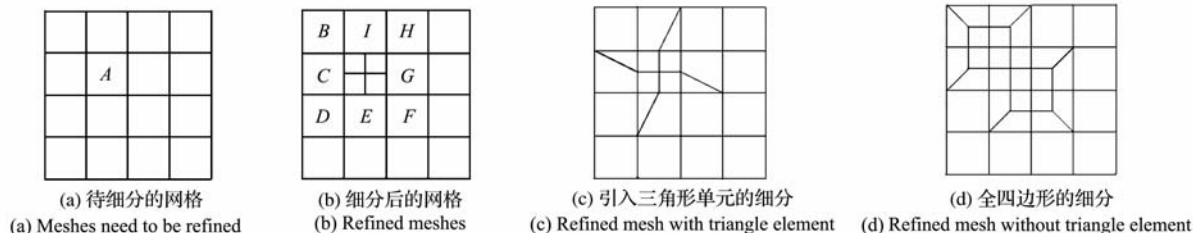


图 1 四边形网格细分的原理

Fig. 1 The principle of quadrilateral mesh refinement

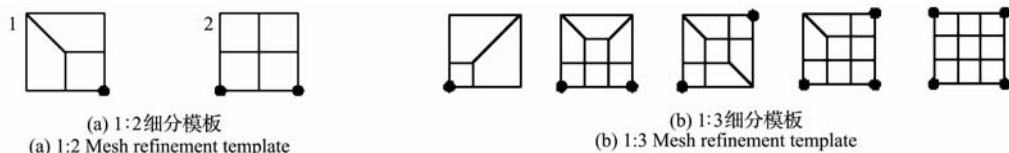


图 2 四边形网格的细分模板

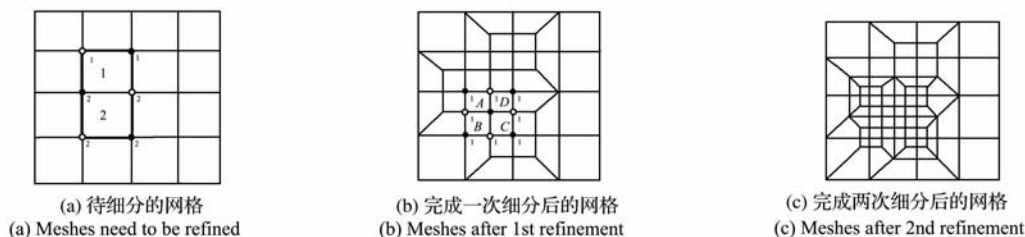


图 3 一个简单模型的网格细分过程

Fig. 3 The refinement process of a simple mesh model

可以解决这个问题。过渡网格也需要做细分处理，但它的细分模式不同于细分网格。图 1(b)所示的单元 B、C 等均是过渡网格。

第一类过渡网格是三角形单元，如图 1(c)所示。该方法的优点是过渡处理容易实现，缺点是在过渡区域存在大量的三角形单元，这对于覆盖件冲压分析是不利的。第二类过渡网格是全四边形单元，如图 1(d)所示。该方法的优点是在保证了网格相容性要求的同时，不会引入导致计算精度降低的三角形单元。但缺点是过渡区域通常要比方法一的过渡区大，过渡区域的网格质量有所下降。

2.1.2 改进的基于模板的结构化四边形

网格细分算法

基于模板的网格细分算法需要定义对应不同单元类型的模板，分为细分模板和过渡细分模板两种。常用的四边形网格细分模板有两类，1:2 细分模板和 1:3 细分模板，分别如图 2(a-b)所示。1:3 细分模板有 4 种过渡单元可选择，细分后网格相容性容易保证，缺点是过渡区域网格数量较多且单元质量较差。广泛使用的是 1:2 细分模板，1:2 细分模板中只有一种过渡模板可以使用，在处理过渡区域时，不仅要考虑当前单元的细分状态，还要参考相邻单元的细分状态，算法实现难度较大。

Schneiders^[6]提出的网格细分方法中，首先搜索出所有待细分网格区域的边界节点，并按顺时针或者逆时针的顺序排列成一个封闭链。对链上所有的节点作细分标志，分为 A 类和 B 类两种，A 类标志和 B 类标志相互间隔开。如图 3 模型中 A 类节点用实心黑点表示，B 类用空心黑点表示。根据标志位在单元上的相对位置，选择相应的细分模板。

图 3(a)所示的简单模型中，两个单元需要做细分，细分等级分别是 1 和 2。算法是先找到两个待细分单元的边界(在图中用粗黑线表示)，将边界上的六个节点间隔标记。两个待细分的单元使用完全细分模板，周围的八个单元使用过渡细分模板，第一次网格细分结果如图 3(b)所示。模型中仍有单元细分等级大于零，因此按照同样的方法进行第二次细分。完成细分操作的网格模型如图 3(c)所示。这种细分方式的优点是不论细分操作进行了多少次，完全细分操作仅对待细分单元进行，细分次数的增加只会增加过渡网格的层数，算法效率高。

当需要细分的网格区域比较复杂时，如一个复连通区域，或者模型中存在多个细分区域时，搜索出边界并将节点排序就很复杂而费时。提出一种

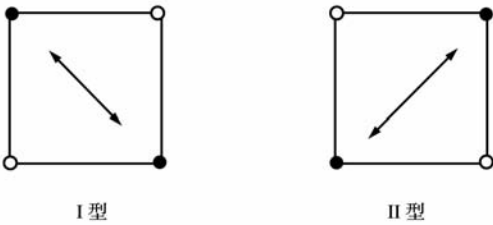


图 4 单元标志位的两种设置方式
Fig. 4 Two methods for setting refinement flags

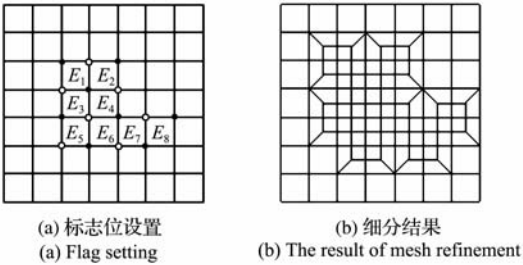


图 5 标志位的设置和网格细分
Fig. 5 Flag setting and mesh refinement

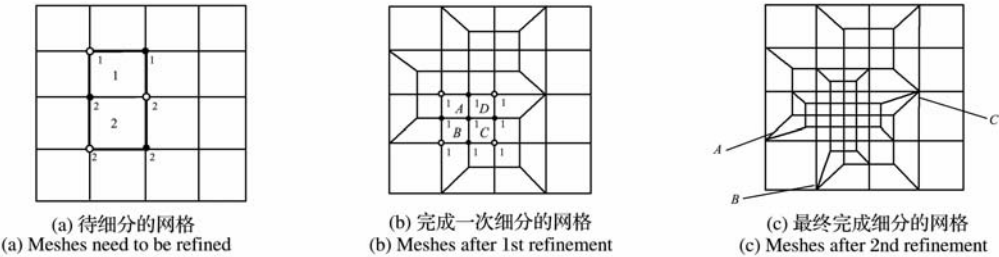


图 6 不同细分策略的选择
Fig. 6 The choice of different refinement strategies

改进的网格细分算法,不再需要搜索带细分区域的边界即可正确的设置标志位,完成网格细分操作。

定义两种节点标志位的设置为 I 型和 II 型,如图 4 所示。每个细分单元按照其中一种设置标志位。把任何一个单元的相邻单元可以分成两类:共边相邻单元和共顶点相邻单元,前者指存在共享边的两个相邻单元(例如图 3(b) 单元 A 就是单元 D 的共边相邻单元);后者指两个相邻单元没有共享边,但共用顶点(图 3(b) 单元 B 就是单元 D 的共顶点相邻单元)。在进行细分操作时,首先任选一个待细分单元 E,按照标志位设置方式 I 或者 II 设置细分标志。单元 E 的所有共边相邻单元按照与 E 相反的方式设置标志位,单元 E 的共顶点相邻单元按照与之相同的方式设置标志位。依次对所有的待细分单元设置标志位,最后按照标志位的设置状态选择细分模板,完成模型的细分操作。

按照上述方法处理图 5(a) 所示的模型,该模型中有 8 个待细分的单元,分别为 E_1 至 E_8 。假定算法首先处理单元 E_1 ,标志位的设置方式是 I 型。单元 E_2 和 E_3 是 E_1 的共边相邻单元,它们的标志位设置方式是与 E_1 相反的 II 型;单元 E_4 是 E_1 的共顶点相邻单元,标志位的设置方式为 I 型。按这种方式依次处理 E_2 、 E_3 和 E_4 的相邻单元。完整的标志位的设置结果见图 5(a)。模型完成网格细分的结果见图 5(b)。

2.1.3 网格细分策略的选择

网格细分算法会使网格质量的下降,尤其是过

渡区域的网格质量会比细分操作前差。图 3(c) 和图 6(c) 所示为对同样的模型作细分操作的结果。从结果网格的质量来看,图 3(c) 所示网格质量高,因为后者网格中标记的 A、B、C 三处单元存在很小的内角。其原因是图 6(b) 单元 B 选择了 I 型标志设置方式,使得单元 B 的四个节点中,位于细分区域边界的边(Side)位置的两个节点(左上角和右下角的节点)设置了细分标志,它们各自的两个相邻单元成为过渡细分单元;而在图 3(b) 单元 B 选择了 II 型标志设置方式,使得位于细分区域边界的角位置的节点(左下角节点)设置细分位置,该节点的三个相邻单元成为过渡细分单元。后者通过引入更多的过渡单元(3 个过渡单元),使得从细分网格到未细分网格的过渡更加平缓,防止了网格质量的急剧变化。

在网格细分时,尤其是在需要进行多次细分时,需要采取的细分策略是:优先对位于待细分区域角上的节点设置细分标志,通过引入更多的过渡单元来提高细分后网格的质量。

2.1.4 结构化网格细分算法伪代码

(1) 设置三个链表,未处理单元链表 L_1 ,完成处理的单元链表 L_2 和正在处理的单元 L_3 。对所有单元进行预处理,将每个单元 e 的相邻单元分成两类:共边相邻单元和共顶点相邻单元,把所有的单元放入 L_1 中。

(2) 在 L_1 中提取一个位于细分区域角上的待细分单元(即该单元的四个节点中至少有一个位于

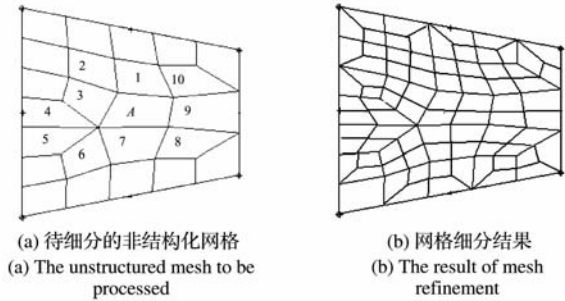


图 7 非结构化四边形网格的细分

Fig. 7 The refinement of unstructured quadrilateral mesh

细分区域角),放入 L_3 中,并从 L_1 中删除该单元。

(3) 如果链表 L_3 不为空,则

① 从 L_3 提取一个单元 E_1 ,按照细分策略,为 E_1 选择适当的细分设置方式,设置标志位。而后将 E_1 的所有共边相邻单元使用与 E_1 相反的方式设置标志位;而 E_1 的共点细分单元使用与 E_1 相同的方式设置标志位。

② 将刚处理的单元全部放入 L_3 ,并相应从 L_1 中删除。把 E_1 放入到 L_2 中。从 L_3 中删除 E_1 。返回 III。

③ 将 L_2 中所有位于细分区域内部的节点设置细分标记。

④ 如果 L_1 不为空,清空 L_3 和 L_2 ,并返回 II;否则继续。

⑤ 根据各个单元中已标记节点的数量和相对位置,按照相应的模板进行细分操作。

⑥ 结束。

2.2 网格细分算法的推广

2.2.1 非结构化网格细分算法

前文提出的结构化四边形网格细分算法,只需做部分的修改,即可以处理非结构化四边形网格的细分。图 7(a) 给出了一个简单的非结构化网格模型,模型中共有 11 个单元需要做细分。假设算法首先处理模型中的单元 A,在它的周围有四个共边单元(单元 1、3、7、8),六个共顶点单元(单元 2、4、5、6、8、10)。如果按照前面提出的细分标志位的设置方法,单元 A 周围的单元 4、5、6 都是它的共顶点相邻单元,应该按照与都使用相同的细分方式,但是这三个单元互相之间是共边相邻单元,它们的标志位设置方式应该两两相反。

无论是结构化四边形网格还是非结构化四边形网格,每个单元的共边单元的数量是固定的四个,只是后者的共顶点单元的数量可以是任意的。

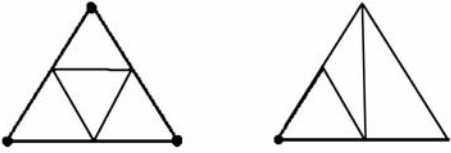


图 8 三角形单元细分模板

Fig. 8 Triangle mesh refinement templates

将结构化网格细分算法流程中的第三步做修改,即在设置相邻单元标志位的时候,只处理共边相邻单元,把它们按照与参考单元相反的方式设置标志位,而忽略对共顶点单元的处理。模型的网格细分的结果见图 7(b)。

2.2.2 混合型网格细分算法

在覆盖件冲压仿真分析中通常是以四边形单元为主,包含有少量三角形单元的混合网格模型。针对这类混合单元类型的网格模型,提出了混合型网格的细分算法。该算法以前面的全四边形网格细分算法为基础,并引入三角形网格细分模板。为了控制细分后网格中三角形网格的数量,细分遵循一个原则,即细分后单元的类型要与细分前一致。综合了点插入三角形网格细分方法和长边对分细分方法,定义两种三角形细分模板,如图 8 所示。

当三角形单元的三个节点中有两个或者两个以上节点被标记时,该单元细分为四个小三角形单元,使用图 8 中左侧的完全细分模板;如果只有一个节点被标记,单元被细分为三个三角形单元,使用图 8 中右侧的过渡细分模板。

混合网格的细分算法执行的流程与结构化网格细分算法基本相同。在做细分操作中,需要优先对所有的待细分四边形网格做细分处理,而后对待细分的三角形单元和过渡区域四边形单元做细分。

3 网格拓扑清理

网格拓扑形态的优劣是由网格模型内部每个节点的相邻节点数来衡量的(又称为节点度或者节点价)。理想三角形网格中每个内部节点的相邻节点数是 6,理想四边形网格内部节点的相邻节点数是 4。通过局部的变换操作优化节点价。常用的改善拓扑连接关系的方法有^[7,8]:节点插入和局部细分操作、边和面的交换、节点和单元的删除等。Canann^[9] 给出了比较成熟的四边形网格拓扑优化衡量的标准,以及网格优化的基本操作。通常网格拓扑清理需要结合网格光滑方法一起使用。

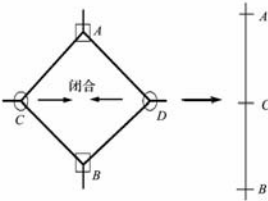


图 9 单元闭合
Fig. 9 Element close

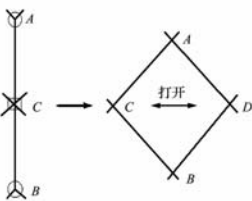


图 10 单元打开
Fig. 10 Element open

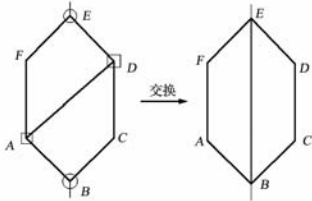


图 11 对角交换
Fig. 11 Diagonal exchange

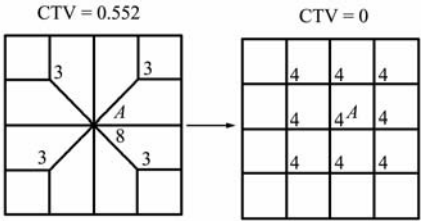


图 12 8 价节点拓扑清理
Fig. 12 Topology cleanup for node with 8 valences

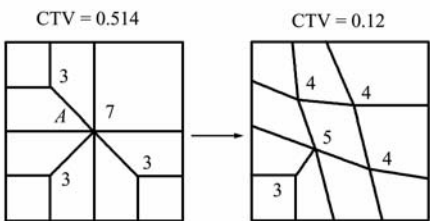


图 13 7 价节点拓扑清理
Fig. 13 Topology cleanup for node with 7 valences

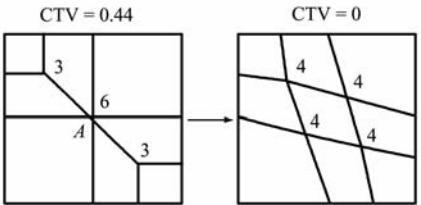


图 14 6 价节点拓扑清理情形 1
Fig. 14 Topology cleanup for node with 6 valences, case1

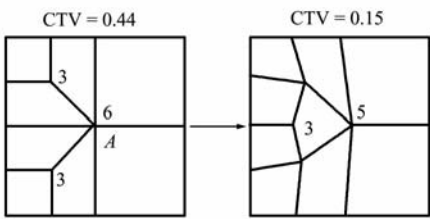


图 15 6 价节点拓扑清理情形 2
Fig. 15 Topology cleanup for node with 6 valences, case2

Freitag^[10] 阐述了如何同时使用这两种手段来有效的提高网格质量。

3.1 网格拓扑质量的衡量标准与基本操作

网格的拓扑质量可以使用网格模型中的节点价来衡量。Canann^[9] 提出使用累计拓扑方差 CTV (Cumulative Topological Variance) 来衡量一个区域内的拓扑清理的效果, 定义为

$$CTV = \frac{\sum_{i=1}^{nnodes} TV_i}{nnodes} \tag{1}$$

$$TV = \frac{(\alpha/n)^2}{2025} - \frac{(\alpha/n)}{11.25} + 4 \tag{2}$$

式中 TV_i 是第 i 个节点的拓扑方差, $nnodes$ 是待考察区域的节点数。 α 是节点的包容角, n 是节点的相邻单元数。

Canann^[9] 提出了两种最基本的拓扑清理操作: 单元闭合和单元打开, 分别如图 9 和图 10 所示。单元闭合操作通过将位于对角线位置, 节点价低于理想值的两个节点合并成一个节点; 单元打开操作则针对节点价大于理想值的节点, 将该点分成两个节点价接近理想值的点。

另一种常见的拓扑清理操作是对角交换, 如图

11 所示。它可以视为一次单元打开与一次单元闭合的组合操作。

3.2 四边形细分网格的拓扑清理

网格细分算法引入的不规则节点, 通常出现在细分过渡网格区域。本文提出了数种网格拓扑清理模板, 如图 12 至图 16 所示。图中标记在节点的数字是该点的节点价。细分网格拓扑清理的基本思想是合理的设置细分过渡区域。主要措施有以下几种:

(1) 去除不必要的网格细分过渡区域。图 12 左图点 A 的节点价为 8, 它位于上部和下部两个细分区域之间。该区域最上方, 中部和最下方的网格数之比是 2 : 1 : 2。拓扑清理的策略是将该区域修正为完全网格细分区域, 消除位于中间不必要的过渡层。完成拓扑清理后该区域的 CTV 值为 0。

(2) 在网格密度变化剧烈的区域增加过渡区域。如图 13 中 A 点处在由左至右与由下至上的过渡区域的汇聚处。对 A 点进行一次单元打开操作, 可将该区域的 CTV 值由 0.514 减少至 0.12; 不规则节点的数量也由 4 个减少到两个。该操作在过渡区域中间新增一个单元数为 3 的过渡层, 使由下至上的单元数量之比由原来的 4 : 2 : 3 调整为 4 : 3 : 3。

同样该方法适用于图 14 和图 15 所示的 6 价节点的情形。

(3) 将不规则的过渡区变得更规则。图 16 将基本的拓扑清理操作组合使用,以处理更复杂的情形。该图最左边的细分区域边缘存在很多的梯形区域,单独使用任一种拓扑清理操作均不能起到好的作用。使用多步清理操作,首先对单元 e_1 和 e_2 进行对角线交换操作,而后再对单元 e_3 实施单元闭合操作。第一步操作完成之后,CTV 值没有减少,而是从 0.3 增加到 0.33,但在第二步完成之后,CTV 值又减少到 0.15。不规则节点的数目由 4 减少到 2。

3.3 非结构化四边形网格的拓扑清理

常见非结构四边形网格拓扑清理方法分别如

下。第一种是网格模型内部出现的节点价为 2 的节点,如图 17 所示。这类节点是由于网格生成过程中的缝合操作和节点相交处理产生的,拓扑清理删除这个 2 价节点,把两个四边形单元合并成一个,如图 18 所示。

第二种情形如图 19 所示,一个单元中出现了两个位于对边的节点是 3 价节点,另两个点的节点价大于或等于 4。处理方式是合并这两个 3 价节点,删除该单元,如图 20 所示。

3.4 网格的拓扑清理步骤

网格模型的拓扑清理,优先从拓扑质量最差的节点开始。一直进行到模型中所有节点的节点价分布在 3 ~ 5 之间,并且 3 价和 5 价节点的数目最少

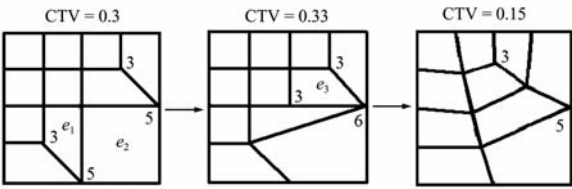


图 16 多步拓扑清理
Fig. 16 Multi-step topology cleanup operation

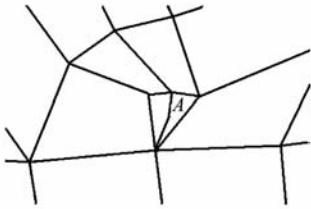


图 17 2 价节点
Fig. 17 Node with 2 valence

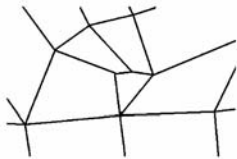


图 18 删除 2 价节点
Fig. 18 Node deletion

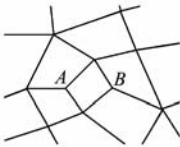


图 19 待合并节点
Fig. 19 Nodes to be merged operation

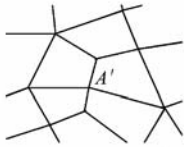
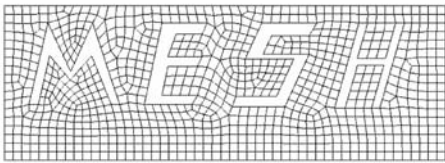
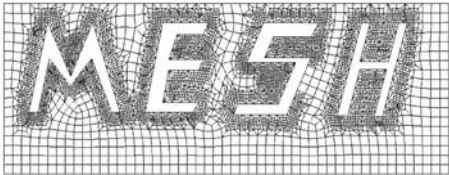


图 20 节点合并操作
Fig. 20 Nodes merge operation

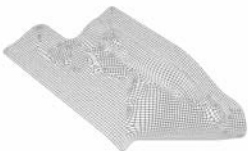


(a) 待细分模型
(a) The mesh model to be processed

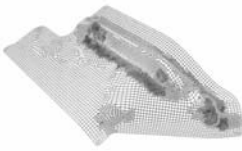


(b) 模型网格细分结果
(b) The result of mesh refinement

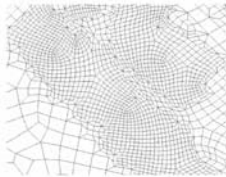
图 21 带有细节模型的细分
Fig. 21 The refinement of mesh model with small features



(a)



(b)



(c)

图 22 非结构化四边形网格的细分
Fig. 22 The refinement of unstructured quadrilateral mesh

为止。网格拓扑清理操作仅考虑了每个节点的拓扑状况,并没有考虑单元的质量。因此在拓扑清理过程中,要防止反转单元的出现;拓扑清理之后,使用网格光顺手段,调整节点的位置以提高单元质量。

4 算 例

为了考察本文提出方法的网格细分能力,对图 21(a) 所示的模型进行细分处理,在模型中具有细小的特征的地方进行两次细分,细分结果见图 21(b)。

图 22 所示为非结构化四边形网格模型的细分处理。完成初始网格剖分的模型如图 22(a) 所示,对该覆盖件模型中曲率变化较大的地方进行细分处理。细分结果见图 22(b),图 22(c) 为局部放大显

示的细分区域网格。

为了提高薄板冲压仿真精度,需要使用真实拉深筋模型模拟。拉深筋的几何尺寸通常较小,为了使仿真计算中板料网格能够顺利地流过拉深筋,板料网格的尺寸要小于拉深筋网格,必须对板料网格作细分处理。图 23(a) 所示为某汽车覆盖件冲压仿真分析所用的初始板料网格模型。为提高仿真计算精度,根据图 23(b) 所示的模具模型中几何特征和拉深筋的分布,对板料网格模型中相应的区域作细分处理,网格细分结果见图 23(c),完成拓扑清理的模型见图 23(d)。拓扑清理的效果参看表 1。使用该模型进行仿真分析计算的结果见图 23(e),图 23(f) 所示为成形后覆盖件零件。

表 1 拓扑清理结果
Tab.1 The result of topolgy cleanup

	8 价节点数量	7 价节点数量	6 价节点数量		5 价节点数量	4 价节点数量	3 价节点数量
拓扑清理前	3	5	158	拓扑清理前	242	8284	452
拓扑清理后	0	0	32	拓扑清理后	318	8386	362
减少百分比	100%	100%	79.8%	减少百分比	— 31.4%		19.9%

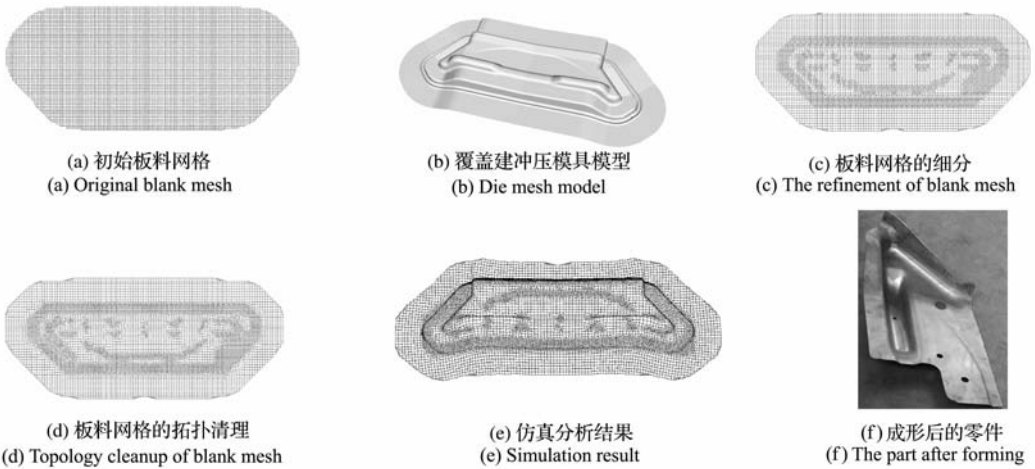


图 23 覆盖件零件的细分处理和冲压仿真计算结果
Fig. 23 The refinement of auto panel and the result of sheet metal forming simulation

5 结论与讨论

本文提出一种改进的全四边形网格和混合网格的细分方法,可方便地调整网格模型中不同区域的网格密度,提出的网格细分策略利于提高细分后网格的质量。提出了适用于细分后四边形网格和非结构四边形网格的拓扑形态优化操作,可有效的提高网格模型的形态质量。本文的网格细分方法主要缺点是效率较低,今后的研究将是进一步提高算法效率,增强工程实用性。

参考文献 (References):

[1] RIVARA M C. Local modification of meshes for a-daptive and/or multigrid finite-element methods[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1991,**36**(1):79-89.

[2] RIVARA M C, HITSCHFED N, SIMPSON B. Ter-minal-edges delaunay (small-angle based) algorithm for the quality triangulation problem[J]. *Computer-Aided Design*, 2001,**33**(3):263-277.

[3] STATEN M L, JONES N L. Local refinement of

- three-dimensional finite element meshes[J]. *Engineering with Computers*, 2005, **13**(3):165-174.
- [4] KALLINDERIS Y, VIJAYAN P. Adaptive refinement-coarsening scheme for three-dimensional unstructured Meshes[J]. *AIAA Journal*, 1993, **31**(8):1440-1447.
- [5] LEWIS R W, ZHENG Y, USMANI A S. Aspects of adaptive mesh generation based on domain decomposition and delauney triangulation[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1995, **20**(1):47-70.
- [6] SCHNEIDERS R. Refining Quadrilateral and Hexahedral Element Meshes[A]. 5th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations[C]. Mississippi State University, 1996: 679-688.
- [7] KINNEY P. Cleanup: Improving Quadrilateral Finite Element Meshes[A]. Proceedings, 6th International Meshing Roundtable[C]. Park City, Utah, Sandia National Laboratories, 1997:437-447.
- [8] CANANN S A, MUTHUKRISHNAN S N, PHILLIPS R K. Topological refinement procedures for triangular finite element meshes[J]. *Engineering with Computers*, 1996, **12**(3-4):243-255.
- [9] CANANN S A, MUTHUKRISHNAN S N, PHILLIPS R K. Topological Improvement Procedures for Quadrilateral Finite Element Meshes[J]. *Engineering with Computers*, 1998, **14**(2):168-177.
- [10] FREITAG L A. On Combining Laplacian and Optimization-Based Mesh Smoothing Techniques [A]. Proceedings, Trends in Unstructured Mesh Generation[C]. ASME Evanston, 1997:37-43.

Mesh shape optimization for sheet metal forming simulation

CHEN Tao*, LI Guang-yao, ZHONG Zhi-hua

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacture for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: The mesh density distribution and element shape quality have a great impact on the accuracy of sheet metal forming simulation results. A modified quadrilateral mesh refining algorithm was presented, which could adjust the mesh density distribution conveniently, and the algorithm was extended to deal with both unstructured mesh and triangle-quadrilateral hybrid mesh. A mesh refining strategy was proposed which will help improve the refined mesh quality. Some topology cleanup procedures were presented for both structured mesh and unstructured mesh, which could effectively improve the shape quality of the mesh model.

Key words: mesh refinement; mesh cleanup; quadrilateral mesh; sheet metal forming