

MGFM 在强激波与物质界面作用中的应用

王 革*, 张 斌

(哈尔滨工程大学 航天工程系, 哈尔滨 150001)

摘 要:原始的虚拟流方法(GFM)在计算强激波和物质界面作用时无法得到正确的计算结果,而改进虚拟流方法(MGFM)处理这类问题的能力大大提高。本文用 Level set 捕获物质界面,用 MGFM 方法定义虚拟流节点参数, Euler 方程采用 HLLC 格式离散求解,完成了强激波和物质界面作用的一维和二维数值实验。结果表明改进虚拟流方法在强激波与物质界面作用中的应用是成功的。

关键词:Euler 方程;Level Set 方法;MGFM 方法;HLLC

中图分类号:O354

文献标识码:A

1 引 言

多介质可压缩流的模拟方法主要有拉格朗日法,任意拉格朗日-欧拉法(ALE),阵面跟踪法,Level Set 方法,基于 Godunov 格式的两相流方法,以及格子 BGK 方法等^[2]。由 Fedkiw 等^[3]提出的 Ghost fluid 方法在计算弱激波或中等强度激波与物质界面作用问题时取得了良好效果,但计算强激波与物质界面作用则无法得到正确结果。由于入射激波和运动界面的参数与界面两边介质的物理属性有关,因此虚拟流节点的压力、速度不能直接复制真实流体节点的参数,而需要通过计算得到。Liu^[4]提出的改进虚拟流方法(MGFM)能够很好地解决强激波与物质界面作用问题。

2 多介质可压缩流的控制方程

二维可压缩流的基本方程是 Euler 方程:

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \end{pmatrix}_y = 0 \quad (1)$$

式中 $E = \rho e + \rho(u^2 + v^2)/2$ 为单位体积的总能量; ρ , p 和 e 分别表示密度,压力和单位质量的内能, u 和 v 分别表示 x 和 y 方向上的速度。为了使 Euler

方程封闭可解,需要加入合适的状态方程。气体采用理想气体状态方程: $p = \rho RT$,液体采用 Tait 方程: $p = B(\rho/\rho_0)^N - B + A$ 。其中水的 Tait 方程参数为 $\rho_0 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $N = 7.15$, $B = 3.11 \times 10^8$, $A = 1 \times 10^5$ 。Euler 方程采用 HLLC 方法^[1]求解。

界面随流体质点一起运动,界面位置的运动方程即 Level Set 方程用空间五阶 WENO 格式和时间三阶 TVD-Runge-Kutta 方法^[2]求解:

$$\Phi_t + u \cdot \Phi_x + v \cdot \Phi_y = 0 \quad (2)$$

由于数值方法的内在效应,一般计算进行几个时间步长后,Level Set 函数不再是到界面的距离函数,为了保持 Level Set 函数始终为到界面的符号距离函数,必须对其进行重新初始化。通过求初值问题(3)的稳定解,将符号距离函数重新初始化,具体方法见文献^[3]。

$$\begin{aligned} \Phi_t - S_\epsilon(\Phi_0)(\sqrt{\Phi_x^2 + \Phi_y^2} - 1) &= 0 \\ \Phi(x, 0) &= \Phi_0(x) \end{aligned} \quad (3)$$

3 虚拟节点参数设定方法

虚拟节点参数采用 MGFM 方法设定。下面以计算流体 A 的各个物理量的函数值为例说明 Modified Ghost 网格参数的定义。流体 A 在 $i+1$ 点的速度和压力值用计算出的界面的压力和速度代替,详见文献^[4]。 $i+1$ 的熵取界面左边的熵 S_L ,而 $i+2$ 点及其右边的各点的压力和速度值直接采用流体 B 的真实值。为了削弱“overheating”误差,采

用“Isentropic”修正,即将*i*点的熵改为*S_L*,如图 1 所示。

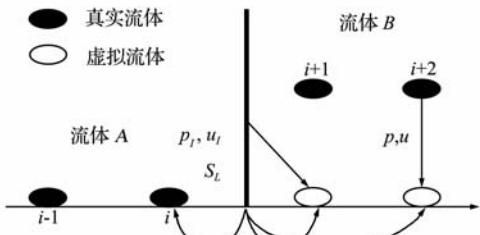


图 1 带熵修正的 Modified Ghost Fluid 方法示意图
Fig. 1 The diagram of MGFM with Isentropic Fixing

4 数值算例

激波作用在气 - 气和气 - 液物质界面的一维模型如图 2 所示,其中 I(interface),IS(Incident Shock),RW(Reflected Wave),TS(Transmitted Shock),m2(medium2),m1(medium1)。

假定物质 1 和物质 2 的压力与速度在初始时刻相等,分别以 *p₁* 和 *u₁* 表示。激波与物质界面作用问题的初始条件为激波条件:

$$U_{t=0} = \begin{cases} U_4, & x < x_0 \\ U_{02}, & x_0 < x < x_s \\ U_{01}, & x > x_s \end{cases}$$

式中 *U₄* 表示诱导激波波后的参数,激波前后满足 Rankine-Hugoniot 关系:

$$F(U_4) - F(U_{02}) = S_4 (U_4 - U_{02})$$

式中 *S₄* 为诱导激波的速度,*x₀* 和 *x_{0s}* 分别表示物质界面和诱导激波的初始位置,*U₀₂* 表示诱导激波波前参数,*U₀₁* 表示物质 1 的参数。

算例 1^[4] 初始时刻的参数为

$$\begin{pmatrix} p_4, p_1, \rho_{01} \\ \rho_{02}, \gamma_1, \gamma_2 \\ u_1, x_0, x_{0s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000.0, 1.0, 0.1 \\ 1.0, 1.4, 1.67 \\ 0.0, 2.0, 2.0 \end{pmatrix}$$

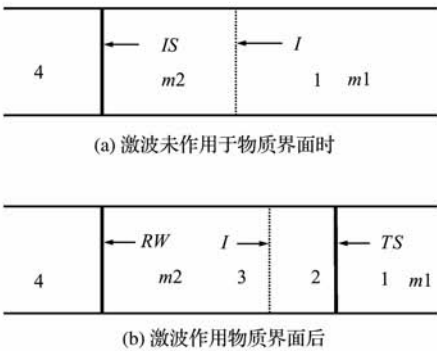


图 2 一维模型图
Fig. 2 1-D model

进行 200 个时间步长计算的结果见图 3。激波与气 - 气物质界面作用后,部分激波透过物质界面进入物质 1,形成透射激波;部分激波反射回物质 2,形成反射膨胀波。图 3(a,b) 为 MGFM 方法计算的结果,与文献[4] 计算的结果一致,且 MGFM 间断捕获精度明显高于 GFM。

算例 2^[4] 初始时刻的参数为

$$\begin{pmatrix} p_4, p_1, \rho_{01} \\ \rho_{02}, \gamma_1, \gamma_2 \\ u_1, x_0, x_{0s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100.0, 1.0, 0.1 \\ 1.0, 1.4, 1.67 \\ 0.0, 3.0, 3.0 \end{pmatrix}$$

在这个算例中,激波与气 - 气物质界面作用后,透射波是激波,而反射波也是激波。进行 300 个时间步长计算后 MGFM 方法的结果见图 4(a,b)。与文献[4] 计算的结果比较, MGFM 方法明显优于 GFM。

算例 3 激波打气泡问题。由高压比间断问题产生强激波。计算区域为边长 10 的正方形,计算网格 500 × 500,激波产生于 *x* = 1.0 处,气泡半径为 2,圆心位于(3,5)。

初始条件:

$$(\rho, u, v, p) = \begin{cases} (3.8, 8.475, 0, 1000) & x \leq 1 \\ (1, 0, 0, 1) & x > 1 \end{cases}$$

气泡内流体参数:

$$(\rho, u, v, p) = (0.1, 0, 0, 1) \quad (x-3)^2 + (y-5)^2 \leq 4$$

图 5 分别给出了 300,800,1300,2000 个时间步长时(分别对应于 *t*₁,*t*₂,*t*₃,*t*₄) 的压力、密度。物质界面演化过程如图 6 所示。激波刚作用气泡时,反射波为膨胀波,入射波为激波,其与算例 1 结果一致。随后透射激波穿越气泡边界形成一道弧型激波,且与气泡外的主激波段一起形成新的主激波。

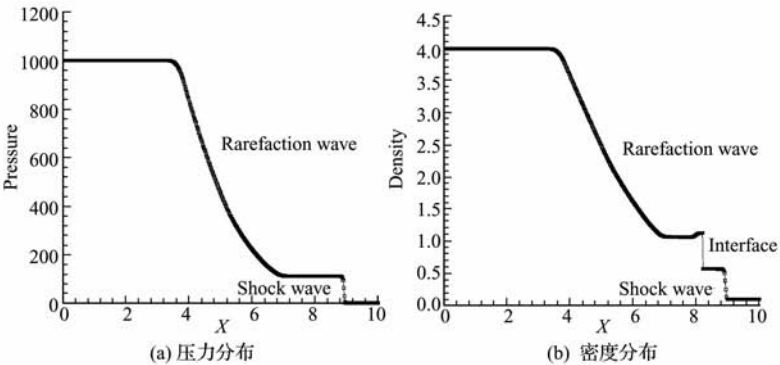


图 3 压力密度参数分布图
Fig. 3 Distribution of pressure and density

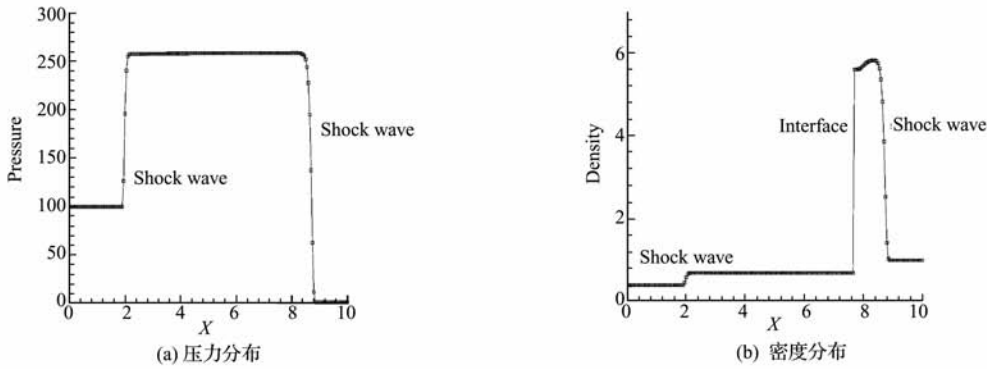


图 4 压力密度参数分布图
Fig. 4 Distribution of pressure and density

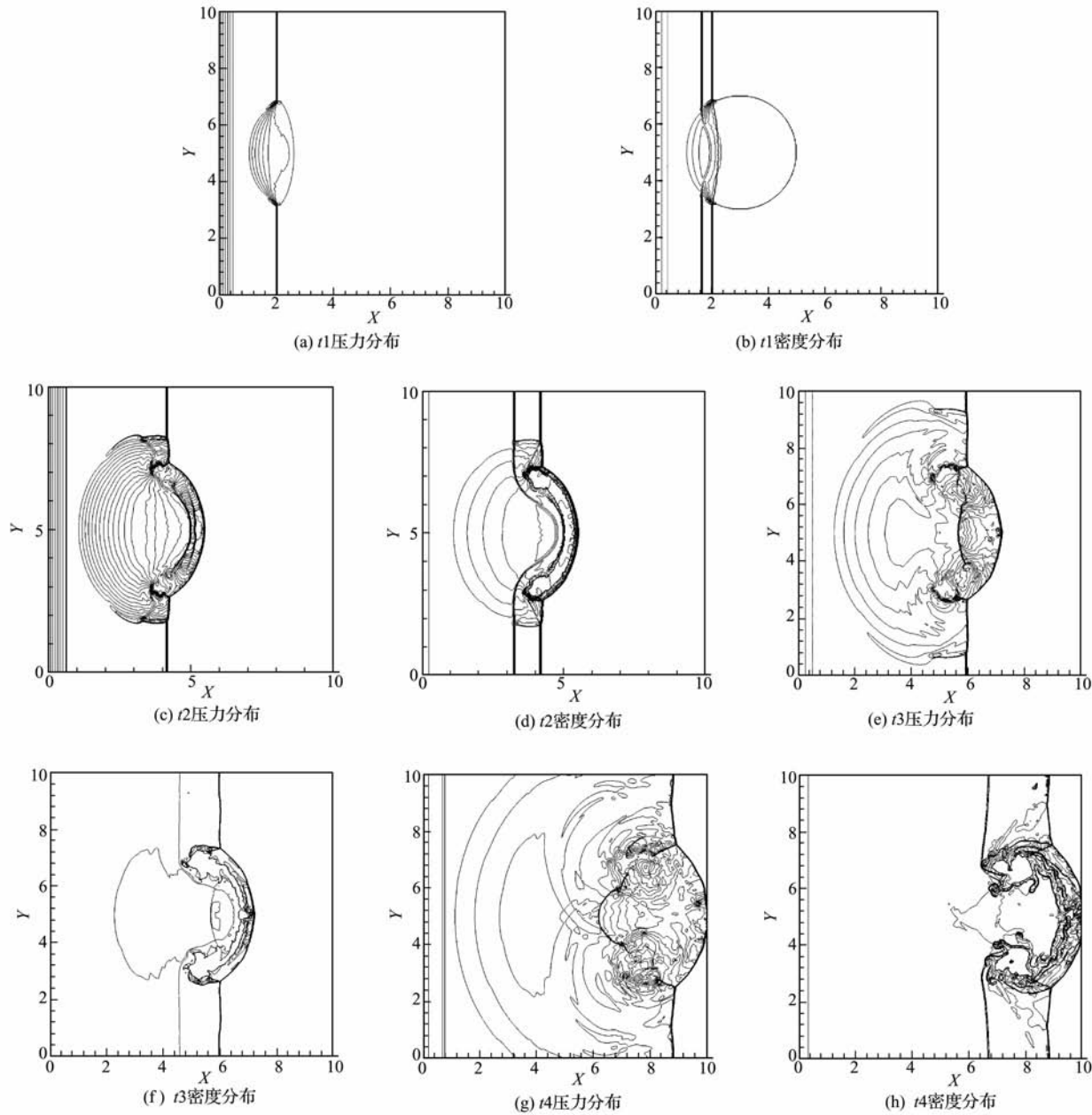


图 5 压力、密度参数分布图
Fig. 5 Distribution of pressure and density

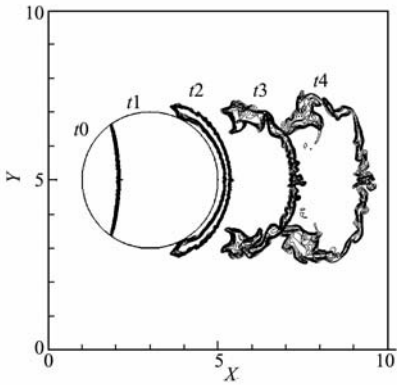


图 6 不同时刻物质界面分布
Fig. 6 Interface contour at different time steps

激波强度的不同对物质界面的形变作用也不同。强激波作用与气泡时,气泡形变较大,很快被积压成月牙型。随着气泡拐点处涡的不断形成和增大,气泡界面开始扭曲变形,且变得很不光滑。鼓包和尖钉反映了较强的 *Richtmyer-Meshkov* 不稳定性特征。随着激波继续向右移动,气泡形变继续加剧,最终断裂。

5 结 论

一维算例的研究表明, MGFM 能很好的解决

GFM 在计算强激波与物质界面作用时遇到的问题。在此基础上将一维程序扩展成二维,并进行了强激波打气泡的数值模拟,研究了气泡在强激波作用下的变形过程。气泡在强激波作用下变形剧烈,且气泡边界很不稳定,最终断裂成三部分。

参考文献 (References):

[1] TORO E F, SPRUCE M, SPEARES W. Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver [J]. *Shock Waves*, 1994, (4): 25-34.

[2] 刘儒勋, 舒其望. 计算流体力学的若干新方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003. (LIU Ru-xun, SHU Qi-wang. *Some New Methods of CFD* [M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese))

[3] FEDKIW R, ASLAM T, MERRIMAN B. A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multi-material flows (the Ghost Fluid Method) [J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, (152): 457-492.

[4] LIU T G, KHOO B C, YEO K S. Ghost fluid method for strong shock impacting on material interface [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, (190): 651-681.

Modified ghost method for strong shock impacting on material interface

WANG Ge*, ZHANG Bin

(Department of Aerospace Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: It is found that the original ghost fluid method does not work well when applied to strong shock impacting on material interface. While modified ghost method can handle this kind of problems well. In this work, the position of material interfaces were captured by Level set, the parameter of ghost points were defined by MGFM, and HLLC was applied to solve Euler equations. Numerical results of 1-d and 2-d cases show that MGFM was applied successfully in strong shock impacting on material interface.

Key words: Euler equations; Level set method; MGFM; HLLC