DOI: 10.7511/jslx20240131002

裂纹扩展下流形元覆盖更新和参数继承方法

胡 宁2, 黄海新*2, 许瑞宁3, 张连振4 程寿山1, 鑫²。 胡

(1. 交通运输部公路科学研究所 旧桥检测与加固交通行业重点实验室(北京),北京 100080; 2. 河北工业大学 土木与交通学院,天津 300401; 3. 河北交通投资集团有限公司(太行创新研究院),石家庄 050200;

4. 哈尔滨工业大学 交通科学与工程学院,哈尔滨 150090)

摘 要:数值流形方法(NMM)为解决连续和非连续问题提供了一种统一的解决方案,但前提是确保覆盖生成系 统的准确性和稳定性。针对裂纹扩展及新裂纹萌生下的覆盖生成问题,基于 NMM 覆盖系统生成理论开发出一 种覆盖更新方法,该方法简单易实现,能有效消除扩展前裂纹尖端的细化网格,且实现扩展后裂纹尖端的网格细 化。同时,为解决引进裂纹尖端渐进函数后带来的参数继承问题,提出涵盖常规物理覆盖和奇异物理覆盖的参数 继承策略。通过对含有两条初始裂纹的矩形板进行多裂纹扩展和新裂纹萌生测试以及与 SCB 试样实验结果对 比,验证了所提方法模拟裂纹扩展的准确性。

关键词:数值流形法;覆盖更新;参数继承;裂纹扩展

中图分类号: 0302

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2025)03-0493-06

引 1 言

数值流形法 NMM^[1] (Numerical Manifold Method)作为一种新型数值方法,通过独特的双重 覆盖系统(数学覆盖、物理覆盖)实现了对连续和不 连续问题的统一求解[2],该方法在处理含裂纹、节 理等强不连续结构体力学分析方面优势显著。 NMM 中数学覆盖相对简单,一般可直接采用有限 元网格,流形元是物理覆盖的交集,而物理覆盖是 基于物理网格对数学网格的剖分生成的。物理覆 盖和流形元的确定是进行 NMM 分析的前提,也 是后续计算的关键环节[3,4]。

裂纹作为结构物理网格的重要组成部分,当结 构原有裂纹扩展和新裂纹萌生时原有物理覆盖将 受到切割, 进而导致新的物理覆盖和流形元的生 成,因此细观非连续变形分析中物理覆盖动态生成 算法一直是数值流形法研究的要点,也是众多学者 关注的焦点。武杰等[5]基于任意四边形数学网格, 研究了复杂多裂纹岩体及其裂纹扩展过程的流形 元牛成及物理覆盖编码方法。王水林等[6]基于线 弹性断裂力学理论将 NMM 应用于分析已有裂纹 的扩展,并成功模拟了受压状态下裂纹的扩展过 程。韩有民等[7]基于三角形有限元网格提出了裂 纹扩展后流形法物理覆盖和流形元的生成算法。 徐栋栋等[2]针对裂纹扩展长度和裂纹尖端提出了 一种接触环路生成算法。于长一等[8,9]给出一种 多裂纹扩展的覆盖更新算法,通过对扩展裂纹进行 分类从而实现更新。但上述文献主要探究了含初 始裂纹下的扩展问题,未同时考虑新裂纹的萌生, 致使难以正确体现工程结构的既有裂缝扩展、损伤 开裂和应力重分布全过程。为弥补这一不足, Ning 等[10] 提出了一种基于 Mohr-Coulomb 准则 的压裂算法模拟三点受弯梁的新裂纹萌生。张国 新等[11,12] 采用摩尔库伦准则模拟钢筋混凝土结构 新裂纹的生成,裂纹扩展遵循裂尖应力强度因子准 则。显然,当裂纹发生扩展时,为保证裂尖应力强 度因子计算的准确性,需要对新裂纹尖端所在网格 进行细化,同时为减少计算量,需对失去作用的原 裂纹尖端细化网格进行消除。这些工作造成物理 覆盖和流形元的编号及对应顶点序号产生变化问

收稿日期:2024-01-31; 修改稿收到日期:2024-04-30.

基金项目:旧桥检测与加固交通行业重点实验室(北京)开放课题(2020-JQKFKT-3):桥梁结构安全技术国家工程实验室开放课题(2021-GJKFKT);天津市交通运输科技发展计划(2023-48);交通基础设施智慧运维技术装备研发与应用示范项目(2023-420).

作者简介: 黄海新*(1976-),男,博士,教授(E-mail: hhxhebut@126.com).

引用本文:程寿山,胡 鑫,胡 宁,等. 裂纹扩展下流形元覆盖更新和参数继承方法[J]. 计算力学学报,2025,42(3):493-498. HUANG Hai-xin, HU Xin, HU Ning, et al. Manifold element cover renewal and parameter inheritance method under crack propagation [1]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2025, 42(3):493-498.

题的出现,并且伴随着裂纹尖端渐进函数的引入, 裂纹扩展前后流形元的自由度也会发生较大变化, 这又进一步加剧了在每一个计算时步中参数继承 问题的难度。上述文献未见对裂尖网格细化和物理 覆盖自由度剧烈变化问题的处置说明,以及后继非连 续变形分析时下一步对上一步物理覆盖自由度及位 移、速度、应力等参数继承问题的明晰解决方案。

基于此,本文提出一种裂纹扩展下覆盖更新及 参数继承方法,实现多裂纹扩展及新裂纹萌生模 拟,不仅适用干仟意裂纹尖端和扩展长度,还可以 消除原本尖端的细化网格并对新裂纹尖端所在网 格进行细化。方法本身简单易行,为 NMM 的实 施提供了一套便捷的处置策略。

NMM 覆盖生成简介 2

对数值流形法(NMM)数学覆盖、物理覆盖和 流形元的生成,以图1为例简要说明。

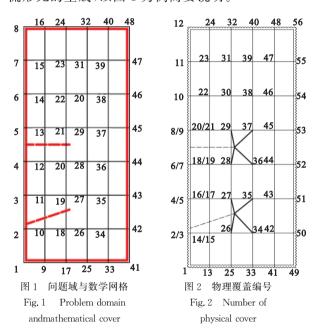


图 1 中红色区域为结构的物理网格,其中红色 虚线为两条初始裂纹。数学网格采用四边形有限 元网格生成,总计35个数学网格,生成48个数学 覆盖。数学网格由物理网格切割形成56个物理覆 盖,物理覆盖编号见图 2,其中内部包含裂纹但没 有受裂纹完全切割的物理覆盖为奇异物理覆盖,图 中共有8个奇异物理覆盖,编号分别为26,27,28, 29,34,35,36,37。流形元则是由多个物理覆盖的 交集形成,如图 3 的流形元 1 由常规物理覆盖 1, 13,14,2 交集得到;对裂纹尖端所在的单元,需要 对其进行细分,并对形成的流形元加以编号,如图 3 所示,细分后形成的流形元编号为 38,39,40,41, 42,43,44,45,46,47。生成覆盖系统和流形元并对 其进行编号是 NMM 工作的关键[15],从本算例可 见该工作具有一定的挑战性,尤其当裂纹扩展后。

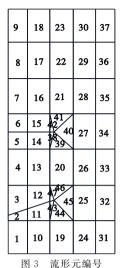


Fig. 3 Number of manifold elements

3 裂纹扩展后覆盖和参数 继承问题的处置

3.1 覆盖更新方法

NMM 在每一个计算步结束后,当判断出新裂纹 萌生或结构既有裂纹发生扩展时,结构的物理覆盖和 流形元各自编号和顶点序号需要进行修改,即更新。

覆盖更新方法的关键步骤是对新出现裂纹段 信息的处理,这里依据新旧裂纹分组处置,若新裂 纹段是既有裂纹的扩展段,则与原裂纹合并为旧裂 纹组,而若新裂纹段是刚萌生的裂纹,则将裂纹段 信息重新设置为一个新的裂纹组。经上述处理,继 而再将新旧裂纹组整合的裂纹信息加入原问题域 几何边界,完成边界条件的更新,据此得出新的物 理覆盖和流形元的编号。覆盖更新方法的整体运 行流程见图 4。

对图 4 需要说明的是,新裂纹萌生遵循 Mohr-Coulomb 强度准则[16,17], 裂纹扩展遵循断裂力学 准则[18],每个流形元中的结点编号和边界域编号 方向均为逆时针。同时,为确保覆盖更新方法适用 于任意裂纹尖端,使其具有更好通用性,并且也能 满足后续应力强度因子的计算,这里针对各种裂纹 尖端位置设计了不同的处理方式,裂纹尖端落在单 元内,则对单元进行细化;尖端落在网格边上,则对 边两侧的单元进行细化;尖端落在节点上,则不发生 变化。此外,更新前需对本步生成的编号及应变等参 数进行统计保存,以便为下节参数继承问题的解决提 供条件。

3.2 参数继承策略

数值流形法是基于荷载步的数值算法,每一步 需要保留应力、位移、速度等大量参数,以便传递到 下一步作为初始参数。各参数均是通过物理覆盖 的自由度体现,需根据物理覆盖的对应关系继承。 由 3.1 节可知,由于新裂纹萌生或结构既有裂纹扩 展,物理覆盖和流形元已进行了更新,覆盖编号、数 量等相关信息发生改变,必须考虑制定新的策略解 决参数继承问题。

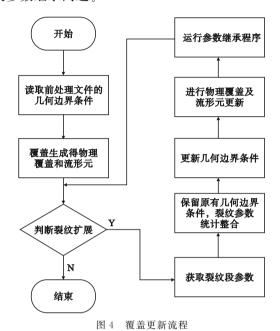


Fig. 4 Flowchart of physical cover renewal

物理覆盖分为常规物理覆盖与奇异物理覆盖 两类。需要说明的是,为提高流形法计算精度,这 里在奇异物理覆盖中引入裂纹尖端渐进函数[19]。 由于裂尖渐进函数的引入,导致含裂纹尖端的奇异 和常规物理覆盖的自由度不同,常规物理覆盖自由 度为2,奇异物理覆盖则为10,且根据物理覆盖内 裂纹尖端数量的增加其自由度还会增加,因此需要 针对物理覆盖的自由度,即2自由度与10自由度 (甚至更多)的对应关系进行讨论。根据继承前后 物理覆盖自由度的变化特性,参数继承分为两种情 况,若继承物理覆盖的自由度大于等于被继承物理 覆盖的自由度,则相应自由度全部逐个继承,无对 应关系的自由度设为零;反之,则仅对存在对应关 系的自由度继承,忽略无对应关系的自由度。参数 继承策略的具体流程如图 5 所示。

算例验证

4.1 覆盖更新验证

为检验上述覆盖更新方法及参数继承策略的

准确性,仍选取图1所示含有两条初始裂纹的矩形 板为例进行测试。假定在施加一定的荷载后,根据 判断准则确定裂纹发生扩展,得到新的裂纹段信 息,对裂纹新的起点及裂纹尖端的坐标进行更新, 获得如图 6 的绿色虚线段,其中包含 2 条已有裂纹 的扩展段以及1条新萌生裂纹段,扩展段裂纹考虑 了交叉情况。

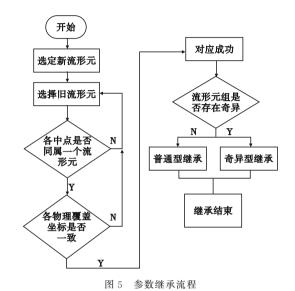


Fig. 5 Flowchart of parameter inheritance

由于裂纹段的更新,物理覆盖和流形元的编号 会产生变化,如图7和图8所示。部分原有的流形 元经由新裂纹分割后会形成新的流形元,如原单元 8切割后生成了单元8和单元9。同样,原有物理 覆盖完全分割后也会形成新的物理覆盖,如图2中 的物理覆盖 11,切割后在图 7 中变成两个物理覆盖 12 和13;由于扩张后两条裂纹相交,图2中的物理覆盖 27 则分割成图 7 中的三个物理覆盖 30,31 和 32。





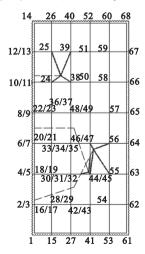


图 7 裂纹扩展后物理覆盖编号 Fig. 7 Number of physical cover after crack propagation

矩形板在发生裂纹扩展及新裂纹萌生后,奇异物理覆盖由原来的8个变成10个,且有两个奇异物理覆盖包含两个裂纹尖端;物理覆盖由原本的56个变为68个;流形元个数由原本的47变为55;自由度由原本的48×2+8×10=176个变为58×2+8×10+2×18=232个。可见覆盖更新方法的结果完全符合双覆盖系统基本理论,适用于多裂纹扩展及新裂纹萌生情况下物理覆盖和流形元的生成及编码。

4.2 参数继承验证

裂纹扩展后,导致部分原奇异物理覆盖的奇异性消失,完全切割形成两个常规物理覆盖,并将新裂纹尖端所处物理覆盖转变为奇异物理覆盖。同时,新裂纹萌生又进一步扩充形成了奇异物理覆盖,并切割生成多个常规物理覆盖。

依据本文的参数继承方法,首先需要确定扩展前后流形元间的对应关系。从图 3 和图 8 可见,裂纹扩展后原来的细化单元失效且清除,在新裂纹尖端生成新的细化单元,并且部分流形元由切割生成多个流形元。扩展前后各流形元对应关系的建立分类说明如下,(1)扩展前后均为常规流形元,包括未发生变化和完全切割成两个部分的流形元,如图 3 中的流形元 13 与图 8 中的流形元 14;(2)原细化流形元扩展后变为常规流形元,如图 3 中的流形元 38,39,40,41,42 与图 8 中的流形元 24,25;(3)原常规流形元扩展后变为细化流形元,如图 3 中的流形元 38,39,40,41,42 与图 8 中的流形元 24,25;(3)原常规流形元扩展后变为细化流形元,如图 3 中的流形元 26 与图 8 中的流形元 46,47,48,49,50。

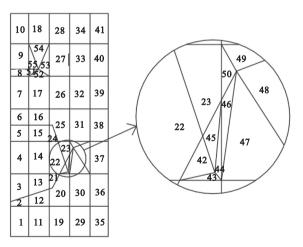


图 8 裂纹扩展后流形元编号

Fig. 8 Number of manifold elements after rack propagation

同时,需要明确扩展前后各物理覆盖的对应关系,这里按覆盖特点示例说明,扩展前后都是常规物理覆盖,只是编号发生变化,如图 2 中的物理覆盖 17 与图 7 中物理覆盖 19;扩展前为奇异物理覆盖,扩展后分割为两个常物理覆盖,如图 2 中的物理覆盖 26 与图 7 中物理覆盖 28 和 29;扩展前后

都是奇异物理覆盖只是编号发生变化,如图 2 中的物理覆盖 28 与图 7 中物理覆盖 35;扩展前为常规物理覆盖,扩展后为奇异物理覆盖,如图 2 中的物理覆盖 23 与图 7 中物理覆盖 25。

通过上述流形元和物理覆盖的对应情况,可以确定算例结果完全符合前面所提逻辑关系。据此,接下来即可按物理覆盖的自由度进行参数继承,需要注意的是常规物理覆盖和奇异物理覆盖在裂纹扩展前后发生转换时参数继承的准确性,表1部分列举了其中两种复杂情况下的位移参数继承结果。

从算例结果可见,本文方法在裂纹扩展时能准确地找到裂纹扩展前后物理覆盖和流形元的对应 关系,从而实现对参数的正确继承。

表 1 参数继承结果对比 Tab. 1 Comparison of parameter inheritance results

 分类	情况	情况 1		情况 2	
———— 阶段	扩展前	扩展后	扩展前	扩展后	
物理覆盖编号	29	36	23	25	
性质	奇异	常规	常规	奇异	
自由度数量	10	2	2	10	
位移	9.58E-07	9.58E-07	4.09E-07	4.09E-07	
	9.35E-07	9.35E-07	1.42E-07	1.42E-07	
	2.76E-08			0.00	
	2.03E-07			0.00	
	5. 29E-08			0.00	
	4.66E-08			0.00	
	1.08E-07			0.00	
	-5.60E-08			0.00	
	-2.03E-08			0.00	
	-4.36E-08			0.00	
继承情况	成功	成功继承		成功继承	

4.3 实验对比验证

SCB 实验是测试脆性材料,特别是岩石抗拉强度的有效方法,通常用于研究开发的数值方法的准确性。Ayatollahi等[20]测试了包含不同角度中心裂纹的试样,构件模型如图 9 所示。试样的半径 R 为 50 mm,两约束端的长度 2S 为 72 mm,S/R=0.72。荷载 P作用在垂直于半圆圆心的中心线上,计算使用的材料参数为,弹性模量为75.5 GPa,泊松比为0.3,抗拉强度为16.1 MPa,断裂韧度为0.933×106 MPa•m^{1/2}。模拟中裂纹的长度为 $\alpha,\alpha/R$ 为 0.3,裂纹与荷载作用线的初始角度为 β 。

图 10 为用本文方法模拟的裂纹扩展图与 SCB

实验结果的对比情况。可见本文方法模拟的实件裂纹扩展轨迹与实验观察结果[20]走向基本一致。当 $\beta=0°$ 时,裂纹扩展为纯 \mathbb{I} 型,裂纹从裂纹尖端开始沿裂纹扩展线沿着直线扩展,直至试样完全破坏。随着裂纹倾角 β 的增大,裂纹类型逐渐向 \mathbb{I} 型裂纹转变,此时裂纹以与裂纹尖端周围的原始裂纹线成一定角度的方式开始,然后沿着曲线路径传播,该曲线路径最终与试样的中心线对齐。

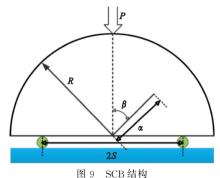


Fig. 9 SCB structure model

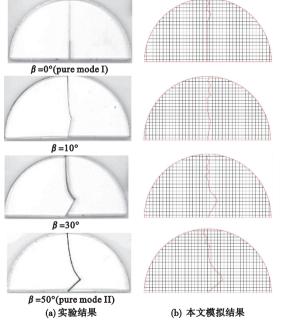


图 10 本文方法模拟结果与实验结果的对比 Fig. 10 Comparison of simulated results with experimental results in this paper

5 结 论

本文提出了一种裂纹扩展后的覆盖更新方法 及参数继承策略,可用于多裂纹扩展及新裂纹萌生 问题的 NMM 模拟。通过含两条初始裂纹的矩形 板进行测试及与 SCB 试件实验模拟对比,验证了 方法的准确性,主要结论如下。

(1)覆盖更新方法只需要将得到的旧裂纹扩展 信息补充为旧裂纹组的一部分,和新的裂纹萌生信 息作为新的裂纹组,更新结构域几何边界,就可以 实现物理覆盖和流形元及编号的更新,方法简单、 有效、易实现,对多裂纹扩展及新裂纹萌生均适用。

- (2)覆盖更新不受裂纹扩展前后裂纹尖端的位置和数量限制,可实现对裂纹扩展后裂纹尖端网格细化的同时,消除裂纹扩展前裂尖的细化网格,从而为后续提升裂纹尖端应力强度因子的计算精度提供了保证。
- (3)参数继承策略能解决覆盖更新后自由度及 位移参数继承问题,并且能有效应对因裂纹尖端渐 进函数引入造成物理覆盖自由度发生剧变的情况, 即能很好地处理常规物理覆盖和奇异物理覆盖扩 展前后的自由度对应关系,可准确实现物理覆盖的 参数继承。

参考文献(References):

- [1] Shi G H. Manifold method of material analysis [A]. Transactions of the 9th Army Conference on Applied Mathematics and Computing [C]. 1992.
- [2] 徐栋栋,杨永涛,郑 宏,等.基于环路更新的物理覆盖和接触环路生成算法[J].岩土工程学报,2015,37 (10):1865-1875. (XU Dong-dong,YANG Yong-tao, ZHENG Hong, et al. Algorithm for generation of physical cover and contact loops based on loop updating[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2015,37(10):1865-1875. (in Chinese))
- [3] 杨石扣,任旭华,张继勋,等. 三维数值流形法覆盖系统生成算法研究[J]. 岩土力学,2022,43(S1):633-640. (YANG Shi-kou, REN Xu-hua, ZHANG Ji-xun, et al. Research on generation algorithm of three-dimensional numerical manifold method covering system[J]. Rock and Soil Mechanics,2022,43(S1):633-640. (in Chinese))
- [4] Cai Y C, Yan P F. Numerical manifold method with local pixel representation of finite covers for two-dimensional problems having complex discontinuities [J]. Computers and Geotechnics, 2021, 140:104459.
- [5] 武 杰,蔡永昌.基于四边形网格的流形方法覆盖系统生成算法[J]. 同济大学学报(自然科学版),2013,41(5):641-645. (WU Jie, CAI Yong-chang. Generation algorithm of cover system in manifold method with quadrangular meshes [J]. Journal of Tongji University(Natural Science),2013,41(5):641-645. (in Chinese))
- [6] 王水林, 萬修润, 章 光. 受压状态下裂纹扩展的数值 分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 671-675. (WANG Shui-lin, GE Xiu-run, ZHANG Guang. Numerical analysis of crack propagation under compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(6): 671-675. (in Chinese))
- [7] 韩有民,罗先启,王水林,等. 裂纹扩展时物理覆盖与流形单元的生成算法[J]. 岩土工程学报,2005,27 (6):662-666. (HAN You-min, LUO Xian-qi, WANG Shui-lin, et al. Formation algorithm of covers and manifold elements in NMM during propagation of cracks[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engi-

- neering, 2005, **27**(6):662-666. (in Chinese))
- [8] Yu C Y, Zheng F, Guo B C, et al. A generalized cover renewal strategy for multiple crack propagation in two-dimensional numerical manifold method [J]. *Journal of Central South University*, 2020, 27(8): 2367-2381.
- [9] 于长一. 基于数值流形法的裂纹扩展及流固耦合研究 [D]. 天津大学, 2017. YU Chang-yi, Investigation of Crack Propagation and Fluid-structure Interaction Based on Numerical Manifold Method[D]. Tianjin University, 2017. (in Chinese)
- [10] Ning Y J, An X M, Ma G W. Footwall slope stability analysis with the numerical manifold method[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, 48(6):964-975.
- [11] 张国新,金 峰,王光纶. 用基于流形元的子域奇异边界元法模拟重力坝的地震破坏[J]. 工程力学,2001, 18(4):18-27. (ZHANG Guo-xin, JIN Feng, WANG Guang-lun. Seismic failure simulation of gravity dam by manifold based singular boundary element method [J]. Engineering Mechanics,2001,18(4):18-27. (in Chinese))
- [12] 张国新,黄 涛,赵 妍,等.基于流形元群缝追踪的 钢筋混凝土结构破坏模拟[J]. 中国水利水电科学研究院学报,2009,7(4):257-263. (ZHANG Guo-xin, HUANG Tao, ZHAO Yan, et al. Simulation of tracing multi-crack and fracture for reinforced concrete structure by the manifold method [J]. Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2009,7(4):257-263. (in Chinese))
- [13] Zheng H, Xu D D. New strategies for some issues of numerical manifold method in simulation of crack propagation[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2014, 97(13):986-1010.
- [14] Zheng H, Liu F, Du X L. Complementarity problem arising from static growth of multiple cracks and

- MLS-based numerical manifold method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2015, 295;150-171.
- [15] 裴觉民. 数值流形方法与非连续变形分析[J]. 岩石力学与工程学报,1997,16(3):279-292. (PEI Jue-min. Numerical manifold method and discontinuous deformation analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997,16(3):279-292. (in Chinese))
- [16] 喻志发,于长一,刘 丰,等. 数值流形法在裂纹扩展中的应用[J]. 岩土工程学报,2020,42(4):751-757. (YU Zhi-fa, YU Chang-yi, LIU Feng, et al. Application of numerical manifold method in crack propagation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2020,42(4):751-757. (in Chinese))
- [17] 高文伟. 基于摩尔库伦准则的数值流形法岩体破坏模拟分析[J]. 延安大学学报(自然科学版),2022,41 (4):7-11,17. (GAO Wen-wei. Simulation analysis of rock mass failure by numerical manifold method based on Mohr-Coulomb criterion[J]. Journal of Yan'an University (Natural Science Edition),2022,41(4):7-11,17. (in Chinese))
- [18] 韩智铭,刘庆宽,王 雪,等.岩体多裂纹扩展演化过程数值流形方法研究[J]. 工程力学,2021,38(S1):7-13. (HAN Zhi-ming, LIU Qing-kuan, WANG Xue, et al. Study on numerical manifold method for evolution process of multi-crack propagation in rock mass[J]. Engineering Mechanics, 2021,38(S1):7-13. (in Chinese))
- [19] An X M, Fu G Y, Ma G W. A comparison between the NMM and the xFEM in discontinuity modeling [J]. International Journal of Computational Methods, 2012, 9(2):1240030.
- [20] Ayatollahi M R, Aliha M R M, Hassani M M. Mixed mode brittle fracture in PMMA: An experimental study using SCB specimens[J]. *Materials Science and Engineering*: A, 2006, 417(1-2): 348-356.

Manifold element cover renewal and parameter inheritance method under crack propagation

CHENG Shou-shan¹, HU Xin², HU Ning², HUANG Hai-xin², XU Rui-ning³, ZHANG Lian-zhen⁴

- (1. Key Laboratory of Old Bridge Detection and Reinforcement (Beijing), Research Institute Highway Ministry of Transport, Beijing 100080, China; 2. School of Civil Engineering and Transportation, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China;
 - 3. Hebei Transportation Investment Group Co., Ltd. (Taihang Innovation Research Institute), Shijiazhuang 050200, China; 4. School of Transportation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: The numerical manifold method (NMM) provides a unified solution for solving continuous and discontinuous problems, with the premise of ensuring the accuracy and stability of the covering generation system. A covering updating method is developed based on the NMM covering system generation theory to address the covering generation problem under crack extension and new crack initiation, which is simple to implement and effectively eliminates the refinement mesh at the crack tip before extension, and realizes mesh refinement at the crack tip after extension. Moreover, to deal with the parameter inheritance issue introduced by the introduction of the crack tip asymptotic function, a parameter inheritance strategy covering conventional physical coverage and singular physical coverage is proposed. By conducting multiple-crack extension and new crack initiation tests on rectangular plates with two initial cracks and comparing the results with SCB specimen experiments, the accuracy of the proposed method in simulating crack propagation is verified.

Key words: numerical manifold method; physical cover renewal; parameter inheritance; crack propagation