DOI:10.7511/jslx20231108002

自然对流传热问题的改进光滑粒子流体动力学模拟

许晓阳*， 于 巍

(西安科技大学 人工智能与计算机学院,西安 710054)

摘 要:基于一种改进的光滑粒子流体动力学SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)方法对封闭方腔自然对流传热问题进行了数值模拟。为了抑制压力场中由于弱可压缩假设而引起的非物理震荡,在连续性方程中引入了密度耗散项;为了克服粒子分布不均匀引起的拉伸不稳定性,联合了粒子迁移技术;为了提高梯度算子的精度和数值稳定性,施加了核梯度修正算法。首先,运用改进SPH方法对瑞利数 $Ra=10^4$ 的封闭方腔自然对流传热问题进行模拟,通过与有限体积方法得到结果的比较验证了方法的有效性。随后,扩展到 $Ra=10^5$ 和 10^6 进行模拟,讨论了不同瑞利数下速度场和温度场的分布规律,分析了不同物理参数对自然对流传热的影响。数值结果表明,本文改进SPH方法可准确有效地模拟自然对流传热问题。

关键词:光滑粒子流体动力学;自然对流;传热;封闭方腔;数值模拟

中图分类号:O242 **文献标志码**:A **文章编号**:1007-4708(2025)03-0427-08

1 引 言

封闭方腔自然对流传热问题是计算流体力学与数值传热学研究的经典课题,具有非常重要的理论意义和应用价值。De Vahl Davis[1]采用中心差分格式得到了封闭方腔自然对流速度和温度的稳态基准解。Le Quéré[2]对不同宽高比的方腔非定常自然对流进行了数值模拟。

光滑粒子流体动力学SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)方法是一种具有拉格朗日性质的无网格方法,最早由Gingold等[3,4]为解决天体物理问题提出。与基于网格的数值方法相比,SPH方法在模拟中不依赖于任何网格,没有网格生成的繁琐操作。并且在模拟大变形及自由面流动问题时能够天然地处理,而无需借助任何界面追踪技术。因此该方法已成功用于多相流[5,6]、冲击[7]和流固耦合[8,9]等领域的数值模拟中。

对于自然对流传热问题的SPH模拟,Szewc等[10]应用基于non-Boussinesq假设的SPH方法模拟了自然对流问题。Raizah等[11]采用不可压SPH方法研究了方腔内铁磁流体的双扩散自然对流特性。尽管已有应用SPH方法模拟自然对流传热方面的一些研究工作,但其仍然存在模拟精度低、压力非物理震荡、粒子聚集等缺点。针对这些问题,近年来有很多学者已提出多种不同的改进方案。如为了抑制压力场中的非物理震荡,Sun等[12]提出一种带数值扩散项的δplus-SPH方法;Ramachandran等[13]提出基于熵阻尼人工压缩率的SPH方法。为了解决粒子聚集引起的拉伸不稳定性问题,Xu等[14]提出粒子迁移技术PST(Particle Shifting Technique);Adami等[15]提出了一种修正的输运速度公式。为了提高SPH梯度算子的精度和一致性,Randles等[16]提出核梯度修正算法KGC(Kernel Gradient Correction);Muta等[17]提出基于粒子分裂和合并的自适应粒子细化算法。虽然这些改进方法已成功提出并得到一定的应用,但其在自然对流传热问题中的应用并不多见,而本文极大地丰富了SPH方法在自然对流传热领域中的应用。

本文基于一种改进的SPH方法对不同瑞利数Ra下的封闭方腔自然对流传热问题进行数值模拟。为了稳定密度场,减小传统SPH方法压力场

收稿日期:2023-11-08; **修改稿收到日期**:2023-12-08.
基金项目:国家自然科学基金(12071367)资助项目.
作者简介:许晓阳*(1987-),男,博士,教授(E-mail:xiaoyang.xu@xust.edu.cn).

引用本文:许晓阳,于 巍.自然对流传热问题的改进光滑粒子流体动力学模拟[J].计算力学学报,2025,**42**(3):427-434.
XU Xiao-Yang, YU Wei. Improved smoothed particle hydrodynamics simulation of natural convection heat transfer problem[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2025, **42**(3):427-434.

中的非物理震荡,在连续性方程中引入了人工扩散项;为了提高粒子分布的均匀度,联合了粒子迁移技术;为了提高数值稳定性和梯度算子的精度,施加了核梯度修正算法。首先,运用改进 SPH 方法对 $\mathrm{Ra}=10^4$ 的封闭方腔自然对流进行模拟,并通过与有限体积方法得到结果的比较验证了方法的有效性。随后,将其扩展到 $\mathrm{Ra}=10^5$ 和 10^6 进行模拟,讨论了不同瑞利数下速度场和温度场的分布规律,分析了不同物理参数对自然对流传热过程的影响。本文研究可为自然对流传热问题的数值模拟提供一种不依赖于网格的新思路和方法,并为湍流自然对流传热问题的模拟研究奠定了前期基础。

2 控制方程

在拉格朗日坐标系下,二维不可压缩牛顿流体的控制方程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}=-\rho\,\nabla\cdot\boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\,\nabla^2\boldsymbol{u}+\boldsymbol{F}_B \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\alpha\,\nabla^2 T \tag{3}$$

式中 ρ 为密度,t 为时间,$\boldsymbol{u}$ 为速度,p 为压力,ν 为运动黏度,T 为热力学温度,$\alpha=\kappa/\rho c_p$ 为热扩散系数,κ 为导热系数,c_p 为定压比热,$\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ 表示物质导数,即 $\mathrm{d}/\mathrm{d}t=\partial/\partial t+\boldsymbol{u}\cdot\nabla$。

式(2)中,$\boldsymbol{F}_B$ 表示浮升力。根据布辛尼斯克近似,可知 y 方向上由于密度梯度产生的浮升力

$$\boldsymbol{F}_B=-\boldsymbol{g}\beta(T-T_0) \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{g}$ 为重力加速度,β 为热膨胀系数,T_0 为流体的参考温度。

3 光滑粒子流体动力学(SPH)方法

3.1 SPH 离散

传统的 δ-SPH 方法不考虑温度的变化,而本文在此基础上,特别加入了温度方程,得到的 δ-SPH 离散形式为

$$\left(\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}\right)_i=\rho_i\sum_j\frac{m_j}{\rho_j}(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u}_j)\cdot\nabla_i W_{ij}+\delta h c_0\sum_j\frac{m_j}{\rho_j}\boldsymbol{\psi}_{ij}\cdot\nabla_i W_{ij} \tag{5}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}}{\mathrm{d}t}\right)_i=-\sum_j m_j\left(\frac{p_j}{\rho_j^2}+\frac{p_i}{\rho_i^2}\right)\nabla_i W_{ij}+\sum_j\frac{m_j(\mu_i+\mu_j)}{\rho_i\rho_j}\frac{\boldsymbol{r}_{ij}\cdot\nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{r}_{ij}|^2+\eta^2}(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u}_j) \tag{6}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\right)_i=\frac{4}{c_p}\sum_j\frac{\kappa_i\kappa_j}{\kappa_i+\kappa_j}\frac{\boldsymbol{r}_{ij}\cdot\nabla_i W_{ij}}{|\boldsymbol{r}_{ij}|^2+\eta^2}(T_i-T_j) \tag{7}$$

式中 i 和 j 为粒子编号,$\eta=0.1\,h$,m 为粒子质量,$\boldsymbol{r}_{ij}=\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j$,$\boldsymbol{r}_i$ 为粒子 i 的位置,h 为光滑长度。$W_{ij}=W(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|,h)$ 为核函数。本文参照 Sun 等[12]选用 $\delta=0.1$。密度耗散项中的 $\boldsymbol{\psi}_{ij}$ 可表示为

$$\boldsymbol{\psi}_{ij}=2(\rho_j-\rho_i)\frac{\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i}{|\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i|^2}-\left[\langle\nabla\rho\rangle_i^L+\langle\nabla\rho\rangle_j^L\right] \tag{8}$$

式中 $\langle\nabla\rho\rangle^L$ 是为了确保流体的体积守恒而引入的核正则化密度梯度,定义为

$$\langle\nabla\rho\rangle_i^L=\sum_j\frac{m_j}{\rho_j}(\rho_j-\rho_i)\boldsymbol{L}_i\,\nabla_i W_{ij}$$

$$\boldsymbol{L}_i=\left[\sum_j\frac{m_j}{\rho_j}(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i)\otimes\nabla_i W_{ij}\right]^{-1} \tag{9}$$

为了在弱可压缩假设下模拟不可压缩流动,本文采用状态方程显式求解压力[18]:

$$p=c_0^2(\rho-\rho_0) \tag{10}$$

式中 c_0 为人工声速,ρ_0 为参考密度。对于弱可压缩流动条件,为了使密度的变化保持在1%以内,人工声速的取值需满足 $c_0\geqslant 10U_{\max}$,其中 $U_{\max}$ 为流场最大流速。

3.2 核梯度修正算法

核梯度修正算法对传统 SPH 方法中的核函数梯度进行修正,可有效提高传统 SPH 方法的计算精度。修正后的核梯度可表示为

$$\nabla_i^C W_{ij}=\boldsymbol{M}_i^{-1}\cdot\nabla_i W_{ij} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{M}_i=\begin{pmatrix}\sum_j\frac{m_j}{\rho_j}x_{ji}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} & \sum_j\frac{m_j}{\rho_j}y_{ji}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i}\\ \sum_j\frac{m_j}{\rho_j}x_{ji}\frac{\partial W_{ij}}{\partial y_i} & \sum_j\frac{m_j}{\rho_j}y_{ji}\frac{\partial W_{ij}}{\partial y_i}\end{pmatrix} \tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{M}_i$ 是与粒子 i 相关的局部可逆矩阵。关于核梯度修正算法的更多内容,可参阅文献[19]。

3.3 粒子迁移技术

为了解决传统 SPH 方法中粒子分布不均匀引起的拉伸不稳定性问题,施加了粒子迁移技术。该方法的思想是在求解控制方程后略微移动粒子,并通过泰勒级数展开对流体动力学变量进行修正,即

$$\varphi_{i'}=\varphi_i+(\nabla\varphi)_i\cdot\delta\boldsymbol{r}_{ii'}+O(\delta\boldsymbol{r}_{ii'}^2) \tag{13}$$

式中 i 和 i' 分别为粒子迁移前与迁移后的位置。$\delta\boldsymbol{r}_{ii'}$ 为粒子迁移向量,由菲克扩散定律决定,即

$$\boldsymbol{J}=-D'\,\nabla C_i \tag{14}$$

式中 $\boldsymbol{J}$ 为扩散通量,C 为粒子浓度,D' 为扩散系数。根据粒子迁移向量 $\delta\boldsymbol{r}_{ii'}=\boldsymbol{u}_i\Delta t$,可假定扩散通量与粒子迁移速度 $\boldsymbol{u}_i$ 成正比,有

$$\delta \boldsymbol{r}_{ii'} \propto -D' \nabla C_i \Delta t$$
$$\nabla C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \tag{15}$$

采用式(15)进行粒子迁移后，仍有一些流体粒子聚集，进而导致数值不稳定。为了解决此问题，采用 Monaghan[20] 提出的人工类压力函数，即

$$f_{ij} = R\left(\frac{W_{ij}}{W(\Delta x)}\right)^n \tag{16}$$

式中 Δx 为粒子间距。Monaghan[20] 认为，$R=0.2$，$n=4$ 时可有效解决数值不稳定性问题，故本文选用此值进行计算。由式(15,16)可修正浓度梯度为

$$\nabla C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\left(1+0.2\left(\frac{W_{ij}}{W(\Delta x)}\right)^4\right)\nabla_i W_{ij} \tag{17}$$

扩散系数 D' 可通过对流扩散方程的 Von Neumann 稳定性分析取值

$$D' = 0.5\,\frac{h^2}{\Delta t} \tag{18}$$

式中 Δt 为时间步长。由式(15,17,18)可得粒子迁移向量

$$\delta \boldsymbol{r}_{ii'} = -0.5h^2 \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\left(1+0.2\left(\frac{W_{ij}}{W(\Delta x)}\right)^4\right)\nabla_i W_{ij} \tag{19}$$

4　封闭方腔自然对流传热问题的模拟

为了更好地描述流动物理，对速度和温度进行无量纲处理，其中 $x^* = x/L$，$y^* = y/L$，无量纲水平速度 $u^* = uL/\alpha$，无量纲垂直速度 $v^* = vL/\alpha$，无量纲温度 $T^* = (T - T_c)/(T_h - T_c)$，无量纲时间 $t^* = t\alpha/L^2$。其中，L 表示流动的特征长度。

4.1　有效性验证

为了验证本文改进 SPH 方法的有效性，首先对 Rayleigh 数 $\mathrm{Ra}=10^4$ 的封闭方腔自然对流进行模拟。图 1 给出了该问题的计算模型。计算区域为边长为 H 的正方形，流体为空气，密度 $\rho_0 = 1.225\ \mathrm{kg/m^3}$，Prandtl 数 $\mathrm{Pr}=0.71$，运动黏度 $\nu = 1.394\times10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$，热膨胀系数 $\beta = 0.0034\ \mathrm{K^{-1}}$，热扩散系数 $\alpha = 1.963\times10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$。方腔左右垂直壁面设为 Dirichlet 恒温边界条件，温度分别为 $T_h = 283\ \mathrm{K}$，$T_c = 273\ \mathrm{K}$，顶部和底部水平壁面设为 Neumann 绝热边界条件，流体参考温度 $T_0 = (T_h + T_c)/2$。核函数采用五次样条函数，光滑长度 $h = 1.3\Delta x$，采用蛙跳格式进行时间积分，时间步长 $\Delta t = 10^{-4}\ \mathrm{s}$。方腔内布置 $n\times n$ 个流体粒子，本文通过改变方腔边长 H 来改变 Ra。当 $\mathrm{Ra}=10^4$ 时，$H=0.02\ \mathrm{m}$，$n=100$；当 $\mathrm{Ra}=10^5$ 时，$H=0.043\ \mathrm{m}$，$n=125$；当 $\mathrm{Ra}=10^6$ 时，$H=0.094\ \mathrm{m}$，$n=150$。

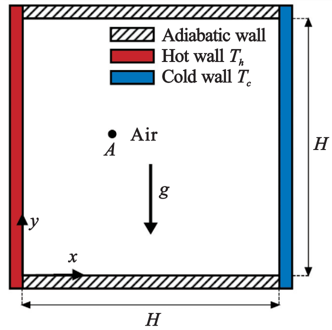
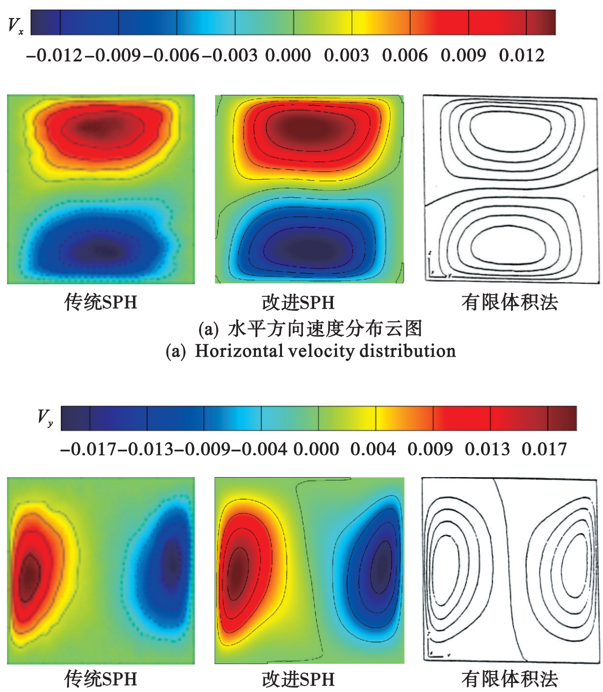


图 1　封闭方腔自然对流的计算模型

Fig. 1　A computational model of natural convection in a closed square cavity

为了观察流体在方腔内的流动和传热特性，图 2 给出了 $\mathrm{Ra}=10^4$ 时水平方向和垂直方向的速度分布云图，并将本文改进 SPH 结果与 Szewc 等[10]的传统 SPH 结果、Markatos 等[21]的 FVM(Finite Volume Method)结果进行了比较。可以看出，传统 SPH 方法的速度在方腔的两个涡流处分布不光滑，而本文改进 SPH 方法有效解决了此问题且与 FVM 结果基本一致，验证了本文改进 SPH 方法模拟封闭方腔自然对流问题的有效性，且相较传统 SPH 方法具有更高的精度和稳定性。另外，两个



(a) 水平方向速度分布云图

(a) Horizontal velocity distribution

(b) 垂直方向速度分布云图

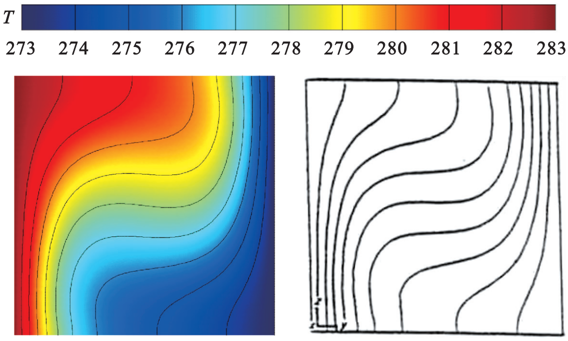
(b) Vertical velocity distribution

图 2　$\mathrm{Ra}=10^4$ 时封闭方腔自然对流的模拟结果

Fig. 2 Simulation results of natural convection in a closed square cavity at $\mathrm{Ra}=10^4$

水平速度涡流分布在绝热壁面附近，两个垂直速度涡流分布在热壁面和冷壁面附近。

图3给出了 Ra＝10^4 时利用本文改进 SPH 方法和 Markatos 等[21]的 FVM 方法得到的温度分布云图。利用两种不同方法模拟得到的结果是一致的，进一步验证了本文改进 SPH 方法模拟此类问题是准确有效的。此外，等温线在两侧壁面附近集中分布。这是因为 Ra＝10^4 时，传热由传导和对流共同作用，垂直壁面附近开始建立热边界层，在这种情况下，等温线会随着热边界层的产生而聚集在两侧壁面附近。



(a) 改进SPH　　(b) 有限体积法
(a) Improved SPH　　(b) FVM

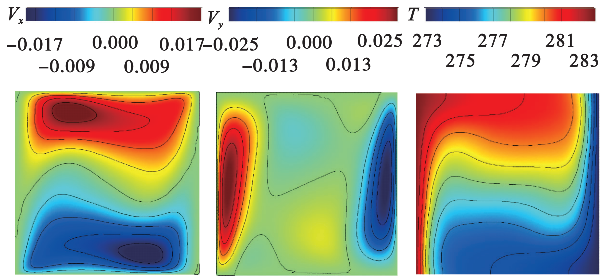
图3 Ra＝10^4 时封闭方腔自然对流的温度分布云图

Fig. 3 Temperature distribution of natural convection in a closed square cavity at Ra＝10^4

4.2 模拟结果与分析

为了展现本文改进 SPH 方法模拟自然对流传热问题的鲁棒性，进一步对 Ra＝10^5 和 10^6 的流动进行了计算。图4给出了 Ra＝10^5 时水平方向速度、垂直方向速度和温度分布云图的改进 SPH 模拟结果。可以看出，相较于 Ra＝10^4，水平和垂直速度涡流进一步向壁面靠拢，等温线在方腔中部逐渐由垂直变为水平，且在两侧壁面附近的热边界层内保持垂直。以上现象可解释为，随着 Ra 的增大，流体的浮升力增大，导致流动循环强度增大，因此对流在传热中的作用变得更加明显。在流型扭转作用下，两侧壁面处的等温线不断聚集，热边界层变薄，表明此时传热以自然对流为主导。

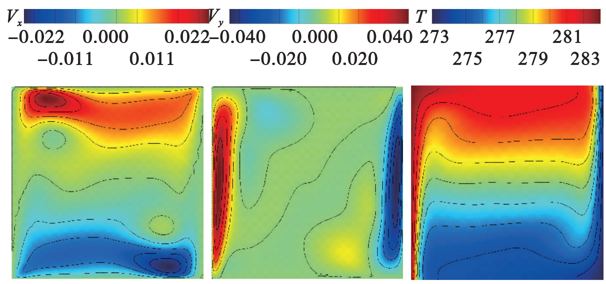
图5给出了 Ra＝10^6 时利用本文改进 SPH 方法得到的水平与垂直方向速度和温度的分布云图。可以看出，相比于 Ra＝10^4 和 10^5，水平速度涡流高度拉伸，垂直速度涡流进一步向侧壁移动，等温线在方腔中部趋于水平，在两侧壁面附近变得更加集中。以上现象可解释为当 Ra 增加到 10^6 时，自然对流效应增强，方腔内壁面附近流体的运动加剧，速度边界层内部的演化更加明显，导致速度涡流基本贴近两侧壁面。另外，由于浮升力的显著增大，传热不可逆性增强，热边界层的厚度进一步减小。方腔侧壁附近的温度梯度增大，传热效率显著提高，使两侧壁面附近的等温线变得更加凝聚。方腔中部由于远离壁面，流体温度的变化较小，因此等温线在方腔中心呈水平分布。



(a) 水平方向速度分布云图　(b) 垂直方向速度分布云图　(c) 温度分布云图
(a) Horizontal velocity distribution　(b) Vertical velocity distribution　(c) Temperature distribution

图4 Ra＝10^5 时封闭方腔自然对流的模拟结果

Fig. 4 Simulation results of natural convection in a closed square cavity at Ra＝10^5



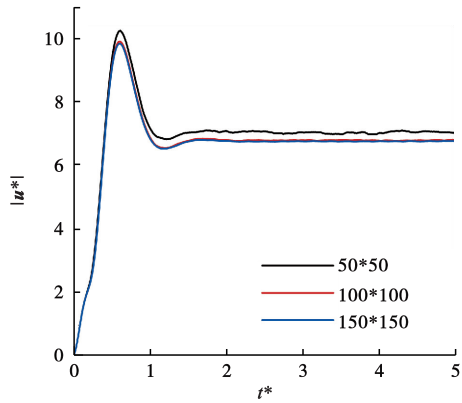
(a) 水平方向速度分布云图　(b) 垂直方向速度分布云图　(c) 温度分布云图
(a) Horizontal velocity distribution　(b) Vertical velocity distribution　(c) Temperature distribution

图5 Ra＝10^6 时封闭方腔自然对流的模拟结果

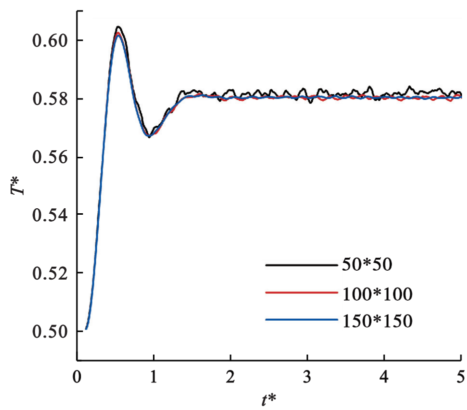
Fig. 5 Simulation results of natural convection in a closed square cavity at Ra＝10^6

为了研究粒子数量的选择与计算结果准确性的关系，本文通过评价 SPH 数值解的收敛性说明模拟结果的正确性。以 Ra＝10^4 为例，采用3种计算工况进行模拟。3种计算工况对应的流体粒子数目分别为 50＊50，100＊100 和 150＊150，而其他参数均保持不变。利用3种不同计算工况得到的图1中点 $A(0.4H, 0.6H)$ 处无量纲速度大小 $|\boldsymbol{u}^*|$ 和温度 T^* 随时间变化的结果如图6所示。可以看出，当取 50＊50 的粒子分布时，给出的无量纲速度大小 $|\boldsymbol{u}^*|$ 和温度 T^* 曲线均不光滑，结果与其他情况也相差较多，当增加粒子数时，计算结果变得光滑，且结果逐渐收敛。但当取150＊150的粒子分布时，经实验验证其计算效率明显降低，从

而验证了本文选取 100 * 100 的粒子数目模拟封闭方腔自然对流传热问题的收敛性和准确性。



(a) 无量纲速度大小|**u***|
(a) Dimensionless velocity magnitude |**u***|

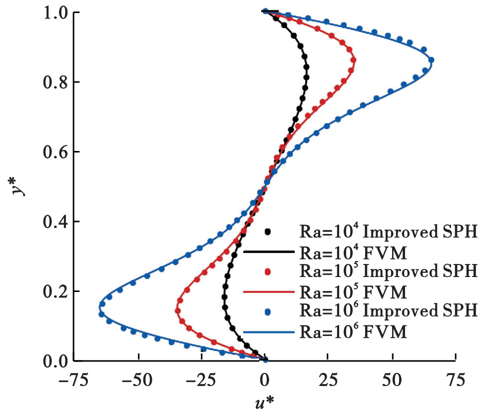


(b) 无量纲温度*T**
(b) Dimensionless temperature *T**

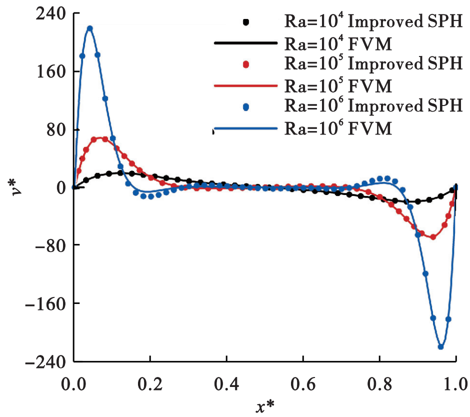
图 6　Ra =10^4 时不同粒子分布下点 *A* 处无量纲速度大小| $\boldsymbol{u}^*$ |和温度 T^* 随时间变化的影响

Fig. 6　Effect of dimensionless velocity magnitude | $\boldsymbol{u}^*$ | and temperature T^* on time at point *A* with different particle distributions at Ra =10^4

Ra 是自然对流传热的一个重要参数。为了进一步研究 Ra 对流动产生的影响,图 7 给出了利用本文改进 SPH 方法和 FVM 方法得到的不同 Ra(Ra =10^4,10^5,10^6)取值下垂直中心线上水平方向的无量纲速度 u^* 和水平中心线上垂直方向的无量纲速度 v^* 随位置的变化情况。可以看出,利用本文改进 SPH 方法得到的结果和 FVM 结果是基本吻合的。另外,Ra 越大,中心线两个方向上速度的最值越大,但并不影响速度在中心线上的分布。这是因为随着 Ra 的增大,浮升力增大,方腔内的自然对流传热增强,流体的运动加剧,壁面上的速度边界层变薄,靠近两侧涡流处的速度增大。此外,由于黏性力的作用,流体在靠近壁面处的速度为 0;远离壁面处流体的温差为 0,速度也为 0。



(a) 垂直中心线上水平方向
(a) Vertical center line horizontal direction



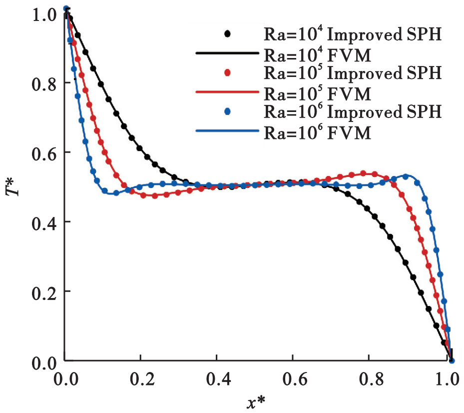
(b) 水平中心线上垂直方向
(b) Horizontal center line vertical direction

图 7　封闭方腔自然对流的无量纲速度分布

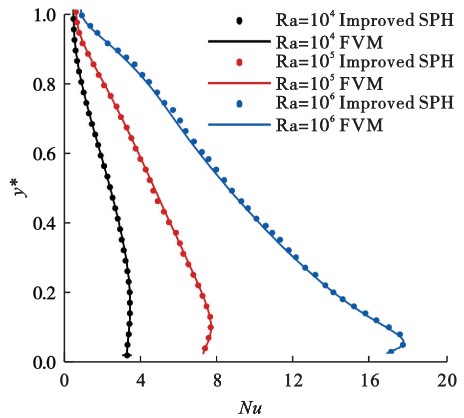
Fig. 7　Dimensionless velocity distribution of natural convection in a closed square cavity

为了研究 Ra 对自然对流传热的影响,图 8 给出了利用本文改进 SPH 方法和 FVM 方法得到的不同 Ra(Ra =10^4,10^5,10^6)取值下水平中心线上的无量纲温度 T^* 和热壁面上的 Nusselt 数 *Nu* 随位置的变化情况。可以看出,改进 SPH 方法与 FVM 方法的计算结果无显著差异。另外,Ra 对温度的影响较大,但并不影响温度在水平中心线上的分布。Ra 越大,流体温度越早到达参考温度。这是因为 Ra 越大,自然对流传热的效应越强,热边界层越薄,传热由导热与对流共同作用逐渐转变为以对流为主导,温度因浮升力的增大变化得更加明显。

对于 *Nu* ,本文观察到,Ra 越大, *Nu* 在热壁面上的最值越大。这是因为 Ra 越大,自然对流传热效应越明显,热边界层在垂直壁面附近不断发展,壁面的传热效应增强。由于 *Nu* 反映自然对流传热的强度,因此其最值也随之增大。



(a) 水平中心线上的无量纲温度分布
(a) Dimensionless temperature distribution of horizontal center line



(b) 热壁面上的Nu分布
(b) Distribution of Nu on a heat wall

图8 封闭方腔自然对流的模拟结果
Fig.8 Simulation results of natural convection in a closed square cavity

表1给出了不同 Ra 下无量纲速度、Nu 以及平均 Nusselt 数 Nu_0 的相关数据，并将改进 SPH 方法与 De Vahl Davis 的基准解[1]、离散奇异卷积 DSC(Discrete Singular Convolution)[22]、Barakos 等[23]的 FVM 方法和 Danis 等[24]的传统 SPH 方法进行了比较。传统 SPH 方法得到的相关无量纲参数在 Ra 较低时与基准解相比精度较低；当 Ra 达到 10^6 时，传统 SPH 方法的计算结果与基准解、DSC 和 FVM 存在明显的差异，其结果相差4%左右。而改进 SPH 方法在不同 Ra 下的模拟结果与基准解、DSC 以及 FVM 的结果均具有较好的一致性，误差均不超过1%。所有这些结果均表明，本文改进 SPH 方法能够准确有效地模拟不同 Ra 下的封闭方腔自然对流传热问题。

5 结论

本文基于一种改进的 SPH 方法对不同 Ra 下的封闭方腔自然对流传热问题进行了数值模拟。为了抑制压力场中由于弱可压缩假设引起的非物理震荡，在连续性方程中引入了数值扩散项；为了解决粒子分布不均匀引起的拉伸不稳定性问题，联合了粒子迁移技术；为了提高数值稳定性和 SPH 梯度算子的精度，施加了核梯度修正算法。应用改进 SPH 方法对自然对流传热问题进行了模拟，分析了不同参数对流动的影响，所得结论如下。

(1)通过与有限体积方法解的比较，表明了本

表1 不同 Ra 下的无量纲速度、Nu 及 Nu_0 的对比
Tab.1 Comparison of dimensionless velocities, Nu and Nu_0 under different Ra

参数	Improved SPH	De Vahl Davis	DSC	FVM	SPH
Ra $=10^4$					
$u^*_{max}(y^*_{max})$	16.152(0.820)	16.178(0.823)	15.967(0.817)	16.263(0.818)	16.207(0.825)
$v^*_{max}(x^*_{max})$	19.748(0.120)	19.617(0.119)	19.980(0.117)	19.717(0.119)	19.896(0.113)
$Nu_{min}(Nu_{max})$	0.578(3.533)	0.586(3.528)	0.528(3.441)	0.583(3.539)	0.584(3.543)
Nu_0	2.216	2.238	2.155	2.245	2.257
Ra $=10^5$					
$u^*_{max}(y^*_{max})$	34.515(0.860)	34.730(0.855)	33.510(0.850)	35.173(0.859)	34.745(0.863)
$v^*_{max}(x^*_{max})$	68.271(0.070)	68.590(0.066)	70.810(0.070)	69.746(0.066)	70.448(0.063)
$Nu_{min}(Nu_{max})$	0.714(7.749)	0.729(7.717)	0.678(7.662)	0.733(7.636)	0.743(7.584)
Nu_0	4.317	4.509	4.352	4.510	4.526
Ra $=10^6$					
$u^*_{max}(y^*_{max})$	65.179(0.860)	64.630(0.850)	65.550(0.860)	64.881(0.859)	63.034(0.863)
$v^*_{max}(x^*_{max})$	219.350(0.040)	219.360(0.038)	227.240(0.040)	220.765(0.039)	229.799(0.038)
$Nu_{min}(Nu_{max})$	0.978(17.888)	0.989(17.925)	0.903(17.390)	1.001(17.442)	1.082(16.127)
Nu_0	8.847	8.817	8.632	8.806	8.612

文改进 SPH 方法模拟自然对流传热问题是准确有效的,且相对于传统 SPH 方法有更高的计算精度。

(2)本文改进 SPH 方法相较于传统 SPH 方法具有更高的稳定性和鲁棒性,可以准确地模拟 Ra 在 $10^4 \sim 10^6$ 时方腔中速度场和温度场的分布规律。通过三种不同粒子数目对封闭方腔自然对流传热问题进行模拟,表明本文改进 SPH 方法具有良好的数值收敛性。

(3)改进 SPH 方法提高了 *Nu* 中梯度算子的精度,使其在较高的 Ra 下也能准确反映自然对流传热的强度。*Nu* 随着热边界层内温度梯度的增大而增大。

(4)本文为自然对流传热的模拟提供了一种不依赖于网格的新研究思路,为后续湍流自然对流传热问题的模拟研究奠定了基础。

参考文献(References):

[1] De Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity:A bench mark numerical solution[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1983,**3**(3):249-264.

[2] Le Quéré P. Natural convection in air-filled differentially heated isoflux cavities:Scalings and transition to unsteadiness,a long story made short[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2022, **176**: 107430.

[3] Gingold R A,Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*,1977,**181**(3):375-389.

[4] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. *The Astronomical Journal*, 1977,**82**:1013.

[5] 刘 号,金阿芳,买买提明·艾尼. 圆柱周围湍流和含沙多相流的 SPH 数值模拟[J]. 计算力学学报,2023,**40**(3):403-410. (LIU Hao,JIN A-fang,Maimaitimin Aini. SPH numerical simulation of turbulent and sandy multiphase flow around a cylinder[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*,2023,**40**(3):403-410. (in Chinese))

[6] De Padova D,Mossa M,Sibilla S. A multi-phase SPH simulation of oil spill diffusion in seawater currents [J]. *Acta Mechanica Sinica*,2022,**39**(2):722230.

[7] 张 宇,王彬文,刘小川. 基于 ALE,CEL 和 SPH 方法的球形破片高速冲击充液结构对比研究[J]. 计算力学学报,2022,**39**(6):824-831. (ZHANG Yu, WANG Bin-wen,LIU Xiao-chuan. Comparative study of fluid-filled structure impacted by high-speed spherical fragments based on ALE,CEL and SPH[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*,2022,**39**(6):824-831. (in Chinese))

[8] Tang X J,Zhang C,Haidn O,et al. An integrative SPH method for heat transfer problems involving fluid-structure interaction[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2022,**39**(2):722248.

[9] Wang L,Xu F,Yang Y. Research on water entry problems of gas-structure-liquid coupling based on SPH method[J]. *Ocean Engineering*, 2022, **257**: 111623.

[10] Szewc K,Pozorski J,Tanière A. Modeling of natural convection with smoothed particle hydrodynamics: Non-boussinesq formulation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*,2011,**54**(23-24): 4807-4816.

[11] Raizah Z A S,Aly A M. ISPH method for MHD double-diffusive natural convection of a nanofluid within cavity containing open pipes[J]. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*,2019,**30**(7):3607-3634.

[12] Sun P N,Colagrossi A,Marrone S,et al. The δ plus-SPH model:Simple procedures for a further improvement of the SPH scheme[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*,2017,**315**:25-49.

[13] Ramachandran P,Puri K. Entropically damped artificial compressibility for SPH[J]. *Computers & Fluids*,2019,**179**:579-594.

[14] Xu R,Stansby P,Laurence D. Accuracy and stability in incompressible SPH(ISPH) based on the projection method and a new approach[J]. *Journal of Computational Physics*,2009,**228**(18):6703-6725.

[15] Adami S,Hu X Y,Adams N A. A transport-velocity formulation for smoothed particle hydrodynamics[J]. *Journal of Computational Physics*,2013,**241**:292-307.

[16] Randles P W,Libersky L D. Smoothed particle hydrodynamics:Some recent improvements and applications [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*,1996,**139**(1-4):375-408.

[17] Muta A,Ramachandran P. Efficient and accurate adaptive resolution for weakly-compressible SPH[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*,2022,**395**:115019.

[18] Morris J P,Fox P J,Zhu Y. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH[J]. *Journal of Computational Physics*,1997,**136**(1):214-226.

[19] Xu X Y,Deng X L. An improved weakly compressible

SPH method for simulating free surface flows of viscous and viscoelastic fluids[J]. *Computer Physics Communications*, 2016, **201**: 43-62.

[20] Monaghan J J. SPH without a tensile instability[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, **159**(2): 290-311.

[21] Markatos N C, Pericleous K A. Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1984, **27**(5): 755-772.

[22] Wan C, Patnaik B S V. A new benchmark quality solution for the buoyancy-driven cavity by discrete singular convolution[J]. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 2001, **40**(3): 199-228.

[23] Barakos G, Mitsoulis E, Assimacopoulos D. Natural convection flow in a square cavity revisited: Laminar and turbulent models with wall functions[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1994, **18**(7): 695-719.

[24] Danis M E, Orhan M, Ecder A. ISPH modelling of transient natural convection[J]. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2013, **27**(1): 15-31.

Improved smoothed particle hydrodynamics simulation of natural convection heat transfer problem

XU Xiao-yang*, YU Wei

(College of Artificial Intelligence & Computer Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: Based on an improved Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method, a numerical simulation of natural convection heat transfer in a closed square cavity was carried out. In order to suppress the non-physical oscillation caused by the hypothesis of week compressibility in the pressure field, the density dissipation term is introduced into the continuity equation. In order to overcome the tensile instability caused by the uneven distributions of particles, the particle shifting technique is combined. In order to improve the accuracy and numerical stability of the gradient operator, a kernel function gradient correction algorithm is applied. Firstly, the improved SPH method is used to simulate the natural convection heat transfer in a closed square cavity with Rayleigh number $Ra=10^4$ and the effectiveness of the method is verified by comparing the results with those obtained by the finite volume method. Then, the simulation is extended to $Ra=10^5$ and 10^6, and the distributions of velocity field and temperature field under different Rayleigh numbers are discussed. The influences of different physical parameters on natural convection heat transfer are analyzed. The numerical results show that the improved SPH method can simulate the natural convection heat transfer problem accurately and effectively.

Key words: smoothed particle hydrodynamics; natural convection; heat transfer; closed square cavity; numerical simulation