

DOI: 10.7511/jslx20231129001

基于 Volterra 级数和递推最小二乘法的结构振动响应非线性特征和损伤识别

李雪艳*, 赖煜山, 刘恩, 刘荣林, 赵卫

(暨南大学 力学与建筑工程学院 重大工程灾害与控制教育部重点实验室, 广州 510632)

摘要:当结构发生损伤时有可能引发结构的非线性振动,所以进行非线性识别可以检测结构损伤。而 Volterra 级数可以为非线性振动分析提供简明的分析模型,可以分离振动响应的线性和非线性成分,从而建立起更灵敏的非线性特征指标。在识别 Volterra 核时,需要输入激励响应和输出振动响应,是一个反问题求解问题。为了避免测试激励响应,本文使用不同测点的振动响应作为输入响应。为了避免矩阵求逆和病态求解问题,提出使用递推最小二乘法。研究了 Volterra 级数分离的各振动响应成分的特点,然后构建了非线性特征指标,进行非线性损伤位置的识别。为了消除激励位置和输入振动响应位置对非线性特征指标的影响,使用贝叶斯融合对最后的特征指标向量进行融合,最后能准确地识别出损伤位置。通过七层框架结构的多工况分析,验证了所提方法的有效性。

关键词:Volterra 级数;递推最小二乘法;非线性特征识别;损伤识别;贝叶斯融合

中图分类号:TU375.4;O346.5

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2025)03-0404-08

1 引言

实际建筑结构在服役期间受到材料老化、荷载长期效应和疲劳效应等多种因素的影响,各种非线性问题会不可避免地存在于工程结构中,这些非线性问题的累积往往伴随着结构损伤或故障的发生,如果不对这些问题进行监测和控制,将会对工程结构造成不可估量的损害^[1-2]。因此,结构非线性特征识别成为了当前的热点研究领域^[3,4]。一般的模态参数识别方法假设系统始终处于线性状态,但是损伤往往容易引起结构的非线性行为。Volterra 级数作为 Taylor 级数的推广,本质上是一种描述非线性系统输入与输出之间关系的数学泛函,能够为一大类非线性系统提供简洁明了的分析模型,因而在非线性系统的分析中具有重要地位^[5]。如文献^[6,7]使用 Volterra 级数进行了非线性振动分析并得到满意的结果。当系统发生损伤时,Volterra 级数的时域核可以作为传递函数来反映系统

的非线性特征^[8,9],因此可以利用 Volterra 级数的时域核进行结构非线性识别^[10-12]。

目前,Volterra 级数模型已在结构非线性特征识别方面取得了一些成果。彭志科等^[13]对 Volterra 级数的非线性系统建模及其工程应用进行了全面综述。Shiki 等^[14]采用最小二乘法辨识 Volterra 核函数,并应用于具有非线性现象的梁的结构损伤检测中,但在实际计算中最小二乘法对自适应矩阵求逆需要进行大量复杂的运算,通常会造成较大的误差。为了解决这个问题,付一丁等^[15]利用递推最小二乘法辨识出系统 Volterra 核函数,并通过广义频域响应函数模型实现高效的系统故障诊断。这些研究使用外部激励作为 Volterra 级数模型的输入,并将结构同步的响应作为输出。然而,在实际运行条件下,通常难以获取结构外部激励,这极大地限制了 Volterra 级数的实际应用。为了克服这一局限性,已有文献尝试在没有外激励信息的情况下辨识 Volterra 系统的核函数。Scus-

收稿日期:2023-11-29;修改稿收到日期:2024-02-05。

基金项目:国家重点研发计划(2019YFC1511004-05);广东省重点领域研发计划(2019B111106001)资助项目。

作者简介:李雪艳*(1976-),女,博士,副教授(E-mail:celixy@jnu.edu.cn)。

引用本文:李雪艳,赖煜山,刘恩,等.基于 Volterra 级数和递推最小二乘法的结构振动响应非线性特征和损伤识别[J].计算力学学报,2025,42(3):404-411,449.

LI Xue-yan, LAI Yu-shan, LIU En, et al. Identification of nonlinear characteristics and structural damage from vibration response based on Volterra series and recursive least squares method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2025, 42(3): 404-411, 449.

sel 等^[16]提出了一种仅依据输出数据的 Volterra 级数辨识方法,使用两个在不同位置测点的数据计算多重卷积。Tang 等^[17]提出了一种基于 Volterra 级数的旋转机械故障建模诊断方法,该方法将不同测点的振动信号作为输入与输出信号,并采用 Volterra 核函数和主成分分析作为损伤特征。Peng 等^[18]使用 Volterra 级数模型进行结构非线性特征检测,仅基于输出信号的方法使用最小二乘法辨识核函数,在未知外部激励的情况下量化结构的非线性行为。

虽然已有一些使用 Volterra 核函数进行结构损伤识别的研究论文,但是研究的结构对象还仅限于机械结构和钢筋混凝土构件等少数结构,而且主要为定性分析。本文在仅使用加速度响应识别 Volterra 核,和使用递推最小二乘法改善病态反问题和提高计算效率的基础上,研究 Volterra 级数分离的线性和非线性响应成分的特点,研究 Volterra 核函数跟激励位置、输入振动响应和输出振动响应位置的关系,以及研究其跟非线性位置的关系。并把本文提出的方法应用于一个七层框架模型,演示其有效性。

2 基于输出信号的 Volterra 级数模型识别

2.1 Volterra 级数理论

对于一般的非线性系统,若系统输入的能量有限^[19],振动响应的 Volterra 级数的离散表达式^[20]为

$$y(t) = \sum_{i=1}^K \sum_{n_1=0}^{N_1} \sum_{n_2=0}^{N_2} \cdots \sum_{n_i=0}^{N_i} h_i(\tau_{n_1}, \tau_{n_2}, \cdots, \tau_{n_i}) \cdot \prod_{n_k=1}^i u(t - \tau_{n_k}) + e(t) \quad (1)$$

式中 K 为 Volterra 级数模型的截断阶数, $h_i(\tau_{n_1}, \tau_{n_2}, \cdots, \tau_{n_i})$ 为离散 Volterra 级数的第 i 阶时域核函数, N_i 为第 i 阶 Volterra 核函数的记忆长度, $e(t)$ 为截断误差。在实际问题求解中,当 N_i 和 K 取值恰当时, $e(t)$ 可忽略不计。现有研究表明,仅用前三阶截断形式的 Volterra 级数能对大部分实际非线性系统进行描述^[21]。所以本研究仅使用前三阶核函数。基于 Volterra 核函数的对称性^[22],系统在 t 时刻输入输出关系可表示为

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_1} h_1(i)u(t-i) + \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=i}^{N_2} I(i,j)h_2(i,j)u(t-i)u(t-j) +$$

$$\sum_{i=1}^{N_3} \sum_{j=i}^{N_3} \sum_{k=j}^{N_3} J(i,j,k)h_3(i,j,k)u(t-i) \cdot u(t-j)u(t-k) \quad (2)$$

式中 $I(i,j)J(i,j,k)$ 的取值分别为

$$I(i,j) = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 2 & (i \neq j) \end{cases} \quad (3)$$

$$J(i,j,k) = \begin{cases} 1 & (i=j=k) \\ 3 & (i \neq j=k) \text{ or } (i=j \neq k) \text{ or } (i=k \neq j) \\ 6 & ((i \neq j) \& (i \neq k) \& (j \neq k)) \end{cases} \quad (4)$$

为了避免测试激励响应,使用其他点的振动响应代替输入激励响应,建立结构的两个不同测点的振动响应之间的 Volterra 级数模型,来分析结构的非线性特征。即将式(2)中 $u(t)$ 改为 $x(t)$,即

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_1} h_1(i)x(t-i) + \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=i}^{N_2} I(i,j)h_2(i,j) \cdot x(t-i)x(t-j) + \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{j=i}^{N_3} \sum_{k=j}^{N_3} J(i,j,k) \cdot h_3(i,j,k)x(t-i)x(t-j)x(t-k) \quad (5)$$

式中 $x(t)$ 为在 t 时刻另一个测量位置的输出响应, $h_1(i), h_2(i,j), h_3(i,j,k)$ 分别为扩展的三阶核,可以作为传递函数描述系统两个响应之间的线性和非线性特征。

定义系统各时刻响应的输出向量,计算误差向量与系统待辨识的核向量分别为 $\mathbf{Y}, \mathbf{E}$ 与 $\mathbf{H}$ 。

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = [y(s+1), y(s+2), \cdots, y(s+m)]^T \\ \mathbf{E} = [e(s+1), e(s+2), \cdots, e(s+m)]^T \\ \mathbf{H} = [\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3]^T = \\ \quad [h_1(0), h_1(1), \cdots, h_1(N_1), \\ \quad h_2(0,0), h_2(0,1), \cdots, h_2(N_2, N_2), \\ \quad h_3(0,0,0), h_3(0,0,1), \cdots, h_3(N_3, N_3, N_3)]^T \end{cases} \quad (6)$$

式中 s 为数据采样起点, m 为数据长度。定义系统的响应输入矩阵为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \mathbf{X}_3] \quad (7)$$

式中 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ 和 $\mathbf{X}_3$ 分别为

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x(s+1) & x(s) & \cdots & x(s+1-N_1) \\ x(s+2) & x(s+1) & \cdots & x(s+2-N_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x(s+m) & x(s+m-1) & \cdots & x(s+m-N_1) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} x(s+1)^2 & 2x(s+1)x(s) \\ x(s+2)^2 & 2x(s+2)x(s+1) \\ \vdots & \vdots \\ x(s+m)^2 & 2x(s+m)x(s+m-1) \\ \cdots & x(s+1-N_2)x(s+1-N_2) \\ \cdots & x(s+2-N_2)x(s+2-N_2) \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & x(s+m-N_2)x(s+m-N_2) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} x(s+1)^3 & 3x(s+1)^2 < x(s) \\ x(s+2)^3 & 3x(s+2)^2 x(s+1) \\ \vdots & \vdots \\ x(s+m)^3 & 3x(s+m)^2 x(s+m-1) \\ \cdots & x(s+1-N_3)^3 \\ \cdots & x(s+2-N_3)^3 \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & x(s+m-N_3)^3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

则系统的总输入与输出之间关系式的矩阵表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{E} \quad (11)$$

由最小二乘法可得系统 Volterra 级数时域核向量为

$$\mathbf{H} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (12)$$

Volterra 级数核系数代入式(13),可得到输出信号的重构数据 $\tilde{\mathbf{Y}}$, 其中的线性部分 $\tilde{\mathbf{Y}}_1$, 二阶非线性部分 $\tilde{\mathbf{Y}}_2$ 和三阶非线性部分 $\tilde{\mathbf{Y}}_3$ 为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{H} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_1 = \mathbf{X}_1 \mathbf{H}_1 \\ \tilde{\mathbf{Y}}_2 = \mathbf{X}_2 \mathbf{H}_2 \\ \tilde{\mathbf{Y}}_3 = \mathbf{X}_3 \mathbf{H}_3 \end{cases} \quad (13)$$

2.2 递推最小二乘法

使用最小二乘法计算时要对矩阵求逆,有病态问题和计算量较大的问题。所以使用递推最小二乘法^[23]来求解方程(11),核心原理是利用前面时刻的估计值和新采集的观测数据,递推计算出当前时刻的参数估计值,从而不断逼近真实值。

定义系统的输入矩阵为

$$\mathbf{P}(m) = [\mathbf{X}(1)^T, \mathbf{X}(2)^T, \cdots, \mathbf{X}(m)^T]^T \quad (14)$$

式中 $\mathbf{X}(n)$ ($1 \leq n \leq m$) 为

$$\mathbf{X}(n) = [x(s+n), x(s+n-1), \cdots, x(s+n-N_1+1), x^2(s+n), 2x(s+n)x(s+n-1), \cdots, x^2(s+n-N_2+1), x^3(s+n), 3x^2(s+n)x(s+n-1), \cdots, x^3(s+n-N_3+1)] \quad (15)$$

基于式(12),得到系统 Volterra 核函数向量对应的最小二乘解为

$$\mathbf{H}(m) = [\mathbf{P}(m)^T \mathbf{P}(m)]^{-1} \mathbf{P}(m)^T \mathbf{Y}(m) \quad (16)$$

当新增一组时刻的观测值 $\mathbf{X}(m+1), y(m+1), e(m+1)$ 时,式(11)更新为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(m) \\ y(m+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(m) \\ \mathbf{X}(m+1) \end{bmatrix} \mathbf{H}(m+1) + \begin{bmatrix} \mathbf{E}(m) \\ e(m+1) \end{bmatrix} \quad (17)$$

为方便推导,记

$$\mathbf{H}_m = [\mathbf{P}(m)^T \mathbf{P}(m)]^{-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_{m+1} = [\mathbf{P}(m+1)^T \mathbf{P}(m+1)]^{-1} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{P}(m) \\ \mathbf{X}(m+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{P}(m) \\ \mathbf{X}(m+1) \end{bmatrix} \right\}^{-1} \quad (19)$$

对 $\mathbf{H}_{m+1}$ 展开,得

$$\mathbf{H}_{m+1} = [\mathbf{H}_m^{-1} + \mathbf{X}(m+1)^T \mathbf{X}(m+1)]^{-1} \quad (20)$$

由矩阵求逆引理公式^[24],可得 $\mathbf{H}_{m+1}$ 与 $\mathbf{H}_m$ 之间的递推关系式为

$$\mathbf{H}_{m+1} = \mathbf{H}_m - \mathbf{H}_m \mathbf{X}(m+1)^T [1 + \mathbf{X}(m+1) \cdot \mathbf{H}_m \mathbf{X}(m+1)^T]^{-1} \mathbf{X}(m+1) \mathbf{H}_m \quad (21)$$

将式(18)代入式(16),公式两边同乘 $\mathbf{H}_m^{-1}$ 可得

$$\mathbf{H}_m^{-1} \mathbf{H}(m) = \mathbf{P}(m)^T \mathbf{Y}(m) \quad (22)$$

将式(21,22,18)代入式(17),可得递推最小二乘法的公式为

$$\begin{cases} \mathbf{H}(m+1) = \mathbf{H}(m) + \mathbf{H}_m \mathbf{X}(m+1)^T \\ [1 + \mathbf{X}(m+1) \mathbf{H}_m \mathbf{X}(m+1)^T]^{-1} \\ [y(m+1) - \mathbf{X}(m+1) \mathbf{H}(m)] \\ \mathbf{H}_{m+1} = \mathbf{H}_m - \mathbf{H}_m \mathbf{X}(m+1)^T \\ [1 + \mathbf{X}(m+1) \mathbf{H}_m \mathbf{X}(m+1)^T]^{-1} \mathbf{X}(m+1) \mathbf{H}_m \end{cases} \quad (23)$$

其中 定义 $\mathbf{H}_0 = 10^5 \times$ 单位矩阵和 $\mathbf{H}(0) = 0$, 将定义的初始值代入到式(23)中进行循环递推,当递推次数等于数据长度 m 时停止递推。可以看到由式(23)计算核系数时无需矩阵求逆,避免了矩阵病态问题,无需使用正则化技术来改善病态求解,进而提高了计算效率。

2.3 非线性特征指标

基于 Volterra 级数能够将非线性系统的线性和非线性响应分离的特性,提出非线性指标 $VH2$ 用于结构的非线性识别研究。来自第 p 个测点加速度响应的 Volterra 级数的第二阶时域核绝对值的平均值为

$$VH2_p = \frac{\sum_{i=0, j=0}^{i=N_1, j=N_2} |h_2(i, j)|}{N} \quad (24)$$

式中 N_1 和 N_2 分别为第一阶和第二阶时域核的记忆长度, N 为基于 Volterra 级数时域核对称性最终辨识的第二阶时域核个数。当输入为激励响应时,在识别 Volterra 时域核时,激励峰值会受到抑制,而固有频率峰值会凸显出来,可以消除激励的影响,在非线性位置附近测点的 $VH2$ 值会更大,所以可以识别出非线性的位置。但是当输入为振动响应时,由于输入和输出振动响应应具有类似的频谱图,固有频率峰值不能优势凸显出来,激励影响并不能大部分消除,所以导致式(24)提出的非线性特征指标受到激励位置的影响,识别非线性位置时的准确度会降低。本文提出使用贝叶斯融合来提高该指标的准确性。由各测点的 $VH2$ 值可以形成非线性特征指标向量为

$$\mathbf{VH2} = [VH2_{p_1}, VH2_{p_2}, \dots, VH2_{p_l}] \quad (25)$$

式中下标 $p_1, p_2, \dots, p_l$ 表示 l 个不同的测点位置。当结构受到不同位置的激励作用时,会产生多组 $\mathbf{VH2}$, 由于结构的非线性特征位置不变,而激励位置在改变,在经过贝叶斯融合以后,会降低激励位置的影响,进而把非线性特征的位置影响给突出出来,达到识别非线性位置的目的。

贝叶斯融合将来自多个信息源的数据相结合,以实现比使用单个信息源分析更准确的识别。本文将来自不同测试(具有不同激励位置)的 $\mathbf{VH2}$ 向量视为信息源。考虑有 f 个信息源 $S_1, S_2, \dots, S_f$ 和 l 个与传感器测点附近的非线性成程度有关的参数 $A_1, A_2, \dots, A_l$ 待确认。每个参数的先验概率由 $P(A_i)$ ($i=1, 2, \dots, l$) 表示。当每个信息源相互独立时,可以获得 A_i 的条件概率值为^[24]

$$P(S_1, S_2, \dots, S_f | A_i) = P(S_1 | A_i)P(S_2 | A_i) \dots P(S_f | A_i) \quad (26)$$

在第 k 次测试下的第 i 测点的非线性概率 $P(S_k | A_i)$ 为

$$P(S_k | A_i) = \frac{|VH2_{p_i}|}{\sum_{j=1}^l |VH2_{p_j}|} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \text{贝叶斯融合以后的第 } i \text{ 测点的非线性概率为} \\ P(A_i | S_1, S_2, \dots, S_f) = & \frac{P(S_1, S_2, \dots, S_f | A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^l P(S_1, S_2, \dots, S_f | A_i)P(A_i)} = \\ & \frac{P(S_1 | A_i)P(S_2 | A_i) \dots P(S_f | A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^l P(S_1 | A_i)P(S_2 | A_i) \dots P(S_f | A_i)P(A_i)} \end{aligned} \quad (28)$$

式中 $P(A_i)$ 为先验初始概率,一般取 $P(A_i)=1/l$ 和 $\sum_{i=1}^l P(A_i) = 1$ 。

3 七层框架结构

使用七层钢框架结构来演示 Volterra 核系数的非线性特征识别和结构损伤位置识别。七层框架每层竖向柱子分成两个等长的梁单元,每层横向梁分成四个等长的梁单元,结构有限元模型的单元和节点编号系统如图 1 所示,总共 56 个平面梁单元和 51 个节点,每个节点 3 个自由度,总共 153 个自由度。结构层高为 0.3 m,总高为 2.1 m,宽度为 0.5 m,柱横截面为高 50 mm、宽 8.92 mm 的矩形,横向梁截面为高 50 mm 宽 4.85 mm 的矩形。材料弹性模量 E 为 206 GPa,结构中柱的质量密度和梁的质量密度分别为 7850 kg/m³ 和 7746 kg/m³。为了模拟楼板的质量,每层分别加两对质量块,每一对质量块的质量为 3.8 kg。框架的底部固支,横向、竖向和转动方向的约束由大刚度 10¹⁰ kN/m, 10⁹ kN/m 和 10¹⁰ kNm/rad 来近似。采用瑞利阻尼,前两阶阻尼比为 $\xi_1=0.01$ 和 $\xi_2=0.005$,其他阶阻尼比 $\Phi^T C \Phi (2\omega)$ 由计算得到, Φ 为振型矩阵, C 为阻尼矩阵, ω 为模态频率向量,结构线性状态时前十个频率为 1.7588 Hz, 7.0933 Hz, 12.3659 Hz, 14.4767 Hz, 17.7269 Hz, 22.0184 Hz, 25.8780 Hz, 28.4645 Hz, 40.2690 Hz 和 42.0229 Hz,结构的前几阶振型主要为剪切振型。

本文采集竖向柱上的每个节点处的横向加速度响应信号进行分析。仅使用输出振动响应,采用递推最小二乘法对七层框架结构的加速度响应建立 Volterra 级数模型,分离线性响应和非线性响应,进行非线性特征分析和定位。

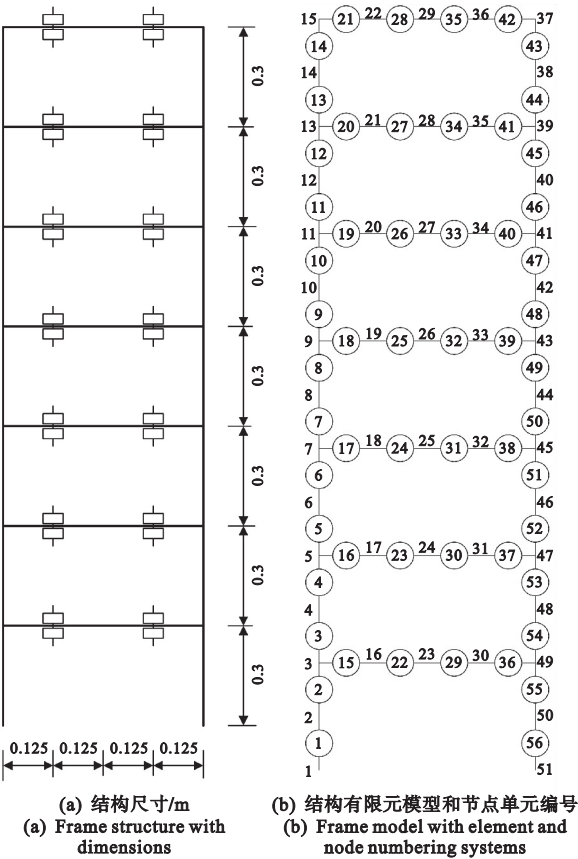


图 1 七层钢框架结构的平面图
Fig. 1 Plane figure of the seven-story steel frame structure

七层框架结构的运动方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{K}_2\boldsymbol{x}^2 = \boldsymbol{F}(t) \tag{29}$$

式中 $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 分别为质量、阻尼和刚度矩阵, $\boldsymbol{K}_2$ 为二阶非线性刚度, 用于模拟结构出现非线性损伤, $\boldsymbol{x}$, $\dot{\boldsymbol{x}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{x}}$ 分别为位移、速度和加速度向量, $\boldsymbol{F}(t)$ 为载荷向量。把式(29)中非线性弹性恢复力移到方程的右边, 然后进行逐步积分就可以计算出结构的振动响应。

为进行非线性特征分析, 设置不同非线性损伤工况, 模拟结构由于不同柱单元产生非线性刚度的情况, 列入表 1。

3.1 非线性特征分析

在节点 2 处施加振幅为 20 N, 频率为 5 Hz, 水平方向的正弦载荷来激励七层框架结构, 采样频率和采样时间分别为 125 Hz 和 20 s。对工况 1 与工况 3 下 46 号传感器采集的横向加速度响应进行傅里叶分析, 如图 2 所示。可以看出在线性状态下, 幅频图中主要是结构的第 1 阶和第 2 阶固有频率和激励频率, 而非线性状态下, 除了第 1 阶和第 2 阶固有频率, 还激发出了第 3 阶和第 4 阶固有频率, 同时出现了 10 Hz, 15 Hz 和 20 Hz 的频率成分, 其为激励频率的 2 倍、3 倍和 4 倍, 即出现了明显的倍

频非线性现象。所以结构在出现非线性损伤以后, 振动响应信号里可能会包含更多的结构固有频率, 即包含更多结构信息。

表 1 工况类别 ($k_2=6\times10^{13}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$)
Tab. 1 Scenario category ($k_2=6\times10^{13}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$)

工况名称	结构类型
1	完好
2	第 3 单元模拟非线性刚度
3	第 4 单元模拟非线性刚度
4	第 14 单元模拟非线性刚度

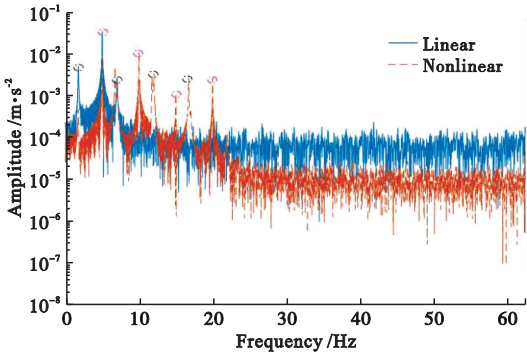


图 2 七层钢框架结构在线性和非线性状态下的幅频图比较
Fig. 2 Comparison of amplitude-frequency curve of seven-story steel frame structure under linear and nonlinear states

把 46 节点处的加速度响应作为输出响应, 44 节点处的加速度响应作为输入响应, 进行 Volterra 级数分析, 数据记忆长度 $N_1=N_2=N_3=20$, 使用的响应数据长度为 2000。得到 Volterra 时域核系数 H_1 , H_2 和 H_3 , 然后重构响应信号, 跟原响应信号的时域和频域比较如图 3 所示, 可以看出 Volterra 重构响应信号较好地复原了原信号。

使用线性、二阶和三阶非线性时域核, 通过式(13)计算振动响应中的线性、二阶和三阶非线性响应成分, 并进行傅里叶变换得到其各自的幅频谱如图 4 所示。可以看出线性部分的频谱跟图 3(b)类似, 说明线性部分主要包含了结构的固有频率和激励频率成分, 而二阶和三阶非线性成分中, 则包含了更多的激励频率的倍频成分, 说明通过 Volterra 级数分析, 更好地实现了线性响应和非线性响应的分离。

为了观测各个节点处加速度响应的非线性特征, 以 44 节点处的加速度响应作为输入响应, 把所有竖向柱上的第 2, 3, ..., 15 和 37, 38, ..., 50 节点处的横向加速度响应分别作为输出, 进行 Volterra 级数分析, 得到各个响应的线性部分、二阶和三阶

非线性响应部分,并进行频谱分析,所有的频谱绘制于同一图中进行比较,如图 5 所示。可以看到图 5(b)中具有更多的频率脊线,具有更多的倍频现象,说明二阶非线性响应部分主要包含了响应中的非线性部分,这跟二阶非线性模拟(式(29))的实际情况一致。

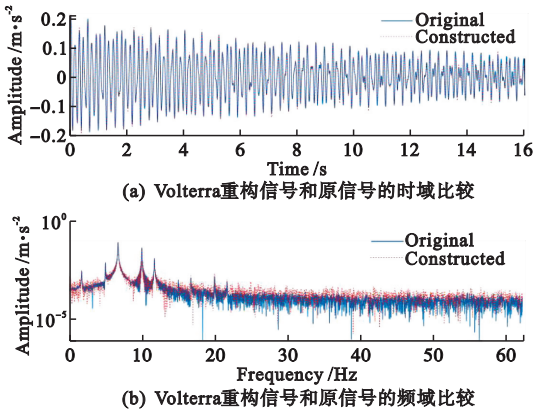


图 3 Volterra 级数重构加速度响应和原始响应在时域和频域的比较

Fig. 3 Comparison of acceleration responses between constructed by Volterra and original in time domain and frequency domain

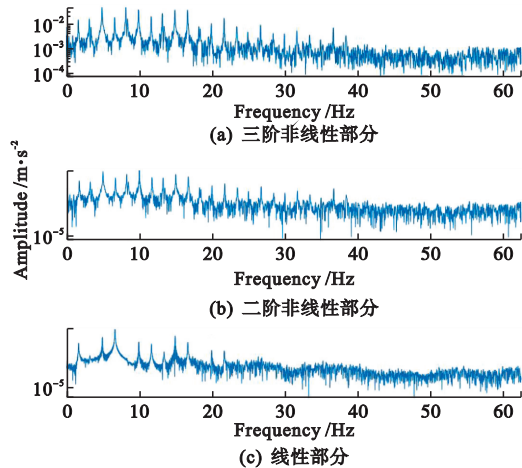


图 4 Volterra 级数分解响应的线性、二阶和三阶非线性部分的幅频

Fig. 4 Amplitude-frequency curves of the linear, second-order, and third-order nonlinear parts of the acceleration responses decomposed by Volterra series

当模拟工况 4 中的非线性刚度时,对第 3,15,49 和 37 节点处的加速度响应信号的幅频进行比较,如图 6 所示。可以看到在第 15 和 37 节点处的加速度响应中包含了更多的倍频频率,说明这两个节点处的响应中具有更明显的非线性现象。这两个节点离非线性刚度更近,说明离非线性刚度近处的加速度响应中的非线性成分更大,即非线性具有空间分布的差异性,可以利用该特点进行非线性刚度的定位。

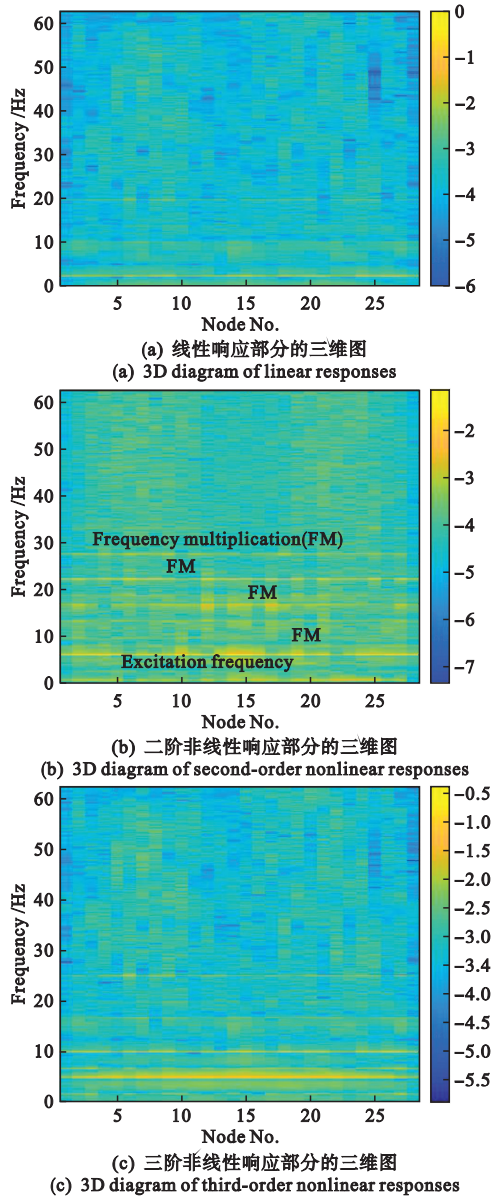


图 5 不同测点的各阶响应的幅频

Fig. 5 Amplitude-frequency curves of linear and nonlinear responses from different measurement locations

3.2 非线性刚度位置识别

对工况 2 模拟的非线性刚度情况,在第 2 到 15 个节点和第 37 到 50 个节点处分别施加横向正弦激励。以 44 节点处的横向加速度响应作为输入响应,柱上所有节点的横向加速度响应分别作为输出响应,计算 Volterra 时域核,并计算非线性特征指标向量 $\mathbf{VH2}$,可以得到 28 个非线性 $\mathbf{VH2}$ 向量。使用式(27)计算各测点的非线性概率,使用式(28)对 28 个概率向量进行融合,可以得到最后的非线性概率向量如图 7(a)所示。可以看到在跟第三单元相连的第 3 和第 4 节点处的非线性概率最大,说明通过该方法可以成功识别出非线性的位置。同样地分析应用于工况 3,得到融合后的非线性概率

向量如图 7(b)所示。可以看到在跟第四单元相连的第 5 节点处有最大的非线性概率,第 6 节点处则有第二大非线性概率。研究工况 4,并在输入激励响应和输出响应中分别添加 1% 的白噪声模拟测试噪声,其他同工况 2 和工况 3 的分析,得到的融合非线性概率向量如图 7(c)所示,仍然是在跟非线性刚度相连的第 14 节点处有最大的非线

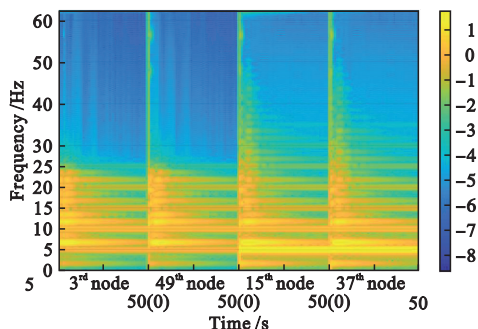
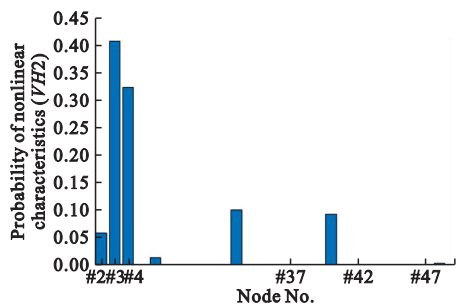


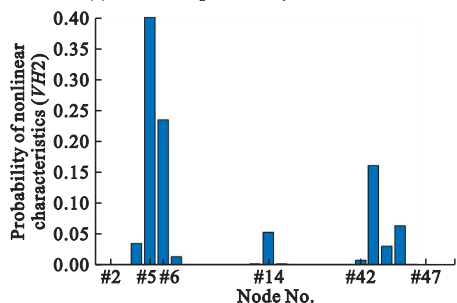
图 6 非线性状态下不同测点响应的三维图比较

Fig. 6 Comparison of 3D diagram of the responses from different measurement locations in nonlinear state



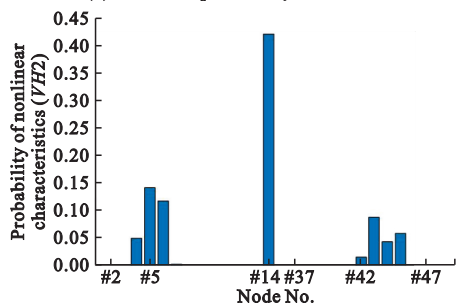
(a) 工况2的非线性概率向量

(a) Nonlinear probability vectors of scenario 2



(b) 工况3的非线性概率向量

(b) Nonlinear probability vectors of scenario 3



(c) 工况4的非线性概率向量

(c) Nonlinear probability vectors of scenario 4

图 7 识别出的非线性概率向量

Fig. 7 Identified nonlinear probability vectors

性概率,表明该方法对噪声有较好的鲁棒性。三个非线性工况的非线性位置识别的结果表明,本文提出的非线性特征向量的融合指标可以准确地识别出非线性刚度的位置。

4 结 论

由于实际工程结构在运行条件下难以获取激励力,传统的 Volterra 级数方法无法使用外部激励作为模型输入。此外,普遍用于辨识核函数的最小二乘法在计算效率和数据更新方面存在问题,限制了其在实际工程中的应用。本文通过仅使用输出数据进行 Volterra 级数建模,对振动响应的线性部分和非线性部分进行分离,并构建非线性特征指标。通过分析,发现非线性刚度附近测点的加速度响应得到的特征指标具有更大的非线性,所以可以用来识别非线性刚度位置。对七层钢框架结构模拟了非线性刚度,并进行了多工况分析,验证了所提方法的有效性。所以该方法可以成功识别非线性刚度的位置。由于实际工程结构中,当结构发生损伤时,常会引发非线性振动,所以可由该指标识别损伤位置。本文方法无需结构分析模型,要实现结构非线性刚度(损伤)位置的识别,需要传感器的测试位置提供空间信息,所以需要较多的测点。对实际工程结构,可以在结构重点部位布控来监测重点部位是否损伤。

参考文献(References):

- [1] 朱宏平,余 璟,张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, **28**(2): 1-11, 17. (ZHU Hong-ping, YU Jing, ZHANG Jun-bing. A summary review and advantages of vibration-based damage identification methods in structural health monitoring[J]. *Engineering Mechanics*, 2011, **28**(2): 1-11, 17. (in Chinese))
- [2] 陈泽鹏,王伟龙,刘琪钊,等. 基于混合 PSO 算法和损伤概率均值的两阶段梁式结构损伤识别[J]. 计算力学学报, 2024, **41**(3): 525-533. (Chen Ze-peng, Wang Wei-long, Liu Qi-tian, et al. A two-stage structural damage detection method for beam-like structures based on hybrid PSO and probabilistic mean of damage vector factor[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2024, **41**(3): 525-533. (in Chinese))
- [3] Frigui F, Faye J P, Martin C, et al. Global methodology for damage detection and localization in civil engineering structures[J]. *Engineering Structures*, 2018, **171**: 686-695.
- [4] Bao Y Q, Chen Z C, Wei S Y, et al. The state of the

- art of data science and engineering in structural health monitoring[J]. *Engineering*, 2019, **5**(2): 234-242.
- [5] 李全坤,景兴建. 基于传递函数特征的机械结构故障诊断方法新进展[J]. 航空学报, 2021, **42**(11): 524845. (LI Quan-kun, JING Xing-jian. Recent advances of fault diagnosis methods based on transmissibility function for mechanical structures[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, **42**(11): 524845. (in Chinese))
 - [6] 吴鹏辉,肖进,王纪磊,等. 考虑参数不确定性的非线性梁随机振动分析[J]. 计算力学学报, 2023, **40**(5): 718-723. (WU Peng-hui, XIAO Jin, WANG Jilei, et al. Random vibration analysis of non-linear beams with parameter uncertainties[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, **40**(5): 718-723. (in Chinese))
 - [7] 张珺,李立州,王沐晨,等. 发动机流道气动分析的上下游边界替代降阶模型[J]. 计算力学学报, 2022, **39**(5): 649-654. (ZHANG Jun, LI Li-zhou, WANG Mu-chen, et al. Boundary ROM method for replacing upstream or downstream domains in aeroengine flow passage aerodynamic analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(5): 649-654. (in Chinese))
 - [8] Chintla H P, Chatterjee A. Identification and parameter estimation of non-polynomial forms of damping nonlinearity in dynamic systems[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2022, **143**: 104017.
 - [9] 张家铭,杨执钧,黄锐. 基于非线性状态空间辨识的气动弹性模型降阶[J]. 力学学报, 2020, **52**(1): 150-161. (ZHANG Jia-ming, YANG Zhi-jun, HUANG Rui. Reduced-order modeling for aeroelastic systems via nonlinear state-space identification[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, **52**(1): 150-161. (in Chinese))
 - [10] Seyedi H, Dehdasht-Heydari R, Roshani S. UWB down-conversion mixer using an IM3 cancellation modified technique for zero and low IF applications[J]. *Microelectronics Journal*, 2021, **109**: 104983.
 - [11] Shen R H, Chung H S. Mitigation of ground leakage current of single-phase PV inverter using hybrid PWM with soft voltage transition and nonlinear output inductor[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2021, **36**(3): 2932-2946.
 - [12] 祝志文,石亚光,李健朋. 基于 Volterra 理论的扁平箱梁气动力非线性特性研究[J]. 中国公路学报, 2018, **31**(1): 74-81. (ZHU Zhi-wen, SHI Ya-guang, LI Jian-peng. Research on nonlinear aerodynamics of flat steel box girder based on Volterra theory[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2018, **31**(1): 74-81. (in Chinese))
 - [13] 彭志科,程长明. Volterra 级数理论研究进展与展望[J]. 科学通报, 2015, **60**(20): 1874-1888. (PENG Zhi-ke, CHENG Chang-ming. Volterra series theory: A state-of-the-art review[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2015, **60**(20): 1874-1888. (in Chinese))
 - [14] Shiki S B, Da Silva S, Todd M D. On the application of discrete-time Volterra series for the damage detection problem in initially nonlinear systems[J]. *Structural Health Monitoring*, 2017, **16**(1): 62-78.
 - [15] 付一丁,李穆,李丰攀,等. 基于 Volterra 级数的水轮机调速器液压系统故障诊断[J]. 水力发电, 2016, **42**(2): 64-69, 105. (FU Yi-ding, LI Mu, LI Feng-pan, et al. Application of fault diagnosis approach based on Volterra series for hydraulic system of turbine governor[J]. *Water Power*, 2016, **42**(2): 64-69, 105. (in Chinese))
 - [16] Scussel O, Da Silva S. Output-only identification of nonlinear systems via Volterra series[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2016, **138**(4): 041012.
 - [17] Tang H, Liao Y H, Cao J Y, et al. Fault diagnosis approach based on Volterra models[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, **24**(4): 1099-1113.
 - [18] Peng Z, Li J, Hao H, et al. Nonlinear structural damage detection using output-only Volterra series model[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2021, **28**(9): e2802.
 - [19] Boyd S, Tang Y, Chua L. Measuring Volterra kernels[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1983, **30**(8): 571-577.
 - [20] Chatterjee A, Vyas N S. Convergence analysis of Volterra series response of nonlinear systems subjected to harmonic excitation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, **236**(2): 339-358.
 - [21] Bjorsell N, Suchanek P, Handel P, et al. Measuring Volterra kernels of analog-to-digital converters using a stepped three-tone scan[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2008, **57**(4): 666-671.
 - [22] Worden K. *Nonlinearity in Structural Dynamics: Detection, Identification and Modelling* [M]. Boca Raton: CRC Press, 2001.
 - [23] Chatterjee A. Structural damage assessment in a cantilever beam with a breathing crack using higher order frequency response functions[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, **329**(16): 3325-3334.
 - [24] Varshitha K, Sai T N. Parameter identification of super capacitor using recursive least square technique[J]. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*, 2020, **9**(7): 356-359.
 - [25] Li X Y, Lin S J, Law S S, et al. Fusion of structural damage identification results from different test scenarios and evaluation indices in structural health monitoring[J]. *Structural Health Monitoring*, 2021, **20**(5): 2540-2565.

Analysis of the effective thermal conductivity of periodic axisymmetric porous microstructures under large deformations

YAN Jun^{1,2}, LIU Zhi-hui¹, SUI Qian-qian³, NIE Ying-hao¹, FAN Zhi-rui^{*1}

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis, Optimization and CAE Software for Industrial Equipment, Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. Ningbo Institute of Dalian University of Technology, Ningbo 315016, China; 3. School of Mechanical Engineering and Automation, Dalian Polytechnic University, Dalian 116034, China)

Abstract: Periodic porous microstructures are widely utilized in the design of novel flexible morphing aircraft structures. During high-speed operation, these aircraft generate substantial heat and undergo severe deformation, which directly impacts the thermal dissipation efficiency of their microstructures. The relationship between the deformation of periodic porous microstructures and effective thermal conductivity remains inadequately studied. This paper analyzes the effective thermal conductivity of three types of periodic axisymmetric porous microstructures under going large deformations. An inverse-motion nonlinear analysis method is employed to establish a large-deformation nonlinear analysis model for the three microstructures under uniform compression displacement loads, achieving the solution for the structural shape before deformation. The effective thermal conductivity of the structures before and after deformation is determined using the steady-state heat conduction method, and the variation in effective thermal conductivity with deformation is explored through comparison. Results show that under large deformations, the shape of the periodic axisymmetric porous microstructures changes significantly with increasing compression displacement, and the variation in effective thermal conductivity can reach up to 90%. Therefore, the variation of the equivalent thermal conductivity of the microstructures under large deformation needs to be considered. This study provides a theoretical basis for the thermal design of porous microstructures under large deformations.

Key words: large deformations; periodic; porous microstructure; inverse motion; effective thermal conductivity

(上接第 411 页)

Identification of nonlinear characteristics and structural damage from vibration response based on Volterra series and recursive least squares method

LI Xue-yan^{*}, LAI Yu-shan, LIU En, LIU Rong-lin, ZHAO Wei
(MOE Key Laboratory of Disaster Forecast and Control in Engineering, School of Mechanics and Building Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

Abstract: When a structure is damaged, nonlinear vibration will be induced. So nonlinear identification can identify structural damage. A Volterra series can provide a concise analytical model for a nonlinear vibration analysis. Linear and nonlinear components of a vibration response can be separated by a Volterra series. Thus more sensitive nonlinear characteristic indicators can be established. When Volterra kernels are identified, it is an inverse problem that requires the input excitation response and the output vibration responses. To avoid the measurement of the excitation response, vibration response from different measurement points are proposed to be used as input responses. To avoid matrix inversion and ill-posedness, a recursive least-squares method is proposed. The characteristics of linear and nonlinear vibration response components separated by a Volterra series are studied. Nonlinear characteristic indicators are constructed for identifying nonlinear damage location. In order to eliminate the influence of the excitation location and the input vibration response location on nonlinear feature indicators, Bayesian fusion is used to fuse the final feature vectors, and the damage location can be accurately identified. The effectiveness of the proposed method is verified through several scenario analyses of a seven-story framework structure.

Key words: Volterra series; recursive least squares method; nonlinear characteristic identification; structural damage identification; bayesian fusion