

DOI: 10.7511/jslx20231008003

基于 Whiffletree 策略与耦合振动模型的 随动支撑头点位布局优化

董方方^{1,3}, 刘 钊^{1,3}, 赵晓敏^{*2}, 韩 江^{1,3}, 黄晓勇^{1,3}(1. 合肥工业大学 机械工程学院, 合肥 230009; 2. 合肥工业大学 汽车与交通工程学院, 合肥 230009;
3. 安徽省智能数控技术及装备工程实验室, 合肥 230009)

摘要:在薄壁件的随动支撑加工中, 支撑头的点位布局会对抑振效果产生显著影响。本文基于 Whiffletree 布局策略以及刀具-工件-支撑耦合振动模型, 建立了以支撑点数和支撑半径作为决策变量的布局优化模型, 其中优化指标为振动的幅值与均方根, 并通过结构的干涉与边界条件确立变量范围。进一步地, 为处理该优化模型中的偏微分方程约束、不等式约束以及混合整数等问题, 制定了以粒子群算法为主导, 辅以参数扫描与惩罚函数的复合寻解策略。最后, 通过仿真验证了该寻解策略高效可行, 同时得到了给定案例下的最优布局参数。该优化模型和寻解策略可给其他具有相似性的物理系统布局优化问题提供一定的借鉴。

关键词:随动支撑; 布局优化; 粒子群; Whiffletree 策略; 耦合振动

中图分类号: O302

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2025)03-0362-07

1 引言

为尽可能满足结构轻量化和提高比强度的需求, 航空、航天和航海等领域广泛采用薄壁件^[1]作为核心部件。但这类零件刚性较弱, 使得其在铣削加工过程中极易产生变形和震颤, 进而严重影响加工的精度与表面质量。针对该问题, 一种随动支撑的加工方式正逐渐引起产学界的关注与研究。该方式的核心思想是在工件加工面的对侧搭载和刀具协同运动的支撑头, 通过抵消轴向力和提高工件局部刚度的方式来有效抑制加工振颤和减小工件变形^[2]。在随动支撑加工系统中, 所用支撑头的结构设计对加工质量的保障尤为关键。

为解决滑动支撑头对复杂曲面适应性较差的问题, 李迎光等^[3]设计了一种单点高刚性滚动支撑头。然而在实际加工中, 两侧执行器的协同性很难实时保障, 此时单点支撑的抑振效果就会大大折扣。对此, 肖聚亮等^[4]采用多点接触式的万向滚珠的结构, 在拓展有效支撑区域的同时减小了支撑结

构的体积, 该装置还配有针型气缸以达到对支撑力的便利调节。进一步地, 鲍岩等^[5]通过有限元法建立了工件变形的仿真模型, 讨论了支撑点的个数和分布位置对支撑刚度的影响, 并指出三点支撑的效果要优于单点与双点支撑, 同时位置分布在顺应铣削力的变化时效果更好。在此基础上, 是否支撑点数越多效果越好以及如何建立能够提供更优加工效果的点位布局策略都值得深入探讨。

光电望远镜的主镜支撑系统的支撑策略^[6,7]可以给薄壁件随动支撑系统提供一定的借鉴。如图 1 所示, 考虑后者在某时刻加工法线方向上的接触区域, 其主要受到加工中心处的轴向铣削力以及对侧的多点支撑力, 这与前者的整体力学模型颇为相近, 这就启发我们将主镜支撑系统中广泛采用且效果显著的 Whiffletree 策略^[8]进行迁移运用。该策略的核心思想是采用环式的对称布局来更好地分布载荷, 现存常用的正三角形和正六边形等多边形支撑头点位布局^[9,10]本质上都是该思想下的特殊案例。但这些研究未进一步探讨如何基于物理

收稿日期: 2023-10-08; 修改稿收到日期: 2024-02-05.

基金项目: 国家自然科学基金(52275284; 5247120260); 中央高校基本科研业务费(JZ2024HGTG0298/PA2024GDSK0043)资助项目.

作者简介: 赵晓敏^{*} (1986-), 女, 博士, 副教授, 硕士生导师(E-mail: zhaoxiaomin@hfut.edu.cn).

引用本文: 董方方, 刘 钊, 赵晓敏, 等. 基于 Whiffletree 策略与耦合振动模型的随动支撑头点位布局优化[J]. 计算力学学报, 2025, 42(3): 362-368.

DONG Fang-fang, LIU Zhao, ZHAO Xiao-min, et al. Optimization of following-up support head positioning based on whiffletree strategy and coupled vibration model[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2025, 42(3): 362-368.

模型,以及结合具体工况设计更优的可量化的布局参数。

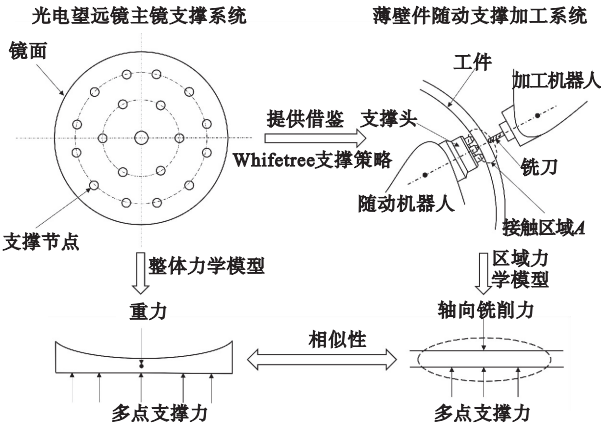


图1 相似系统的支撑策略借鉴
Fig. 1 Reference to support strategies for similar systems

本文基于刀具-工件-支撑的耦合振动模型,设计了以支撑半径和点数作为决策变量的优化问题。该问题考虑了 Whiffletree 环状布局下的结构约束,并以减少加工振动作为指标设立目标函数。结合优化问题的具体特点,将参数扫描和惩罚函数思想融合进了粒子群算法,定制了适合的寻优策略,并通过仿真得到了给定案例下的最优布局。该优化思路与求解策略可推广至更多相似的物理系统,为其布局优化提供一定的借鉴。

2 优化问题建立

2.1 刀具-工件-支撑耦合振动建模

本文研究的刀具-工件-支撑耦合振动系统如图2所示,立铣刀和多点支撑头在保持垂直薄壁平板表面且同轴线的前提下,分别在构件两侧进行协同运动。对支撑侧而言,单个支撑结构采用针型气缸带动万向滚珠的形式,两者通过螺柱固连。同时,采用引言提到的 Whiffletree 策略,通过环形均

布支撑点来提供稳定均匀的支撑效果。考虑到随动支撑耦合接触区域较小以及减少设计成本的需求,选取中心一点+单环支撑的方式。

上述系统的耦合振动建模可从薄板的受迫振动方程出发,由于薄壁件的厚度尺寸远小于其他两个维度的尺寸,所以主要考虑垂直于中面上横向挠度 $w(x,y,t)$ 。基于 Kirchhoff-Love 假设,建立等厚平板构件在外加激励下的振动方程为^[11]

$$\begin{cases} D \nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x,y,t) \\ D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \end{cases} \quad (1)$$

式中 D , E , h , μ 和 ρ 分别为工件的弯曲刚度、弹性模量、壁厚、泊松比和密度, $q(x,y,t)$ 为工件单位面积上受到的外加激励,其由铣削激励 $q_m(x,y,t)$ 与支撑激励 $q_s(x,y,t)$ 共同构成。

立铣刀加工过程中主要是主切削刃受力,其铣削力模型可通过切削微元法建立^[12]。

$$\begin{cases} dF_t = K_{te} dL + K_{tc} s dz \\ dF_r = K_{re} dL + K_{rc} s dz \\ dF_a = K_{ae} dL + K_{ac} s dz \end{cases} \quad (2)$$

式中 dL 和 dz 为切削刃的初等长度和高度, s 为未切削切屑厚度。 dF_t , dF_r 和 dF_a 分别代表切向、径向和轴向的微元铣削力。参数 K_{te} , K_{re} , K_{ae} , K_{tc} , K_{rc} 和 K_{ac} 为铣削力系数。

为保障加工质量,铣刀将始终沿着工件表面的法向运动,即此时对横向位移 w 产生贡献的 $F_m(t)$ 主要为铣削力的轴向分力。同时为表示铣削力相对于工件的移动,考虑采用狄拉克 δ 函数进行载荷作用位置变化的描述。设铣刀中心点移动路径为 $x_m(t)$, $y_m(t)$, 则铣削激励 $q_m(x,y,t)$ 可表示为 $q_m(x,y,t) = F_m(t) \delta(x - x_m(t)) \delta(y - y_m(t))$ (3)

对支撑侧而言,考虑将所有气缸的气压进行联通,从而更好地均衡载荷分布同时提高系统的鲁棒性。设支撑头的总支撑点数为 n , 其中 1 个位于支撑头中心处,其 $n-1$ 个均匀分布在半径为 r 的圆上。设支撑头提供的总支撑力为 $F_s(t)$, 各支撑头点移动路径为 $x_{si}(t)$ 和 $y_{si}(t)$, 则支撑激励 $q_s(x,y,t)$ 可表示为

$$q_s(x,y,t) = \sum_{i=1}^n \frac{F_s(t)}{n} \delta(x - x_{si}(t)) \cdot \delta(y - y_{si}(t)) \quad (4)$$

若中心支撑点的移动路径为 $x_{s1}(t)$ 和 $y_{s1}(t)$, 则支撑环上各点的路径为

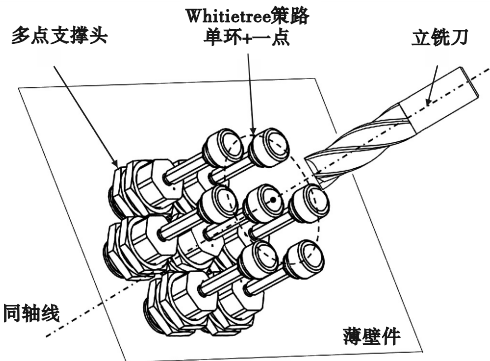


图2 刀具-工件-支撑系统
Fig. 2 Tool-Workpiece-Support system

$$\begin{cases} x_{si}(t) = x_{s1}(t) + r \cos \frac{2\pi(i-1)}{n-1} \\ y_{si}(t) = y_{s1}(t) + r \sin \frac{2\pi(i-1)}{n-1} \end{cases} \quad (i = 2, 3, \dots, n)$$

(5)

2.2 基于抑振效果的目标函数

式(1)的解描述了耦合接触区上不同位置的点在不同时刻下的振动,这是一个动态变化的模型,所以需要尽可能从不同的视角进行全面的考量。在该问题中,最直观的优化指标就是将振动最大值降低,从而避免出现过大的振动峰值,有助于防止系统受到过大的冲击或破坏。该指标表达式为

$$f_1 = w(x, y, t)_{\max}$$

(6)

式中 $t \in [t_0, t_1]$ 表示考察的时间范围, $x \in [x_0, x_1]$ 和 $y \in [y_0, y_1]$ 表示考察的空间范围。

除了上述指标外,振动分析还需考虑振动的均方根(RMS)来作为特定时空范围内的振动信号的平均振幅指标。RMS通过综合反映振动的波动性和变化性,不仅描绘出耦合区整体的振动情况,而且还能间接表征振动的能量水平,其表达式为

$$f_2 = \sqrt{\frac{\int_{t_0}^{t_1} \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^{x_1} w^2(x, y, t) dx dy dt}{(x_1 - x_0)(y_1 - y_0)(t_1 - t_0)}}$$

(7)

式(6)和式(7)分别从峰值和均值两个视角衡量了因振动导致平板上的点偏移平衡位置的位移大小,因此两者量纲是一致的,使用加权和法综合以上两个指标,得到该结构优化的整体优化指标

$$\min f = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$$

(8)

式中 α_1, α_2 为权重系数,并且满足和为 1。

2.3 基于环状布局的结构约束

在确定系统受力的情况下,外加激励产生的效果主要受支撑点数 n 和支撑半径 r 影响。但这两个参数取值并不是任意的,其还受到结构约束带来的限制。假设单个支撑结构的干涉半径为 r_0 , 支撑头最外围半径为 r_1 。如图 3 所示,其应满足结构约束(a~c)。

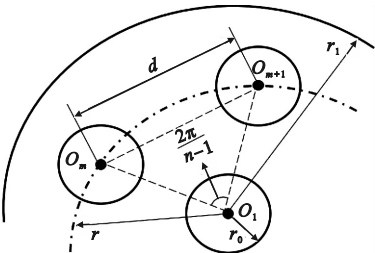


图 3 结构约束示意图

Fig. 3 Schematic diagram of structural constraints

(a)中心支撑结构与环上支撑不干涉,即

$$r > 2r_0$$

(9)

(b)环上支撑结构落在支撑头外径内,即

$$r < r_1 - r_0$$

(10)

(c)环上相邻支撑间不干涉,设中心支撑的圆心为 O_1 , 环上任意相邻两个支撑的圆心分别为 O_m 和 O_{m+1} 。这三个圆心构成等腰三角形,其中 $\angle O_m O_1 O_{m+1} = 2\pi/(n-1)$, 根据余弦定理可得 O_m 和 O_{m+1} 之间的间距 d 为

$$d = \sqrt{2r^2(1 - \cos(\frac{2\pi}{n-1}))}$$

(11)

为满足约束(c),需保证 $d > 2r_0$, 即

$$r > \sqrt{\frac{2r_0^2}{1 - \cos(\frac{2\pi}{n-1})}}$$

(12)

观察得式(9)和式(12)都是变量 r 的下界,在两者中取更大值得到实际下界,计算得 $n = 7$ 时两个下界线相交,可作为两者选取的判断节点。同时,考虑 r 的下界取值应小于其上界的取值,结合式(10,12)可解出 n 取值的上界为

$$n < 1 + \frac{2\pi}{\arccos(1 - \frac{2r_0^2}{(r_1 - r_0)^2})}$$

(13)

为保证支撑环上有至少一个点位且式(12)的分母处不为 0,取 n 为大于 2 的正整数。

2.4 优化问题整合

综合考虑式(1~5)建立的耦合振动方程,式(6~8)描述的优化指标,式(9~13)得出的变量约束,得到该优化问题的凝练数学表达,即找到一组 n 和 r , 使其满足

$$\min f = \alpha_1 w_{\max} + \alpha_2 \sqrt{\frac{\int_{\Omega} w^2 dx dy dt}{\text{Vol}(\Omega)}}$$

s. t.

$$\begin{cases} D \nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(n, r) \\ 2 < n < 1 + \frac{2\pi}{\arccos(1 - \frac{2r_0^2}{(r_1 - r_0)^2})} \quad (n \in \mathbb{Z}^+) \\ \max[2r_0, \sqrt{\frac{2r_0^2}{1 - \cos(\frac{2\pi}{n-1})}}] < r < r_1 - r_0 \\ \Omega: x \in [x_0, x_1], y \in [y_0, y_1], t \in [t_0, t_1] \end{cases}$$

(14)

3 寻解策略

观察式(14)可得,其需要将不同的 n 与 r 取值代入 4 阶偏微分方程进行求解,并以所得时空范围内的平板振动情况进行处理后才能得到衡量指标。

该问题属于偏微分方程约束下的优化问题,难以通过直接的数学分析找到极值点。同时内含的不等式约束以及连续与离散混合的变量又进一步增加了其求解难度。本节根据该问题的具体特点,确立了以粒子群算法为主导,结合参数扫描与惩罚函数的复合寻解策略。

3.1 粒子群算法

由于该问题的求解复杂性,选择使用群体智能优化算法进行解空间的探索。其中,粒子群优化 PSO(Particle Swarm Optimization)算法^[13,14]作为一种经典而高效的方法,因其简单的数学形式和快速的收敛性能,认为是解决该问题的理想选择。PSO 是一种受自然界群体行为启发而总结出来的优化算法,其核心思想是模拟一群粒子在解空间内搜索,通过信息共享机制不断优化与迭代,以找到某个目标函数的最优解。设粒子个数为 N , 变量维数为 d , 算法主要流程如下。

(1)随机初始化第 i 个粒子在第 j 个维度下的位置 $x_{i,j}$ 和速度 $v_{i,j}$ 。

(2)根据目标函数计算到时间 t 为止每个粒子的适应度值 $f_{i,j}^t$, 并从中比较找出粒子的历史个体最优位置值 $P_{\text{best},i,j}^t$ 和群体最优位置值 $G_{\text{best},j}^t$ 。

(3)粒子基于习性、认知和社会三个概念进行自身速度与位置的迭代更新,即

$$\begin{cases} v_{i,j}^{t+1} = \omega v_{i,j}^t + c_1 d_1 (P_{\text{best},i,j}^t - x_{i,j}^t) + c_2 d_2 (G_{\text{best},j}^t - x_{i,j}^t) \\ x_{i,j}^{t+1} = x_{i,j}^t + v_{i,j}^{t+1} \end{cases} \quad (15)$$

式中 ω 为惯性权重, c_1 和 c_2 是学习因子, d_1 和 d_2 是 $[0,1]$ 内的随机数。

(4)判定是否达到最大迭代次数;若否,则回到步骤(2)持续迭代;若是,则输出得到的最优结果。

3.2 参数扫描

由于变量 n 的取值必须是正整数才具有实用的价值,这就形成了混合整数优化问题。常见的思路大多是在算法检索时从所有变量都是连续的松弛问题入手,在位置更新后进行舍入或者修正操作,但这样搜索的空间过大,还可能会增加陷入局部最优值的风险。

由式(13)可知,变量 n 的上限仅与结构参数 r_0 和 r_1 有关,而考虑到实用经验以及成本问题,两者间的比值往往不会过大^[15]。若考虑两者比例不超过 5, 即 $r_1 - r_0 \leq 4r_0$, 将该式代入式(13)并结合反余弦函数的增减性进行放缩可得

$$\begin{aligned} n &< 1 + \frac{2\pi}{\arccos(1 - \frac{2r_0^2}{(r_1 - r_0)^2})} \\ &\leq 1 + \frac{2\pi}{\arccos(1 - \frac{2r_0^2}{16r_0^2})} < 14 \end{aligned} \quad (16)$$

在常见的案例中, n 的取值个数(记为 m)往往是非常有限的。这就启发直接采用参数扫描的思路,即同时开 m 个相互独立的粒子群进行并行运算,算得在不同 n 下的最优指标及对应的 r 值,在迭代完成后再统一比较,得到真正的全局最优值。这样处理不仅将粒子搜索的二维区域直接缩小成多条一维线构成的线组,还能对其子问题,如指定 n 来寻找最优的支撑半径 r 提供解答。

3.3 惩罚函数

在参数扫描后,每一个单独种群仅需要优化 r 一个变量。但在进行位置的迭代时, r 的取值可能会超出约束范围,造成解的无效性,这里引入惩罚函数进行处理。

惩罚函数的核心思想是在目标函数中引入一个额外的罚项,以对不满足约束条件的解施加罚分。通过这种方式,引导算法去寻找满足约束条件的解。设 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_d]$ 为待优化的 d 维矢量,则所有不等式约束均可转化为

$$g_k(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (17)$$

然后以此构造惩罚项

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \sigma_k \max \{0, g_k(\mathbf{x})\}^{\lambda_k} \quad (18)$$

式中 σ_k 和 λ_k 分别代表惩罚系数与幂系数。

当变量取值满足约束时,惩罚项为 0;当变量取值不满足约束时,违背程度越高惩罚项越高,这能较为柔和地引导粒子找到满足约束下的解。

3.4 寻解策略整合

综合 3.1~3.3 小节的思路,整合该优化问题的寻解策略如图 4 所示。即先通过给定的 r_0 和 r_1 值计算正整数 n 的上限,并结合取值个数 m 开对应个数的粒子群进行参数扫描下的并行运算,每个子群独立进行粒子的适应度计算与迭代更新,并在全部迭代完成后进行统一的排序,确定全局下的最优适应度。

在适应度计算时,首先确定该粒子所属的 n 和 r 值,然后将该参数代入耦合振动模型进行离散化与求解,得到的解即是探讨时空范围内的平板振动位移。将该位移代入计算振动幅值与均方根的目标函数获得适应度,并结合变量约束带来的惩罚函

数进行适应度的更新修正。

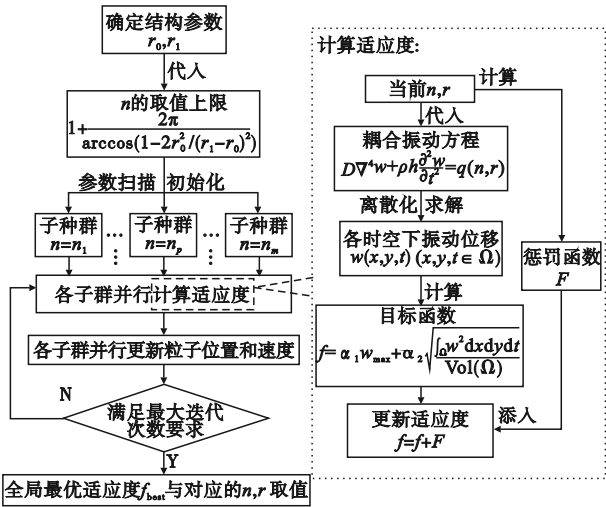


图 4 寻解策略流程
Fig. 4 Solution finding strategy flowchart

4 仿真分析

4.1 耦合振动方程求解

处理该优化问题的前置需求是能够求解出在外加激励下平板各点的振动情况。本研究采用 Matlab 的 solvepde 函数对式(1)描述的耦合振动方程进行有限元方法下的求解,该函数支持求解的一般格式为

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (c \otimes \nabla u) + au = f \quad (19)$$

式中 $\otimes$ 为张量积。

通过换元将式(1)降阶为二阶偏微分方程组

$$\begin{cases} D(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, y, t) \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - v = 0 \end{cases} \quad (20)$$

取式(19)的 $u = [w \ v]^T$, 并与转化后得到的式(20)进行对照,可得编程所需的系数矩阵为

$$m = \begin{bmatrix} \rho h & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & -D \cdot I_{2 \times 2} \\ -I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} q(x, y, t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

现取一个案例进行方程求解验证。设薄壁平板工件物理参数列入表 1,设工件中心点为坐标轴原点,并在此处施加 100 N 恒力表示常取的铣削力幅值。设边界条件为四边固定,初始条件为工件上各点在初始时刻的位移与速度均为 0。如图 5 所示,通过 solvepde 函数求解出的各点静态位移与专业有限元仿真软件 COMSOL 在数值大小与分布规律上均保持一致,证明先前的方程构建与求解

过程无误。

表 1 薄壁平板构件物理参数
Tab. 1 Physical parameters of thin-walled flat plate components

参数类型	数值
几何尺寸	1000 mm×1000 mm×5 mm
弹性模量	70 GPa
密度	2700 kg/m ³
泊松比	0.3

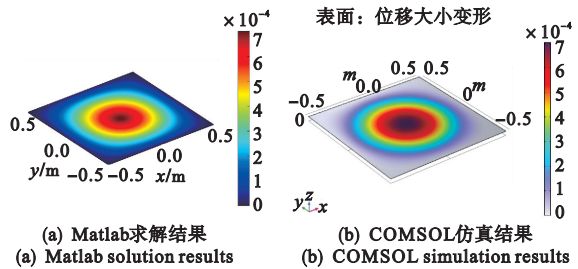


图 5 平板受迫振动求解对照
Fig. 5 Comparison of forced vibration solutions for a flat plate

4.2 优化案例

在完成前置准备工作后,进行优化案例求解分析。设构件物理参数、初值条件和边界条件同前,取结构参数 r_0 和 r_1 分别为 0.017 m 和 0.080 m。为较好地拟合铣刀轴向力大小变化的周期性,采用谐波函数对其进行简化描述。

$$F_m(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (22)$$

式中 F_0 , ω 和 φ_0 为轴向铣削力的幅值、角频率和初相,此案例中分别取 100, 500 π 和 0。

取总支撑力与铣削力等幅同频反向,且各支撑点保持均分。取权重指标 α_1 和 α_2 均为 0.5,考察从初始时刻到 0.16 s 的系统振动状态。采用离散点位绘制待考察适应度与两个变量之间的关系,如图 6 所示,图像缺少的一角对应 2.3 节的结构约束,以 n 取值为 7 作为分界线。同时,对同一个支撑点数来说,不同的支撑半径取值会对抑振效果产生巨大影响,所以该参数的选取需要更加严谨细

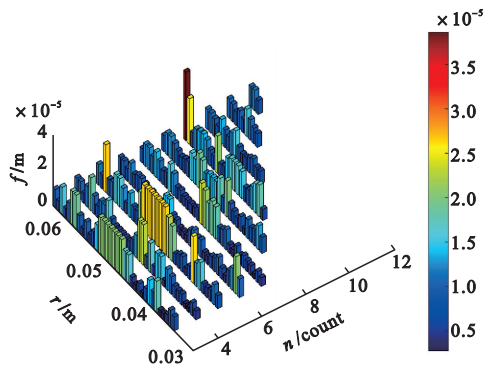


图 6 不同支撑点数与半径取值下的适应度
Fig. 6 Fitness at different support point counts and radius values

致。进一步地,对整张图像的适应度分布来说,其并无在增减性上具有明显的规律性,证明该问题有采用优化算法进行寻优的必要性。

现进行粒子群算法下的并行寻优,设不同 n 取值下的检索粒子数量为 3,算法迭代 100 代,迭代公式中学习因子 $c_1 = c_2 = 1.5$,惯性权重 ω 采用线性递减的方式,用以实现从前期重视全局探索到后期重视局部探索的平滑过渡。

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{100} i \tag{23}$$

式中 $\omega_{\max}$ 和 $\omega_{\min}$ 分别为惯性权重的初始值和结束值,此处分别取 0.9 和 0.5, i 为迭代的代数。

算法的迭代曲线如图 7 所示,各取值基本都在 50 代内收敛到稳定值,证明采用寻解策略的有效性。

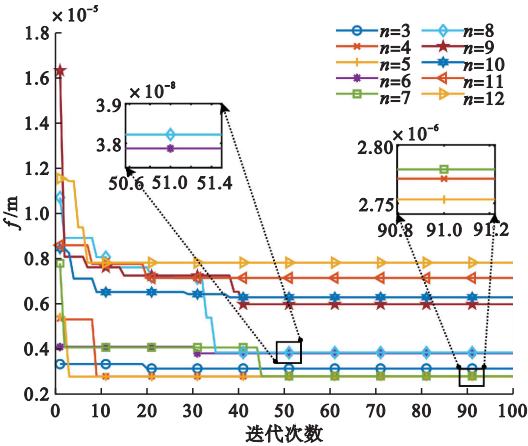


图 7 粒子群并行求解迭代曲线
Fig. 7 Parallel particle swarm optimization for iterative curve fitting

进一步地,算法所得的不同点数取值下的最优适应度及其对应半径如图 8 所示。可以看出,在均衡考虑振动的幅值和均方根的该案例下,得到的最优支撑点数是 5,即除去中心的 1 点,环状上均布的 4 点正好构成标准的正方形。此外,在 n 取 4 和 7 时,其最优适应度与全局最优之间也十分接近,相对偏差不超过 1%,这时环上支撑构成正三角形和正六边形,这也为先前研究者常采用的支撑策略提供一定的佐证,并且从经验角度拓展到了基于模型的优化问题寻解的层面。当 n 取值大于 7 时,随着点数的增加,其能达到的最优适应度呈上升趋势,证明并非支撑点的数量越多,抑振效果越好。同时可知,取值半径的整体变化趋势与最优适应度大体相符,在上述的 3 个优质的 n 取值下,对应的取值半径均在 $2.1r_0 \sim 2.2r_0$ 之间,可提供一定的设计借鉴。

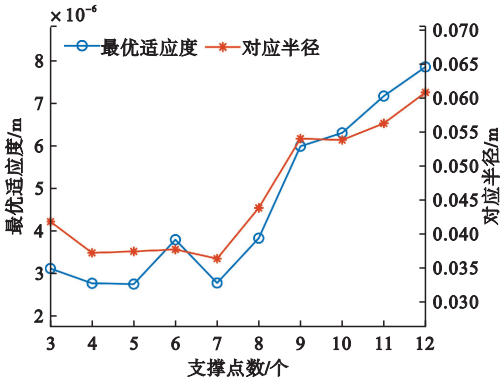


图 8 不同点数取值下的最优适应度及其对应半径
Fig. 8 Optimal fitness and corresponding radius at different point values

5 结 论

本文提出了一种基于 Whiffletree 策略的随动支撑头点位布局优化方法。该方法从刀具-工件-支撑局部接触区的耦合振动建模出发,以环状支撑结构干涉与边界作为约束,以抑制平板振动的最大峰值与均方根作为指标,来优化总支撑点数与支撑环半径两个决策变量,并整合形成清晰凝炼的数学表达。根据该问题的特点确立针对性的寻解策略,其中以粒子群算法为主导,用参数扫描处理混合整数优化问题,用惩罚函数处理不等式约束问题。最后,仿真验证了寻解策略的有效性并得到了设定案例下的最优支撑参数。

本研究主要探讨了薄平板构件在受谐波激励下的支撑点位布局优化问题,在该框架下,可进一步进行推广至更复杂的构件形状与受力情况。同时,该研究也为相似物理系统的布局问题提供了优化数学模型与对应寻解策略的借鉴,可结合不同系统的特性进行定制化的设计。

参考文献(References):

[1] 农胜隆,高尚岭,姜玉印.薄壁件加工系统动态响应分析[J]. 计算力学学报,2019,36(2):173-179. (NONG Sheng-long, GAO Shang-han, LOU Yu-yin. Dynamic response analysis of thin wall workpiece parts processing system[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2019, 36(2): 173-179. (in Chinese))

[2] Bao Y, Wang B, He Z X, et al. Recent progress in flexible supporting technology for aerospace thin-walled parts: A review[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(3): 10-26.

[3] 李迎光,郝小忠,马斯博,等.基于多传感器的蒙皮实时自适应镜像铣削方法与检测装置[P]. 中国, CN104476321A, 2015-04-01. (LI Ying-guang, HAO Xiao-zhong, MA Si-bo, et al. A real-time adaptive image milling method for skin based on multiple sensors

- and its detection device[P]. China, CN104476321A, 2015-04-01. (in Chinese))
- [4] Xiao J L, Zhang Q Y, Liu H T, et al. Research on vibration suppression by a multi-point flexible following support head in thin-walled parts mirror milling [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2020, **106**(7): 3335-3344.
- [5] Bao Y, Kang R K, Dong Z G, et al. Multipoint support technology for mirror milling of aircraft skins [J]. *Materials and Manufacturing Processes*, 2018, **33**(9): 996-1002.
- [6] 徐发达. 多点随气动支撑头支撑力自适应控制与振动特性分析[D]. 天津大学, 2018. (XU Fa-da. Adaptive Control of Support Force and Vibration Characteristic Analysis of Multi-Point Follow-up Pneumatic Support Head [D]. Tianjin University, 2018. (in Chinese))
- [7] 吴小霞, 杨洪波, 张景旭, 等. 大口径球面镜支撑系统的优化设计 [J]. 光子学报, 2009, **38**(1): 129-132. (WU Xiao-xia, YANG Hong-bo, ZHANG Jing-xu, et al. Optimal design of support system for the large-aperture sphere mirror [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(1): 129-132. (in Chinese))
- [8] Van Parijs V, Nijssen J, Van Ostayen R. Whiffletree based supports for self-adjustable hydrostatic bearings[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2021, **13**(12): 16878140211055573.
- [9] 王 皓, 赵 勇, 陈根良, 等. 用于镜像加工设备的多点柔性滚动支撑头 [P]. 中国, CN104002161A, 2014-05-22. (WANG Hao, ZHAO Yong, CHEN Gen-liang, et al. Multipoint flexible rolling supporting head for mirror image machining device [P]. China, CN104002161A, 2014-05-22. (in Chinese))
- [10] Xiao J L, Zhao S L, Guo H, et al. Research on the collaborative machining method for dual-robot mirror milling [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, **105**(10): 4071-4084.
- [11] 张媛媛, 沈火明. 基于 MATLAB 薄板振动响应分析 [J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2012, **44**(S2): 36-40. (ZHANG Yuan-yuan, SHEN Huo-ming. Thin plate's vibration based on MATLAB software [J]. *Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition*, 2012, **44**(S2): 36-40. (in Chinese))
- [12] Bao Y, Zhu X L, Kang R K, et al. Optimization of support location in mirror-milling of aircraft skins [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2018, **232**(9): 1569-1576.
- [13] 侯祥林, 王似巍, 王家祥, 等. 基于改进粒子群的薄壁变截面刚架临界载荷优化算法 [J]. 计算力学学报, 2018, **35**(3): 337-343. (HOU Xiang-lin, WANG Si-wei, WANG Jia-xiang, et al. Optimization algorithm of critical load of a thin-walled frame with variable cross-section based on improved particle swarm [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(3): 337-343. (in Chinese))
- [14] 姜封国, 于 正, 白丽丽, 等. 基于粒子群-AK-MCS 法的结构可靠性分析 [J]. 计算力学学报, 2023, **40**(6): 872-878. (JIANG Feng-guo, YU Zheng, BAI Li-li, et al. Structural reliability analysis based on particle swarm optimization AK-MCS method [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, **40**(6): 872-878. (in Chinese))
- [15] Liu H B, Wang C X, Li T, et al. Fixturing technology and system for thin-walled parts machining: a review [J]. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2023, **17**(4): 55.

Optimization of following-up support head positioning based on whiffletree strategy and coupled vibration model

DONG Fang-fang^{1,3}, LIU Zhao^{1,3}, ZHAO Xiao-min^{*2}, HAN Jiang^{1,3}, HUANG Xiao-yong^{1,3}

(1. School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. School of Automobile and Transportation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

3. Anhui Engineering Laboratory of Intelligent CNC Technology and Equipment, Hefei 230009, China)

Abstract: In the following-up support machining of thin-walled parts, the positioning layout of the support head has a significant impact on the vibration damping effect. Based on the whiffletree layout strategy and the coupled tool-workpiece-support vibration model, this paper establishes a layout optimization model with the number of support points and the support radius as decision variables. The optimization indicators are the amplitude and root mean square of vibration magnitudes, and the variable range is established through structural interference and boundary conditions. Furthermore, to address in differential equations constraints, inequality constraints, and mixed-integer problems in this optimization model, a composite search strategy is formulated, primarily using the particle swarm algorithm supplemented by parameter scanning and penalty functions. Finally, the efficiency and feasibility of this search strategy are verified through simulations, and the optimal layout parameters for the given case are obtained. This optimization model and search strategy can provide insights for similar layout optimization problems in other physical systems.

Key words: following-up support; layout optimization; particle swarm; whiffletree strategy; coupled vibration