第42卷第1期
2025 年 2 月

计 算 力 学 学 报
Chinese Journal of Computational Mechanics

Vol. 42, No. 1
February 2025

DOI:10.7511/jslx20231225003

考虑剪切变形影响的新型波形钢腹板组合箱梁挠度计算

蔡明昊[1]， 刘世忠*[1]， 王志鲲[2]， 张建功[3]

(1.兰州交通大学 土木工程学院,兰州 730070; 2.中铁二十一局集团电务电化工程有限公司,兰州 730030;
3.中国十七冶集团有限公司北京工程设计分公司,北京 102218)

摘　要:为得到求解精度高且简便高效的新型波形钢腹板组合箱梁,考虑全截面剪切变形影响的挠度计算方法。以分析新型波形钢腹板组合箱梁箱壁剪应力分布特点入手,利用虚功原理,并引入考虑全截影响的剪切形式因子,将组合箱梁挠度分离为 Euler 梁理论挠度与考虑全截面剪切变形的附加挠度,基于能量变分原理建立了全截面剪切变形附加挠度的表达式。制作了新型波形钢腹板组合箱梁实桥缩尺模型,进行了组合梁受集中荷载和均布荷载试验,并运用 ANSYS 有限元软件建立了组合梁空间有限元模型进行对比分析。试验结果与空间有限元计算结果验证了理论公式的正确性。参数分析表明,剪切变形对新型波形钢腹板组合箱梁挠度影响较大,相对于组合梁翼板,波形钢腹板剪切变形的影响更加突出;翼板剪切附加挠度随高跨比的增大而减小,但始终小于波形钢腹板剪切附加挠度;波形钢腹板剪切附加挠度随着宽跨比的减小而减小,当宽跨比小于 0.2 时,可忽略波形钢腹板剪切变形的影响。

关键词:桥梁工程;波形钢腹板组合箱梁;剪切附加挠度;虚功原理;剪切形式因子

中图分类号:U448.213;O302　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1007-4708(2025)01-0115-07

1　引　言

新型波形钢腹板组合箱梁用钢底板替换传统波形钢腹板组合箱梁的混凝土底板,在保留其优点的同时,彻底解决了混凝土底板易开裂的弊病,近年来已在桥梁建设中快速发展[1]。呈褶皱状的腹板在减轻自重、提高预应力施加效率的同时,也会产生较大的剪切变形,从而引起组合结构较大的挠曲变形[2]。因此,求解精度高且简便高效的挠曲计算方法一直是学者们研究的热点[3-7]。Elgaaly 等[8]对波形钢腹板组合梁进行了大量实验研究,结果表明腹板剪应力沿腹板高度等值分布,且腹板承担了几乎全部剪应力。吴文清等[9]根据波形钢腹板组合箱梁模型试验,证明了组合梁在弹性阶段符合拟平截面假定。李宏江等[10]运用初等梁理论,推导了考虑剪切变形的挠曲计算方法。聂建国等[11]采用有效刚度法,将波形钢腹板组合梁挠度分解为桁架作用和弯曲作用,对其挠度解析式做了推导。姚浩等[12]提出一种假设组合梁顶底板承担所有弯矩,波形钢腹板承担所有剪力的夹层梁理论。上述研究均考虑翼板剪力滞效应。

文献[13-18]基于拟平截面假定,考虑翼板的剪力滞效应,引入剪切转角来反映波形钢腹板的剪切变形,运用能量变分原理对组合梁挠度求解。由于翼板纵向挠曲函数与腹板剪切转角函数的引入,导致波形钢腹板组合箱梁的挠度分析较为繁琐且复杂。

针对上述问题,本文利用虚功原理,根据新型波形钢腹板组合箱梁截面剪应力分布特点,推导了考虑全截面影响的剪切形式因子表达式,基于该剪切形式因子,运用能量变分原理给出组合箱梁考虑全截面剪切变形的挠度计算表达式。

2　力学特性及基本假定

2.1　波形钢腹板力学特性

波形钢腹板的外形构造及尺寸如图 1 所示。

收稿日期:2023-12-25; **修改稿收到日期**:2024-02-12.
基金项目:国家自然科学基金(52268027;51868040)资助项目.

作者简介:刘世忠*(1962-),男,教授,博士,(E-mail:645819349@qq.com).

引用本文:蔡明昊,刘世忠,王志鲲,等.考虑剪切变形影响的新型波形钢腹板组合箱梁挠度计算[J].计算力学学报,2025,**42**(1):115-121,138.
CAI Ming-hao, LIU Shi-zhong, WANG Zhi-kun, et al. Deflection calculation of new corrugated steel web composite box girder considering shear deformation[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2025, **42**(1):115-121,138.

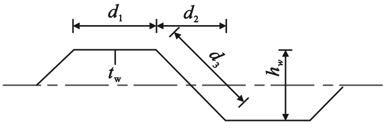


图1 波形钢腹板构造示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a corrugated steel web

轴向呈现褶皱状的波形钢腹板，在荷载作用下的轴向变形较大，因此其表观弹性模量 E_x 很小[19]

$$E_x = E_s \cdot \frac{d_1 + d_2}{3d_1 + d_3^3/h_w^2} \cdot \left(\frac{t_w}{h_w}\right)^2 \tag{1}$$

式中 E_s 为钢材的弹性模量；d_1，d_2，d_3，h_w，t_w 为波形钢腹板几何尺寸。

Johnson 等[20]根据波形钢腹板的波折形状，通过模型试验，得出波形钢腹板等效切变模量 G_w

$$G_w = \frac{d_1 + d_2}{d_1 + d_3} \cdot \frac{E_s}{2(1 + \upsilon)} \tag{2}$$

式中 υ 为钢材的 Poisson 比。

2.2 基本假定

受任意荷载作用的简支钢底板-波形钢腹板组合箱梁如图2所示，图中 O-xyz 为正交笛卡尔坐标系，O 位于组合梁截面形心。对于处于弹性工作阶段的组合梁，做如下假设

(1)忽略组合梁壁厚的影响，认为箱梁挠曲剪应力沿壁厚均匀分布；

(2)忽略组合梁层间滑移与纵向掀起；

(3)忽略波形钢腹板抗弯的贡献，认为混凝土桥面板与钢底板承担组合梁的所有弯矩。

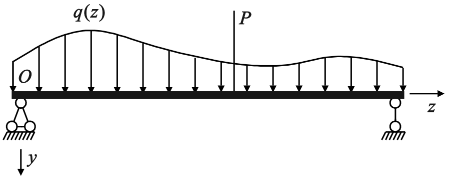


图2 受任意荷载的简支梁

Fig. 2 Simply supported girder subject to arbitrary load

3 组合梁挠曲分析

3.1 挠曲剪切形式因子

新型波形钢腹板组合箱梁横截面如图3所示。图中 b_1，b_2，b_3 分别为组合梁顶板半宽、底板半宽和悬臂板宽度；β 为波形钢腹板与竖轴的夹角；h_c 和 h_s 分别为顶板上缘到截面形心的距离和底板下缘到截面形心的距离；y_c 和 y_s 分别为顶板中面到截面形心轴的距离和底板中面到截面形心轴的距离。

波形钢腹板组合箱梁受任意荷载作用时，组合箱梁挠曲剪应力公式为

$$\tau_{sz} = -\frac{Q(z)}{I_x}\int y\,\mathrm{d}s \tag{3}$$

式中 $Q(z)$ 为截面剪力；I_x 为截面换算为同一材料后，忽略波形钢腹板抗弯贡献的截面惯性距。

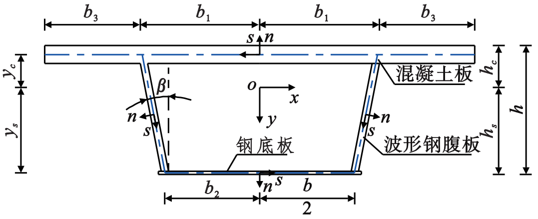


图3 组合箱梁截面计算简图

Fig. 3 Sectional calculation diagram of composite box girder

由式(3)可得组合箱梁截面顶板、悬臂板、底板上任意点的剪应力 τ_{sz1}，τ_{sz2}，τ_{sz3}，表达式为

$$\tau_{sz1} = \frac{Q(z)}{I_x} y_c x \tag{4a}$$

$$\tau_{sz2} = -\frac{Q(z)}{I_x} y_c (b_1 + b_3 - x) \tag{4b}$$

$$\tau_{sz3} = -\frac{Q(z)}{I_x} y_s x \tag{4c}$$

由于波形钢腹板的 E_x 很小，可认为腹板正应力为0，根据文献[21]可得沿腹板方向的剪应力为

$$\tau_{szw} = \frac{Q(z)}{I_x}\,\frac{y_c A_c}{t_w \cos\beta} \tag{5}$$

式中 A_c 为组合箱梁混凝土桥面板面积的一半。

由式(4,5)可得波形钢腹板组合箱梁截面壁厚中线上任意一点的剪应力分布模式，如图4所示。

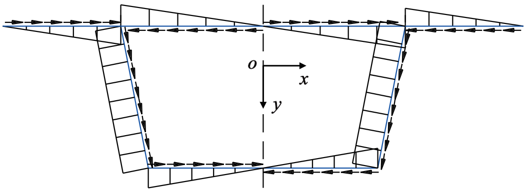


图4 剪应力分布

Fig. 4 Shear stress distribution

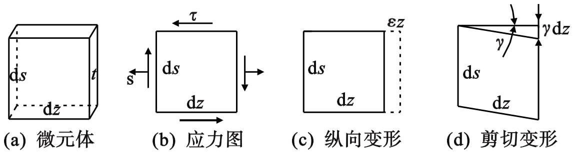
从组合梁内取一微元体，几何尺寸如图5(a)所示，假设组合梁受单位荷载作用，产生的弯矩为 M_U、剪力为 Q_U，则单位荷载引起如图5(b)所示的正应力 σ_z 和剪应力 τ_{sz}，其表达式为

$$\sigma_z = \frac{M_U y}{I_x} \tag{6}$$

$$\tau_{sz} = \frac{Q_U}{I_x t} S_y \tag{7}$$

式中 S_y 为微元板的静矩。

组合梁在任意荷载作用下产生的弯矩和剪力分别为 M 和 Q，则引起的伸长 ε_z 如图5(c)所示，引起的剪切应变 γ_{sz} 如图5(d)所示。



(a) 微元体　(b) 应力图　(c) 纵向变形　(d) 剪切变形

图 5　微元体受力分析

Fig. 5　Force analysis of micro-element

组合梁受任意荷载作用下产生的弯矩和剪力分别为 M_L 和 Q_L，其引起的正应变 ε_z 和剪应变 γ_{sz} 分别为

$$\varepsilon_z=\frac{M_L y}{EI_x} \tag{8}$$

$$\gamma_{sz}=\frac{Q_L}{GI_x t}S_y \tag{9}$$

由式(6～9)可得单位荷载作用下的内虚功为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}W_{\text{int}}&=(\sigma t\,\mathrm{d}s)(\varepsilon\mathrm{d}z)+(\tau t\,\mathrm{d}s)(\gamma\mathrm{d}z)\\&=\frac{M_U M_L}{EI_x^2}t\,\mathrm{d}s\mathrm{d}z+\frac{Q_U Q_L S_y^2}{GI_x^2 t^2}t\mathrm{d}s\mathrm{d}z\end{aligned} \tag{10}$$

对式(10)沿梁全长积分，可得组合梁总内功 W_{int} 为

$$\begin{aligned}W_{\text{int}}&=\int\frac{M_U M_L y^2}{EI_x^2}\mathrm{d}A\mathrm{d}z+\int\frac{Q_U Q_L S_y^2}{GI_x^2 t^2}\mathrm{d}A\mathrm{d}z\\&=\int_l\frac{M_U M_L}{EI_x^2}\mathrm{d}z\int_A y^2\mathrm{d}A+\int_l\frac{Q_U Q_L}{GI_x^2}\mathrm{d}z\int_A\left(\frac{S_y}{t}\right)^2\mathrm{d}A\end{aligned} \tag{11}$$

式中 A 为组合梁换算截面后的截面面积。

单位荷载产生的外功 W_{ext} 为

$$W_{\text{ext}}=\Delta \tag{12}$$

式中 Δ 为钢底板波形钢腹板组合箱梁挠度。

定义 f_i 为剪切形式因子，其表达式为

$$f_i=\frac{A}{I_x^2}\int_A\left(\frac{S_y}{t}\right)^2\mathrm{d}A \tag{13}$$

由虚功原理可得

$$\Delta=\int_l\frac{M_U M_L}{EI_x^2}\mathrm{d}z+\int_l\frac{f_i\,Q_U\,Q_L}{GI_x^2}\mathrm{d}z \tag{14}$$

式(14)为考虑剪切附加挠度的波形钢腹板组合箱梁挠度计算公式。右端第 1 项为 Euler 梁理论产生的挠度；右端第 2 项为全截面剪切变形引起的附加挠度，其中剪切形式因子 f_i 只与组合梁截面形式有关。

对于图 3 所示的波形钢腹板组合箱梁，考虑全截剪切变形影响的剪切形式因子 f_i 表达式为

$$f_i=f_c+f_w \tag{15}$$

式中 f_c 和 f_w 分别为组合梁顶底板的剪切形式因子和波形钢腹板的剪切形式因子。

根据式(4，5，13)求得 f_c 和 f_w 表达式为

$$f_c=\frac{A}{3I_x^2}\left(y_c^2A_r b_1^2+y_c^2A_c b_3^2+y_s^2\frac{G_s}{G_c}A_b b_2^2\right) \tag{16}$$

$$f_w=\frac{AA_w G_c}{I_x^2 G_w}\left(\frac{y_c A_s}{t_w\cos\beta}\right)^2 \tag{17}$$

式中 A_r 为组合箱梁顶板面积；A_c 为组合箱梁两侧悬臂板面积；A_b 为组合箱梁底板面积；A_w 为组合箱梁波形钢腹板面积。

3.2　控制微分方程建立与求解

3.2.1　微分方程的建立

对于图 3 所示的新型波形钢腹板组合箱梁，受任意荷载作用下，将组合梁挠度分解为 Euler 梁理论挠度 ω_b 与全截面剪切变形引起的附加挠度 ω_s，则组合箱梁弯曲应变能 U_c、剪切应变能 U_w 和外荷载势能 V 分别为

$$U_c=\frac{1}{2}\iint_A\sigma_z\varepsilon_z\mathrm{d}A\mathrm{d}z=\frac{E_c I_x}{2}\int_0^l[\omega''_b(z)]^2\mathrm{d}z \tag{18}$$

$$U_w=\frac{1}{2}\iint_A\tau\gamma_{sz}\mathrm{d}A\mathrm{d}z=\frac{G_c A}{2f_i}\int_0^l[\omega'_b(z)]^2\mathrm{d}z \tag{19}$$

$$\begin{aligned}V=&-\int_0^l q(z)[\omega_b(z)+\omega_s(z)]\mathrm{d}z+\\&\{M\omega'_b(z)-Q[\omega_b(z)+\omega_s(z)]\}\Big|_0^l\end{aligned} \tag{20}$$

可得组合箱梁总势能为

$$\Pi=U_c+U_w+V \tag{21}$$

根据最小势能原理，组合梁总势能的一阶变分为

$$\begin{aligned}\delta\Pi=&\int_0^l(E_c I_x\omega''''_b-q)\delta\omega_b\mathrm{d}z-\\&\int_0^l\left[\left(\frac{G_c A}{f_i}\right)\omega''_s+q\right]\delta\omega_s\mathrm{d}z+(E_c I_x\omega''_b\,\delta\omega'_b+M)\Big|_0^l-\\&(E_c I_x\omega''''_b-Q)\delta_{\omega_b}\Big|_0^l+[(G_c A/f_i)\omega'_s-Q]\delta\omega_s\Big|_0^l\end{aligned} \tag{22}$$

控制微分方程为

$$E_c I_x\omega''''_b-q=0 \tag{23}$$

$$\left(\frac{G_c A}{f_i}\right)\omega''_s+q=0 \tag{24}$$

式(23)为 Euler 梁理论对应的挠曲微分方程；式(24)为考虑全截面剪切变形影响的剪切附加挠度控制微分方程，其通解为

$$\omega_s=C_1+C_2 z+\omega_s^*(z) \tag{25}$$

式中 $\omega_s*(z)$ 为式(25)的特解，与组合梁荷载形式相关；C_1 和 C_2 为积分常数，可根据组合梁的边界条件确定。

3.2.2　微分方程的求解

(1)组合简支梁受均布荷载

计算跨径为 l 的简支组合箱梁受均布荷载 $q(z)$，如图 6 所示，则

$$\omega_s = -\frac{qf_iz^2}{2G_cA} + C_1z + C_2 \qquad (26)$$

边界条件为

$$\omega_s\big|_{z=0} = 0, \omega_s\big|_{z=l} = 0$$

利用边界条件，求得 C_1 和 C_2 后，代入式(26)可求得简支组合箱梁剪切附加挠度表达式为

$$\omega_s = \frac{qf_il^2}{2G_cA}\left(\frac{z}{l}\right)\left(1 - \frac{z}{l}\right) \qquad (27)$$

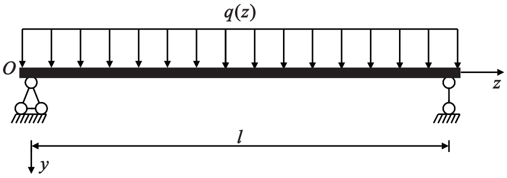


图 6　简支组合梁受均布荷载
Fig. 6　Simply supported composite beams subjected to uniform load

(2)简支组合梁受集中荷载

计算跨径为 l 的简支组合箱梁受集中荷载作用时的受力简图如图 7 所示。当 $0 \leqslant z \leqslant a$ 时，剪切附加挠度记为 ω_{s1}，当 $a \leqslant z \leqslant l$ 时，剪切附加挠度记为 ω_{s2}。

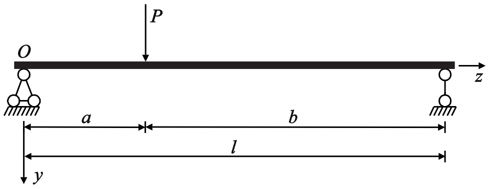


图 7　简支组合梁受集中荷载
Fig. 7　Simply supported composite beams subjected to concentrated loads

边界条件为

$$\omega_{s1}\big|_{z=0} = 0, \omega_{s2}\big|_{z=l} = 0$$

连续条件

$$\left(\frac{G_cA}{f_i}\right)\omega_{s1} = \frac{Pb}{l}, \omega_{s1}\big|_{z=a} = \omega_{s2}\big|_{z=a}$$

利用边界条件求得系数

$$\omega_{s1} = \frac{Pf_ib}{lG_cA}z \quad (0 \leqslant z \leqslant a)(z) \qquad (28)$$

$$\omega_{s2} = -\frac{Pf_ia}{lG_cA}z + \frac{f_iPa}{G_cA} \quad (a \leqslant z \leqslant b) \qquad (29)$$

对于新型波形钢腹板组合连续箱梁，可根据叠加原理求解。

4　算例及结果分析

4.1　算例

为验证本文理论推导的正确性，制作了长度 l=8 m 钢底板波形钢腹板组合箱梁实桥缩尺模型。横截面尺寸如图 8 所示，腹板波形如图 1 所示，其中 d_1=70 mm，d_2=57 mm，h_w=40 mm。桥面板采用 C55 混凝土、波形钢腹板与钢底板采用 Q345 钢材，材料特性列入表 1。

表 1　材料特性
Tab. 1　Material characteristics

名称	材料	强度/MPa	泊松比	厚度/mm
混凝土板	C55	3.55×10^4	0.2	65
波形钢腹板	Q345	2.06×10^5	0.28	3
钢底板	Q345	2.06×10^5	0.28	5

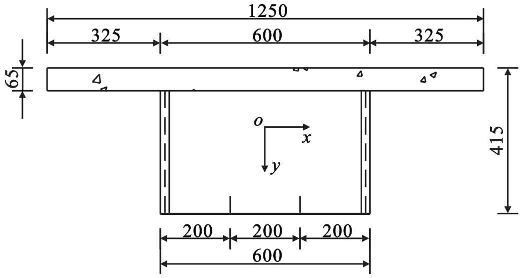


图 8　组合箱梁横截面尺寸(单位：mm)
Fig. 8　Cross-sectional dimensions of composite box girder(unit：mm)

如图 9 所示，利用 ANSYS 建立上述试验梁空间有限元模型进行对比分析。模型梁计算跨径为 8 m，共划分为 9775 个节点，1912 个单元。混凝土桥面板采用 solid65 单元模拟；钢底板与波形钢腹板采用 shell181 单元模拟；混凝土桥面板与波形钢腹板交界面采用 combin39 单元模拟的剪力钉连接。

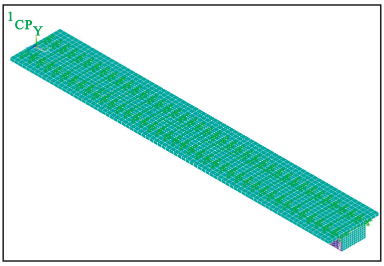


图 9　ANSYS 空间模型
Fig. 9　ANSYS spatial model

集中荷载分为 4 级，从 0 开始按照每级 10 kN 加载，每级荷载在稳定 1 分钟后记录数据；均布荷载 q=9.8 kN/m，试验梁加载如图 10 所示。

4.2　结果分析

简支组合梁跨中受集中荷载(10 kN～40 kN)和受满跨均布荷载时，采用 Euler 梁理论(忽略剪

切变形的影响)、ANSYS空间有限元、实测值及本文方法计算的跨中挠度列入表2。由此可知，采用本文方法计算的跨中挠度值与实测值更加接近，与有限元值更加吻合；组合梁受9.8 kN/m均布荷载时，Euler梁理论计算结果与有限元相差3.65%，组合梁受40 kN集中荷载时，Euler梁理论计算结果与有限元相差4.92%，可见，忽略剪切变形的影响对计算结果影响较大。

图10　试验梁加载

Fig. 10　Loading of test beam

表2　简支组合箱梁跨中挠度

Tab. 2　Mid-span deflection of simply supported composite box girder

荷载形式	荷载值	Euler梁值/mm	有限元值/mm	实测值/mm	计算值/mm
集中荷载	10 kN	1.265	1.326	1.28	1.328
	20 kN	2.532	2.659	2.64	2.658
	30 kN	3.798	3.988	3.90	3.988
	40 kN	5.063	5.325	5.26	5.326
均布荷载	9.8 kN/m	6.037	6.266	6.235	6.268

为验证本文计算方法的通用性，以上述组合梁为基础，跨中加一支座，形成两跨连续梁，计算在均布荷载q=9.8 kN/m作用下的挠度，结果如图11所示。

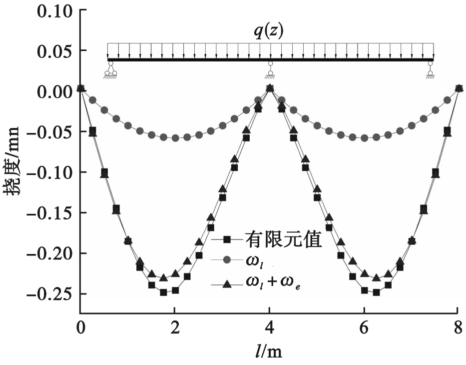


图11　连续梁挠度

Fig. 11　Deflection of continuous beam

由图11可知，本文计算方法同样适用于连续梁的挠度计算。连续梁1/4与3/4处，全截面剪切变形附加挠度约为总挠度的20.8%，由此可见，在该种类型桥梁挠度计算时，剪切变形的影响不可忽略。

5　参数分析

5.1　剪切形式因子分析

剪切系数$\alpha_s=(G_cA)/(2A_wG_w)$，定义$\eta_w=\alpha_s/f_w\times100\%$，$\eta_i=\alpha_s/f_i\times100\%$，图12给出了在保持顶板宽度($2b_1$)不变的情况下，$\eta$随腹板高度$h_i$变化曲线。可见，$\alpha_s/f_w$和$\alpha_s/f_i$均随波形钢腹板高度的减小而增大，即剪切系数随腹板减小与剪切形式因子越来越接近，但η值始终小于100%，说明以剪切系数计算的组合梁挠度偏小。

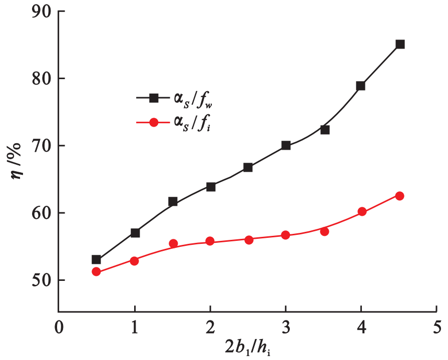


图12　η随腹宽跨比变化曲线

Fig. 12　η varies with abdominal width to span ratio

图13给出了η随波形钢腹板与竖轴夹角β的变化曲线，可知，采用剪切系数计算的组合梁挠度随腹板倾斜角度的增加而与准确值偏差越大。

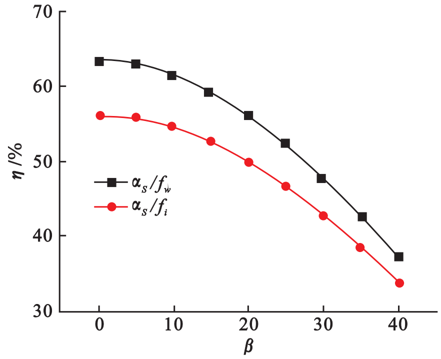


图13　η随β角变化曲线

Fig. 13　η curve with β angle

图14给出了翼板剪切形式因子f_c和波形钢腹板剪切形式因子f_w与截面总剪切形式因子f_i的比值随宽高比变化曲线。可知，波形钢腹板剪切形式因子f_w占截面总剪切形式因子f_i的比例随着宽高比的增大而减小，但始终大于翼板所占比

例；翼板情况则相反，且与波形钢腹板相比，其所占比例仍然较小。

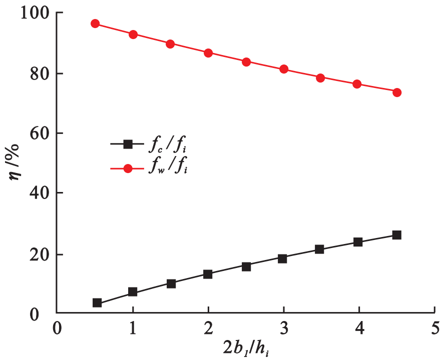


图 14　剪切形式因子占比分布
Fig. 14　Shear form factor proportion distribution

5.2　剪切附加挠度分析

以图 8 所示截面的简支波形钢腹板组合梁为分析对象，定义翼板剪切附加挠度 ω_c、腹板剪切附加挠度 ω_w 与 Euler 梁理论计算的挠度 ω_b 比值为 λ，以 1.25 m$(2b_1+2b_3)$为步长，跨径 l 从 1.25 m 到 12.5 m，计算在均布荷载 9.8 kN/m 与集中荷载 10 kN 作用下 λ 的变化曲线，计算结果如图 15 所示。

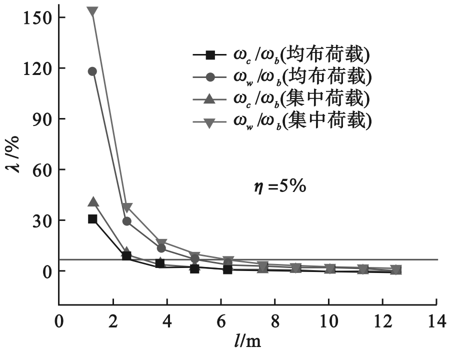


图 15　剪切附加挠度比随高跨比的变化曲线
Fig. 15　Curve of shear additional deflection ratio with height-span ratio

由图 15 可知，均布荷载作用下剪切附加挠度所占 Euler 梁理论计算挠度略小于集中荷载作用结果，其中波形钢腹板剪切变形对附加挠度影响较为突出；随着宽跨比的增加，剪切附加挠度所占比例不断减小；在梁长 l 约为 6 m 即宽跨比约为 0.2 时，波形钢腹板剪切附加挠度占比为 5%，由此可见，当组合梁宽跨比小于 0.2 时，忽略剪切变形的影响，在工程设计计算中是可以接受的。

6　结　论

1）在分析组合梁截面剪应力的基础上，利用虚功原理推导了新型波形钢腹板组合箱梁挠度计算表达式。模型试验与有限元计算结果验证了理论推导的正确性与准确性。

2）引入截面剪切形式因子，将新型波形钢腹板组合箱梁挠度分离为 Euler 梁理论挠度与考虑全截面剪切变形的附加挠度，避免了已有文献将剪力滞效应附加挠度、腹板剪切变形附加挠度分开讨论的复杂性，简化了该类组合梁的挠度计算方法。

3）与波形钢腹板相比，翼板剪切附加的挠度相对较小；当宽跨比小于 0.2 时，可忽略波形钢腹板剪切附加的挠度影响。

参考文献（References）：

[1]　吴传山，邓文琴，张焕涛，等. 多梁式波形钢腹板工字钢组合梁荷载横向分布系数研究[J]. 计算力学学报，2024，**41**(3)：483-490.（WU Chuan-shan，DENG Wen-qin，ZHANG Huan-tao，et al. Study on the load transverse distribution coefficient of multibeam compsite I-beam with corrugated steel webs[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*，2024，**41**(3)：483-490.(in Chinese)）

[2]　陈东亮，张元海. 基于能量变分法的钢底板波形钢腹板组合箱梁畸变效应分析[J]. 计算力学学报，2023，**40**(6)：985-991.（CHEN Dong-liang，ZHANG Yuan-hao. Analysis on distortion effect of composite box girder with corrugated steel webs and steel soleplates based on energy variational method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*，2023，**40**(6)：985-991.(in Chinese)）

[3]　Chan C L，Khalid Y A，Sahari B B，et al. Finite element analysis of corrugated web beams under bending[J]. *Journal of Constructional Steel Research*，2002，**58**(11)：1391-1406.

[4]　冀　伟，蔺鹏臻，刘世忠. 波形钢腹板 PC 组合箱梁桥的挠度计算与分析[J]. 西南交通大学学报，2018，**53**(1)：46-55.（JI Wei，LIN Peng-zhen，LIU Shi-zhong. Deflection calculation and analysis of PC box girder bridges with corrugated steel webs[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*，2018，**53**(1)：46-55.(in Chinese)）

[5]　Gong B J，Liu S Z，Mao Y N，et al. Correction of shear lag warping function of steel bottom—Corrugated steel web box girder[J]. *Structures*，2022，**37**：227-241.

[6]　何晓阳，陈政阳，施俊庆，等. 考虑翼板局部弯曲及剪力滞效应的波形钢腹板组合箱梁挠度分析[J]. 中国铁道科学，2023，**44**(5)：103-115.（HE Xiao-yang，CHEN Zheng-yang，SHI Jun-qing，et al. Deflection analysis of composite box beam with corrugated steel webs considering local bending of flange and shear lag effect[J]. *China Railway Science*，2023，**44**(5)：103-

115.(in Chinese))

[7] 吴启明，姜瑞娟，徐添华，等. 考虑腹板剪切变形的波形钢腹板组合箱梁剪力滞效应分析[J]. 建筑结构学报，2021，**42**(S1)：220-228.(WU Qi-ming，JIANG Rui-juan，XU Tian-hua，et al. Analysis of shear lag effect of corrugated steel web composite box girder considering web shear deformation[J]. *Journal of Building Structures*，2021，**42**(S1)：220-228.(in Chinese))

[8] Elgaaly M，Seshadri A，Hamilton R W. Bending strength of steel beams with corrugated webs[J]. *Journal of Structural Engineering*，1997，**123**(6)：772-782.

[9] 吴文清，叶见曙，万　水，等. 波形钢腹板-混凝土组合箱梁截面变形的拟平截面假定及其应用研究[J]工程力学，2005，**22**(5)：177-180，198.(WU Wen-qing，YE Jian-shu，WAN Shui，et al. Quasi plane assumption and its application in steel-concrete composite box girders with corrugated steel webs[J]. *Engineering Mechanics*，2005，**22**(5)：177-180，198.(in Chinese))

[10] 李宏江，叶见曙，万　水，等. 剪切变形对波形钢腹板箱梁挠度的影响[J]. 交通运输工程学报，2002，**2**(4)：17-20.(LI Hong-jiang，YE Jian-shu，WAN Shui，et al. Influence of shear deformation on deflection of box girder with corrugated steel webs[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*，2002，**2**(4)：17-20.(in Chinese))

[11] 聂建国，李法雄，樊健生. 波形钢腹板梁变形计算的有效刚度法[J]. 工程力学，2012，**29**(8)：71-79.(NIE Jian-guo，LI Fa-xiong，FAN Jian-sheng. Effective stiffness method for calculating deflection of corrugated web girder[J]. *Engineering Mechanics*，2012，**29**(8)：71-79.(in Chinese))

[12] 姚　浩，程　进. 基于变分原理的波形钢腹板箱梁挠度计算解析法[J]. 工程力学，2016，**33**(8)：177-184.(YAO Hao，CHENG Jin. Analytical method for calculating defection of corrugated box girders based on variational principle[J]. *Engineering Mechanics*，2016，**33**(8)：177-184.(in Chinese))

[13] Kato H，Kawabata A，Nishimura N. Practical calculation formula on displacements and stress resultants of steel-concrete mixed girders with corrugated steel web[J]. *Doboku Gakkai Ronbunshu*，2002，**2002**(703)：293-300.(in Japanese)

[14] 鲁宁宁，刘世忠，毛亚娜，等. 考虑梗腋影响的波形钢腹板组合箱梁剪力滞效应研究[J]. 计算力学学报，2023，**40**(4)：614-620.(LU Ning-ning，LIU Shi-zhong，MAO Ya-na，et al. Shear lag effect theory and parameter analysis of composite box girder with corrugated steel webs considering the influence of haunch[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*，2023，**40**(4)：614-620.(in Chinese))

[15] 王　力，刘世忠，路　韡，等. 基于Reddy理论的新型波形钢腹板组合箱梁挠度计算[J]. 西南交通大学学报，2021，**56**(4)：752-759.(WANG Li，LIU Shi-zhong，LU Wei，et al. Deflection calculation of new type composite box girder with corrugated steel webs based on reddy theory[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*，2021，**56**(4)：752-759.(in Chinese))

[16] 卫　星，杨世玉. 单箱双室波形钢腹板PC箱梁剪力滞效应分析[J]. 铁道工程学报，2017，**34**(3)：29-33.(WEI Xing，YANG Shi-yu. Research on the shear-lag effect in twin-cell PC box-girder with corrugated steel web[J]. *Journal of Railway Engineering Society*，2017，**34**(3)：29-33.(in Chinese))

[17] 柳兴成，蔺鹏臻，何志刚. 考虑全截面剪切变形效应的波形钢腹板箱梁挠度计算[J]. 公路交通科技，2019，**36**(1)：63-69.(LIU Xing-cheng，LIN Peng-zhen，HE Zhi-gang. Calculation of deflection of box girder with corrugated steel webs considering shear deformation effect of whole section[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*，2019，**36**(1)：63-69.(in Chinese))

[18] Khalid Y A，Chan C L，Sahari B B，et al. Bending behaviour of corrugated web beams[J]. *Journal of Materials Processing Technology*，2004，**150**(3)：242-254.

[19] 邓文琴，毛泽亮，刘　朵，等. 单箱三室波形钢腹板悬臂梁扭转与畸变分析及试验研究[J]. 建筑结构学报，2020，**41**(2)：173-181.(DENG Wen-qin，MAO Ze-liang，LIU Duo，et al. Analysis and experimental study on torsion and distortion of single box three-cell cantilever girder with corrugated steel webs[J]. *Journal of Building Structures*，2020，**41**(2)：173-181.(in Chinese))

[20] Johnson R P，Cafolla J，Bernard C. Corrugated webs in plate girders for bridges[J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*，1997，**122**(2)：157-164.

[21] 李丽园，周茂定，冀　伟，等. 基于剪切附加挠度的波形钢腹板组合箱梁挠度计算[J]. 东南大学学报(自然科学版)，2019，**49**(2)：296-302.(LI Li-yuan，ZHOU Mao-ding，JI Wei，et al. Deflection calculation of composite box girder with corrugated steel webs based on shear additional deflection[J]. *Journal of Southeast University*(*Natural Science Edition*)，2019，**49**(2)：296-302.(in Chinese))

(下转第138页)

Seismic response of MDOF structures with series inerter dampers

GUAN Tao[1], WANG Shan-ku[1], GE Xin-guang[*2], WANG Chang-sheng[3]
(1. College of Architectural Engineering, Xinyang Vocational and Technical College, Xinyang 464000, China;
2. School of Civil Engineering and Architecture, Liuzhou Institute of Technology, Liuzhou 545004, China;
3. School of Architectural Engineering, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China)

Abstract: Concise closed-form solutions for random seismic responses of MDOF structures with Series Inerter Dampers (SID) were studied, and the effects of parameters and setting floor positions of SIDs on the seismic performance of building structures were analyzed. Firstly, the coupled seismic dynamic equations of a MDOF structure and a SID are established. Secondly, the quadratic decomposition method is used to derive a concise closed-form solution for the 0～2 order spectral moments of the absolute displacement of the structural nodes relative to the ground, interlayer displacement, and force of the SID. Finally, through an example, the correctness of the proposed solution was verified and the characteristics of the parameters of SID and the setting positions on the seismic performance of structures were studied. The result has shown that the influence of the SID on the interlayer displacement and absolute displacement of the top floor of structures is non-consistent; and the damper-setting strategy is economically feasible to set up a SID on floors with significant inter story displacement. The paper can provide a reference for the practical engineering application of inerter dampers.

Key words: series inerter damper; concise closed-form solution; quadratic decomposition method; parameter analysis; damper setting strategy

---

（上接第 121 页）

Deflection calculation of new corrugated steel web composite box girder considering shear deformation

CAI Ming-hao[1], LIU Shi-zhong[*1], WANG Zhi-kun[2], ZHANG Jian-gong[3]
(1. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;
2. CR21 Group Electric and Electrification Engineering Co., Ltd., Lanzhou 730030, China;
3. China 17 Metallurgical Group Limited Beijing Engineering Design Branch Company, Beijing 102218, China)

Abstract: In order to obtain a simple and efficient method for deflection calculation of a new type of corrugated steel web composite box girders at high accuracy, the effect of shear deformation of the whole cross-section is considered. Based on the analysis of the distribution characteristics of shear stress on the wall of the box girder, its deflection is divided into the Euler beam theoretical deflection and an additional deflection considering the shear deformation of the full section by using the principle of virtual work and the shear form factor considering the effect of full section. Based on the variational energy principle, the expression of the additional deflection of the full section is established. The scale model of the composite box girder with a new type of corrugated steel web was made, the concentrated load and uniform load tests were carried out, and the finite element model of the composite girder was established by ANSYSY finite element software for comparative analysis. The correctness of the theoretical formula is verified by the experimental results and the finite element calculation results. The parameter analysis shows that the shear deformation has a greater effect on the deflection of the composite box girder with corrugated steel web than that of the composite girder wing plate. The shear additional deflection of the wing plate decreases with the increase of the height-span ratio, but it is always smaller than that of the corrugated steel web plate. The additional shear deflection of corrugated steel web decreases with the decrease of width span ratio. When the width span ratio is less than 0.2, the influence of shear deformation of corrugated steel web can be ignored.

Key words: bridge engineering; composite box girder with corrugate steel webs; shear additional deflection; virtual work principle; shear form factor