

DOI: 10.7511/jslx20230910002

基于共旋坐标法的海洋柔性管缆动力学分析

孙晓旭¹, 柯旺¹, 赵岩^{*1,2}

(1. 大连理工大学工程力学系工业装备结构分析优化与CAE软件全国重点实验室, 大连 116024;

2. 大连理工大学宁波研究院, 宁波 315016)

摘要:海洋柔性结构的运动往往随着开采深度和离岸距离的增加而不断增大,这种大幅度的往复运动使得结构危险点极易发生疲劳损伤,显著增加了失效的风险。本文考虑海洋柔性管缆大位移、大旋转和小应变的几何非线性,基于共旋坐标法开展了结构动力学分析。首先,基于共旋坐标法建立了柔性管缆的基本运动方程;其次,根据Morison方程计算水动力效应得到海洋柔性管缆的运动方程,并应用Newton-Raphson法结合HHT法进行求解;最后,在数值算例中将本文方法与商业软件分析结果进行对比,表明本文提出的方法能够有效用于海洋柔性管缆的非线性动力学分析。

关键词:海洋柔性管缆;非线性动力分析;共旋坐标法;Morison方程;随机波浪载荷

中图分类号: O313 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-4708(2025)01-0037-07

1 引言

随着陆上资源日益稀缺,海洋能源的开发利用已成为重要发展趋势^[1,2]。采矿船、海洋平台和浮式风机等作为海洋资源开采的重要装备,其附属的系泊缆、脐带缆和软管等细长柔性结构具有顺应性力学特征,成为应对复杂海洋环境载荷的有效结构形式^[3-5]。

海洋资源的开发利用是由近海到远海,由浅海到深海的过程。随着开采深度和离岸距离的增加,海洋柔性管缆在服役过程中会发生更为显著的非线性运动,这种大幅度的往复运动使得危险点极易发生疲劳损伤,大大增加了结构失效的风险^[6]。同时,其水动力载荷的计算基于当前构型的流场信息与结构的位移、速度与加速度;结构响应的准确结果直接影响载荷的精度,即水动力载荷与结构的动力响应之间存在耦合关系。因此,对于具有载荷非线性和几何非线性特征的海洋柔性管缆,需要更为精准和高效的动力学分析方法。

共旋坐标法CR(corotational method)起源于有限元的经典思想,即在连续介质力学中将刚体运动和变形分离开来,是一种处理大位移、大旋转、小

应变几何非线性动力问题的有效方法,已成功应用于机械、土木和航空航天等领域^[7,8]。当对柔性体进行离散后,可以为每个单元定义一个随着单元运动且与单元保持相对静止的共旋框架。在此框架下,可以采用不同的假设来考虑单元的局部变形,这也是CR的主要优点^[9]。近年来,Vásquez等^[10,11]将共旋坐标法引入海洋柔性结构动力学的研究,有效实现了立管在内流作用下的非线性动力学分析。

本文基于上述CR框架,建立一种海洋柔性管缆非线性动力学分析方法。首先,介绍了2D一致共旋框架,给出柔性管缆基本运动方程。其次,基于Morison方程引入水动力载荷与附加质量,建立了海洋环境下的运动方程,并给出相应的时域求解方法。最后,数值算例进行了某具有几何非线性特征的海洋柔性管缆动力学分析,通过与商用软件计算结果对比验证了提出方法的正确性与有效性。

2 共旋坐标系下柔性管缆运动方程

2.1 共旋梁单元的运动描述

采用非线性梁单元进行柔性管缆模型化。具

收稿日期:2023-09-10;修改稿收到日期:2023-12-25.

基金项目:国家自然科学基金(11772084);中央高校基础研究经费(DUT22ZD209)资助项目.

作者简介:赵岩*(1974-),男,博士,教授(E-mail:yzhao@dlut.edu.cn).

引用本文:孙晓旭,柯旺,赵岩.基于共旋坐标法的海洋柔性管缆动力学分析[J].计算力学学报,2025,42(1):37-43.

SUN Xiao-xu, KE Wang, ZHAO Yan. Dynamic analysis of marine flexible pipes and cables based on co-rotational method [J].

Chinese Journal of Computational Mechanics, 2025, 42(1): 37-43.

有大位移小应变的 2D 梁单元运动描述如图 1 所示。梁单元的初始构型在全局坐标系下度量,当前构型分别在全局坐标系 ($X-O-Y$) 与共旋坐标系下 ($X_l-O_l-Y_l$) 度量。每个梁单元有两个节点,每个节点有三个自由度,分别为两个平移自由度与一个旋转自由度。梁单元节点 1 与节点 2 的坐标在全局坐标系中分别定义为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) , 则全局坐标系下的梁单元位移矢量可定义为

$$\mathbf{q}^e = [u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ v_2 \ \theta_2]^T \quad (1)$$

梁单元的局部位移在共旋坐标系下度量,定义局部位移矢量 $\bar{\mathbf{q}}^e$ 为

$$\bar{\mathbf{q}}^e = [\bar{u} \ \bar{\theta}_1 \ \bar{\theta}_2]^T \quad (2)$$

式中

$$\bar{u} = l_n - l_0 \quad (3)$$

$$\bar{\theta}_1 = \theta_1 - \alpha \quad (4)$$

$$\bar{\theta}_2 = \theta_2 - \alpha \quad (5)$$

式中 α 为梁单元旋转的角度, l_0 和 l_n 分别为初始构型与当前构型的梁单元长度,

$$l_0 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (6)$$

$$l_n = \sqrt{(x_2 + u_2 - x_1 - u_1)^2 + (y_2 + v_2 - y_1 - v_1)^2} \quad (7)$$

β 为全局坐标轴 X 与共旋坐标轴 X_l 的夹角,定义其正、余弦分别为

$$s = \sin\beta = \frac{1}{l_n} (y_2 + v_2 - y_1 - v_1) \quad (8)$$

$$c = \cos\beta = \frac{1}{l_n} (x_2 + u_2 - x_1 - u_1) \quad (9)$$

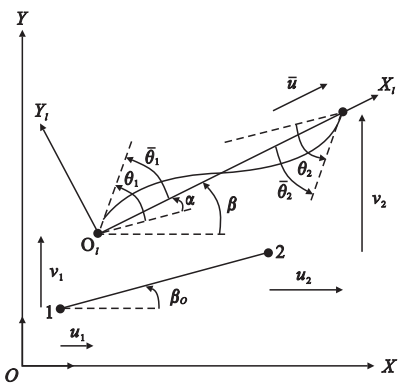


图 1 2D 梁单元在全局坐标系与共旋坐标系下的运动描述

Fig. 1 Motion description of 2D beam elements in global and co-rotation coordinate systems

2.2 柔性管缆的基本运动方程

采用 2D 一致共旋框架^[9], 先不考虑海洋环境的影响, 柔性管缆的运动方程可以表示为

$$\mathbf{f}_K^e + \mathbf{f}_G^e = \mathbf{F}^e \quad (10)$$

式中 \mathbf{f}_K^e , \mathbf{f}_G^e 和 \mathbf{F}^e 分别为梁单元的惯性力矢量、弹

性力矢量和外载荷矢量。

梁单元的局部弹性力矢量 \mathbf{f}_l^e 为

$$\mathbf{f}_l^e = \mathbf{K}_l^e \bar{\mathbf{q}}^e = [N \ M_1 \ M_2]^T \quad (11)$$

式中 N, M_1 和 M_2 分别表示单元的轴力和两个节点的弯矩, \mathbf{K}_l^e 为单元的局部切线刚度阵, 表示为^[12]

$$\mathbf{K}_l^e = \frac{\partial \mathbf{f}_l^e}{\partial \bar{\mathbf{q}}} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4(\lambda_1 + EI)}{\mu^2 l_0} & \frac{2(\lambda_2 + EI)}{\mu^2 l_0} \\ 0 & \frac{2(\lambda_2 + EI)}{\mu^2 l_0} & \frac{4(\lambda_1 + EI)}{\mu^2 l_0} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中 $\lambda_1 = 9AGK_s l_0^2 \Omega^2 + 36EI\Omega^2 + 6EI\Omega$, $\lambda_2 = 18AGK_s l_0^2 \Omega^2 - 72EI\Omega^2 - 12EI\Omega$, E 为弹性模量, I 为截面惯性矩, A 为横截面积, G 为剪切模量, K_s 为剪切修正系数。

根据虚功原理, 可以得到梁单元的局部弹性力矢量 \mathbf{f}_l^e 与整体弹性力矢量 \mathbf{f}_G^e 之间的关系为

$$\mathbf{f}_G^e = \mathbf{B}^T \mathbf{f}_l^e \quad (13)$$

式中 局部坐标系到全局坐标系的转换矩阵 \mathbf{B} 为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & -s & 0 & c & s & 0 \\ -s/l_n & c/l_n & 1 & s/l_n & -c/l_n & 0 \\ -s/l_n & c/l_n & 0 & s/l_n & -c/l_n & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

单元全局切线刚度阵 \mathbf{K}_G^e 为

$$\mathbf{K}_G^e = \mathbf{B}^T \mathbf{K}_l^e \mathbf{B} + \frac{\mathbf{z}\mathbf{z}^T}{l_n} N + \frac{1}{l_n^2} (\mathbf{r}\mathbf{z}^T + \mathbf{z}\mathbf{r}^T) (M_1 + M_2) \quad (15)$$

式中

$$\mathbf{r} = [-c \ -s \ 0 \ c \ s \ 0]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{z} = [s \ -c \ 0 \ -s \ c \ 0]^T \quad (17)$$

单元惯性力矢量 \mathbf{f}_K^e 通过拉格朗日方程从动能 E_K 计算得出

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_K^e &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_K}{\partial \dot{\mathbf{q}}^e} \right] - \left[\frac{\partial E_K}{\partial \mathbf{q}^e} \right] \\ &= \mathbf{M}_K^e \ddot{\mathbf{q}}^e + \left[\mathbf{M}_\beta^e \left(\frac{\mathbf{z}^T}{l_n} \dot{\mathbf{q}}^e \right) + \mathbf{M}_{\theta_1}^e (\mathbf{b}_2^T \dot{\mathbf{q}}^e) + \mathbf{M}_{\theta_2}^e (\mathbf{b}_3^T \dot{\mathbf{q}}^e) \right] \dot{\mathbf{q}}^e - \\ &\quad \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{eT} \mathbf{M}_\beta^e \dot{\mathbf{q}}^e \right) \frac{\mathbf{z}}{l_n} - \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{eT} \mathbf{M}_{\theta_1}^e \dot{\mathbf{q}}^e \right) \mathbf{b}_2 - \\ &\quad \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{eT} \mathbf{M}_{\theta_2}^e \dot{\mathbf{q}}^e \right) \mathbf{b}_3 \end{aligned} \quad (18)$$

式中 \mathbf{M}_K^e , \mathbf{M}_β^e , $\mathbf{M}_{\theta_1}^e$ 和 $\mathbf{M}_{\theta_2}^e$ 的详细推导过程参见

文献[9]。

3 海洋柔性管缆的运动方程及求解

3.1 海洋柔性管缆的水动力载荷

根据线性波浪理论^[13]确定水粒子的运动后,可由 Morison 方程^[14]计算柔性管缆所受的波浪载荷。水动力载荷的大小与其作用于结构的方向有关,通常将柔性管缆的水动力分解为法向和切向两个方向进行计算。由于切向作用较小,可以假设切向水动力系数为 0。

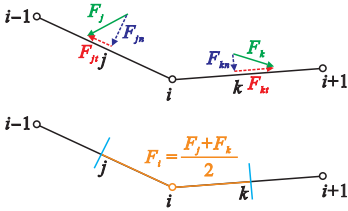


图2 Morison 方程的载荷分解

Fig. 2 Load decomposition of Morison's equation

通过力等效方法,将每个单元所受的水动力载荷平均地集中到该单元左右 2 个节点上,即把两个相邻单元 j 和 k 各自所受水动力的一半集中在中间节点上,如图 2 所示。节点 i 的拖曳力 F_D^i 与惯性力 F_I^i 表示为^[15]

$$F_D^i = \frac{1}{4} \rho D \sum_{\xi=j,k} L_\xi C_D^n |\mathbf{V}_r^i - (\mathbf{V}_r^i \cdot \mathbf{t}_\xi) \mathbf{t}_\xi| [\mathbf{V}_r^i - (\mathbf{V}_r^i \cdot \mathbf{t}_\xi) \mathbf{t}_\xi] \quad (19)$$

$$F_I^i = \frac{1}{8} \rho \pi D^2 \sum_{\xi=j,k} L_\xi \times [(1 + C_A^n) \dot{\mathbf{u}}_w^i - C_A^n (\dot{\mathbf{u}}_w^i \cdot \mathbf{t}_\xi) \mathbf{t}_\xi] \quad (20)$$

式中 D 为结构的外径, C_D^n 和 C_A^n 分别为法向拖曳力系数与惯性力系数, $\mathbf{V}_r^i = \mathbf{u}_c^i + \mathbf{u}_w^i - \dot{\mathbf{q}}^i$ 表示水粒子与结构在节点 i 的相对速度, \mathbf{u}_c^i , \mathbf{u}_w^i 和 $\dot{\mathbf{q}}^i$ 分别表示节点 i 的海流速度、波浪速度和结构速度,以上向量全部在全局坐标系下度量。

同时,节点 i 的附加质量阵 \mathbf{M}_A^i 表示为^[16]

$$\mathbf{M}_A^i = \frac{1}{8} \rho \pi D^2 C_A^n \sum_{\xi=j,k} L_\xi \{ (\mathbf{I} - \mathbf{t}_\xi \mathbf{t}_\xi^T) \} \quad (21)$$

节点 i 的附加质量力 \mathbf{F}_A^i 为

$$\mathbf{F}_A^i = -\mathbf{M}_A^i \ddot{\mathbf{q}}^i \quad (22)$$

将每个节点所荷载荷进行组装即可得到结构的拖曳力向量 \mathbf{F}_D 、惯性力向量 \mathbf{F}_I 、附加质量力 \mathbf{F}_A 和附加质量阵 \mathbf{M}_A 。

3.2 海洋环境中的运动方程及数值求解

在柔性管缆基本运动方程(10)的基础上,引入水动力载荷并进行组装,整体结构更新后的运动方

程可以表示为

$$\mathbf{f}_K + \mathbf{f}_G = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_I + \mathbf{F}_W \quad (23)$$

式中 \mathbf{F}_A 为附加质量力, \mathbf{F}_D 为拖曳力, \mathbf{F}_I 为惯性力, \mathbf{F}_W 为结构在水中的湿重力,即重力与浮力之差,一般情况下不随时间变化。

本文使用 Newton-Raphson 法与 HHT 法^[17]求解海洋柔性管缆的非线性运动方程(23),构造迭代函数为

$$\Psi = \mathbf{f}_K + \mathbf{f}_G - \mathbf{F}_A - \mathbf{F}_D - \mathbf{F}_I - \mathbf{F}_W = 0 \quad (24)$$

严格来说,某时刻的水动力 \mathbf{F}_D , \mathbf{F}_I 与 \mathbf{F}_A 取决于柔性管缆在该时刻的构型,但当前构型又取决于结构在该时刻的位移响应,这是未知的。由于运动的连续性,相邻两个时间步的构型变化并不显著,可以用第 $i-1$ 个时间步的构型来近似计算第 i 步的载荷。因此,在第 i 个时间步下拖曳力 \mathbf{F}_D 和惯性力 \mathbf{F}_I 均为已知量,此时在第 $k+1$ 个迭代步下对迭代函数 Ψ 进行线性化处理,可得

$$\Psi(\mathbf{q}_i^{k+1}, \dot{\mathbf{q}}_i^{k+1}, \ddot{\mathbf{q}}_i^{k+1}) = \Psi(\mathbf{q}_i^k, \dot{\mathbf{q}}_i^k, \ddot{\mathbf{q}}_i^k) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right)_i^k \Delta \mathbf{q}_i^k + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)_i^k \Delta \dot{\mathbf{q}}_i^k + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \ddot{\mathbf{q}}} \right)_i^k \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i^k = 0 \quad (25)$$

式中

$$\mathbf{q}_i^{k+1} = \mathbf{q}_i^k + \Delta \mathbf{q}_i^k, \dot{\mathbf{q}}_i^{k+1} = \dot{\mathbf{q}}_i^k + \Delta \dot{\mathbf{q}}_i^k, \ddot{\mathbf{q}}_i^{k+1} = \ddot{\mathbf{q}}_i^k + \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i^k \quad (26)$$

式(25)可以改写为

$$\mathbf{M}_i^k \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i^k + \mathbf{C}_i^k \Delta \dot{\mathbf{q}}_i^k + \mathbf{K}_i^k \Delta \mathbf{q}_i^k = \mathbf{F}_{A_i}^k + \mathbf{F}_{D_i}^k + \mathbf{F}_{I_i}^k + \mathbf{F}_{W_i}^k - \mathbf{f}_{K_i}^k - \mathbf{f}_{G_i}^k \quad (27)$$

质量阵 \mathbf{M} 、阻尼阵 \mathbf{C} 和刚度阵 \mathbf{K} 分别表示为

$$\mathbf{M} = \frac{\partial \Psi}{\partial \ddot{\mathbf{q}}} = \frac{\partial \mathbf{f}_K}{\partial \ddot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial \mathbf{F}_A}{\partial \ddot{\mathbf{q}}} = \mathbf{M}_K + \mathbf{M}_A \quad (28)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \frac{\partial \mathbf{f}_K}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{M}}_K + \mathbf{C}_K - \mathbf{C}_K^T \quad (29)$$

$$\mathbf{K} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{f}_K}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}_G}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{K}_K + \mathbf{K}_G \quad (30)$$

式中 \mathbf{M}_K , \mathbf{M}_A , $\dot{\mathbf{M}}_K$, \mathbf{C}_K , \mathbf{K}_K 与 \mathbf{K}_G 分别为 \mathbf{M}_K^e , \mathbf{M}_A^e , $\dot{\mathbf{M}}_K^e$, \mathbf{C}_K^e , \mathbf{K}_K^e 与 \mathbf{K}_G^e 组装后的矩阵, \mathbf{M}_A^e 与 \mathbf{K}_G^e 的表达式在式(21)和式(15)中已经给出, \mathbf{M}_K^e , $\dot{\mathbf{M}}_K^e$, \mathbf{C}_K^e 与 \mathbf{K}_K^e 参见文献[9]。

应用 HHT 法,将增量平衡方程改写为

$$\bar{\mathbf{K}}_i^k \Delta \mathbf{q}_i^k = \bar{\mathbf{F}}_i^k \quad (31)$$

式中 迭代刚度矩阵 $\bar{\mathbf{K}}_i^k$ 和残余力矢量 $\bar{\mathbf{F}}_i^k$ 可以表示为

$$\bar{\mathbf{K}}_i^k = (1 + \alpha) \mathbf{K}_i^k + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C}_i^k + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \mathbf{M}_i^k \quad (32)$$

$$\bar{\mathbf{F}}_i^k = (1 + \alpha)(\mathbf{F}_{Ai}^k + \mathbf{F}_{Di}^k + \mathbf{F}_{Li}^k + \mathbf{F}_{Wi}^k - \mathbf{f}_{Gi}^k) + \alpha(\mathbf{f}_{Gi}^{k-1} - \mathbf{F}_{Di}^{k-1} - \mathbf{F}_{Li}^{k-1} - \mathbf{F}_{Wi}^{k-1} - \mathbf{F}_{Ai}^{k-1}) - \mathbf{f}_{Ki}^k \quad (33)$$

式中 α, β 和 γ 为 HHT 参数^[18], 为

$$-\frac{1}{3} \leq \alpha \leq 0, \beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4}, \gamma = \frac{1-2\alpha}{2} \quad (34)$$

迭代求解式(31), 达到收敛条件后, 即可求得结构在第 i 个时间步的位移增量 $\Delta \mathbf{q}_i$

4 数值算例

图3为一个悬链线形柔性立管的静平衡初始构型, 假定其边界条件为两端简支, 计算参数列入表1。

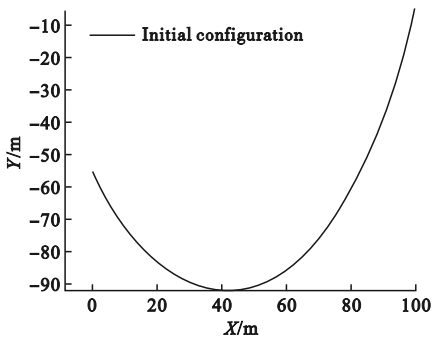


图3 悬挂柔性立管初始构型

Fig. 3 Initial configuration of hanging flexible riser

表1 计算参数^[15]

Tab. 1 Calculation parameters

参数	参数值	参数	参数值
长度/m	170	顶部悬挂点坐标/(m,m)	(100, -5)
外径/m	0.396	底部悬挂点坐标/(m,m)	(0, -55)
线密度/kg · m ⁻¹	165	海水密度/kg · m ⁻³	1000
抗拉刚度/MN	500	法向拖曳力系数	1
抗弯刚度/kNm ²	120.8	法向惯性力系数	1

4.1 规则波浪载荷

对于沿 X 方向传播的平面线性波浪, 经过深水近似后的复速度势 ϕ 可表示为

$$\phi = \frac{1}{k} ia\omega e^{k(y-ix)} e^{i\omega t} \quad (35)$$

式中 a 和 ω 分别为波浪的幅值和圆频率, 波数 $k = \omega^2/g$, y 是从静止水位向上测量的垂直距离, 即水面之上为正, 水面之下为负。则任意位置 (x, y) 的水平与垂直波浪速度 u 和 v 分别表示为

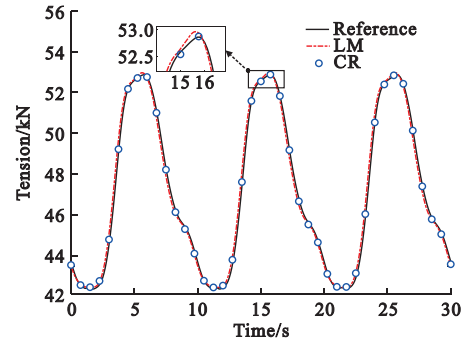
$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = a\omega e^{k(y-ix)} e^{i\omega t} \quad (36)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = ia\omega e^{k(y-ix)} e^{i\omega t}$$

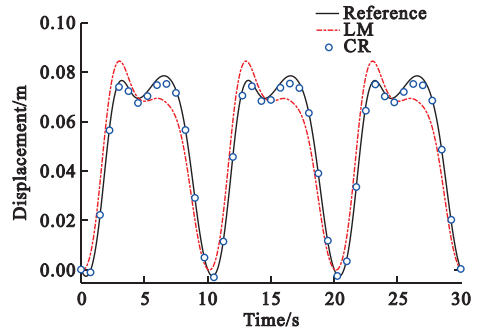
波浪加速度 \ddot{u} 和 \ddot{v} 分别表示为

$$\ddot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = i\omega u, \ddot{v} = \frac{\partial v}{\partial t} = i\omega v \quad (37)$$

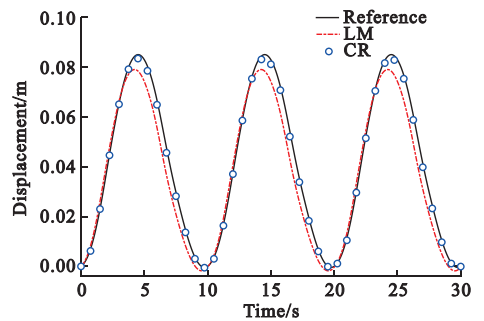
考虑波高 $H=10$ m, 波浪周期 $T=10$ s 的规则波浪载荷, 计算悬挂柔性立管的顶部张力和平衡构型最低处(节点 24)的位移。以单元数目为 68, 时间步为 0.01 s 的商业软件计算结果作为参考解; 此外, 分别采用海洋工程中计算细长结构常用的集中质量法 LM(lumped mass method)和本文的 CR 方法进行计算, 结果如图 4 所示。



(a) 顶部张力



(b) 节点24的水平位移



(c) 节点24的垂直位移

图4 规则波浪载荷作用下的响应时程曲线

Fig. 4 Response time history under regular wave loads

从图4可以看出, 在规则波浪载荷作用下, 顶部张力随着位移的增加而增大。在顶部张力的局部放大图中可以看出, CR 结果与参考解吻合较好, LM 结果的峰值略高。这是 LM 的位移计算不准确造成的, 特别是在水平位移峰值附近存在高频振动, LM 的误差较大。CR 结果较为精准, 说明 CR 可以精确计算柔性立管的位移响应与顶部张力。

4.2 随机波浪载荷

真实海浪是具有随机性的,可将其近似视为由大量振幅和方向不同的线性波叠加而成,采用 JONSWAP 谱描述随机波浪的能量分布^[19]

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} e^{-\frac{5}{4}(\frac{\omega}{\omega_m})^4} \gamma^b \quad (38)$$

$$b = e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\frac{\omega}{\omega_m}-1)^2} \quad \left(\sigma = \begin{cases} 0.07, \omega \leq \omega_m \\ 0.09, \omega > \omega_m \end{cases} \right) \quad (39)$$

当确定有效波高 H_s 和平均过零周期 T_z 后,可以根据文献[15]的方法计算能量尺度参量 α 、谱峰升高因子 γ 与谱峰频率 ω_m 等参数,本文采用的波浪谱如图 5 所示。

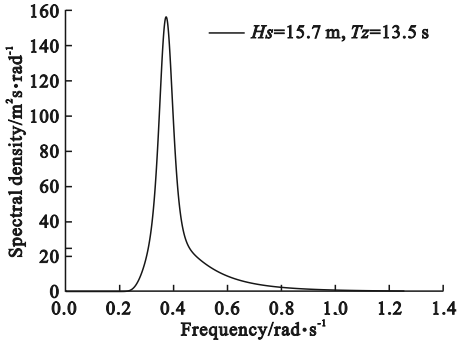


图 5 JONSWAP 波浪谱
Fig. 5 JONSWAP spectrum

根据波浪谱的能量分布划分为频率不同的 N 阶波浪,由三角级数叠加法生成时域样本,将随机波浪的波面 η 表示为

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos(k_n x - \omega_n t + \xi_n) \quad (40)$$

式中 k_n 与 ω_n 分别为第 n 阶波浪的波数与圆频率; ξ_n 为 $[0, 2\pi]$ 内均匀分布的随机相位; $a_n = \sqrt{2S_{\eta\eta}(\omega)\Delta\omega}$ 为第 n 阶波浪的波幅。

为了便于计算,引入随机复振幅 $A_n = a_n e^{i\xi_n}$, 并定义波浪的复速度函数 Ψ 与复加速度函数 $\dot{\Psi}$ 分别为

$$\Psi(x, y, t) = \sum_{n=1}^N A_n \omega_n e^{k_n(y-ix)} e^{i\omega_n t} \quad (41)$$

$$\dot{\Psi}(x, y, t) = \sum_{n=1}^N iA_n \omega_n^2 e^{k_n(y-ix)} e^{i\omega_n t} \quad (42)$$

当确定某点的空间位置 (x, y) 后,即可求得该点波浪的运动,水平与垂直波浪速度 u 和 v 分别表示为 $u(t) = \text{Re}[\Psi(t)]$, $v(t) = -\text{Im}[\Psi(t)]$ (43) 波浪加速度 \dot{u} 和 \dot{v} 分别表示为

$$\dot{u}(t) = \text{Re}[\dot{\Psi}(t)], \dot{v}(t) = -\text{Im}[\dot{\Psi}(t)] \quad (44)$$

式中 $\text{Re}[\cdot]$ 与 $\text{Im}[\cdot]$ 分别表示复数实部与虚部。

考虑图 3 的悬挂柔性管缆受随机波浪作用,将图 5 的波浪谱进行截断,圆频率范围为 $0.2 \text{ rad/s} \sim 1.2 \text{ rad/s}$,步长为 0.0025 rad/s ,时域模拟时间为 135 s ,计算柔性立管的顶部张力和节点 24 的位移。4.1 节已经验证了 CR 方法的正确性与精度,本节仅对比 CR 与 LM 方法的计算结果,为了确保两种方法的波浪环境相同,选取相同的随机相位 ξ_n ,图 6 为 $x=0$ 处的随机波面时程 η 。

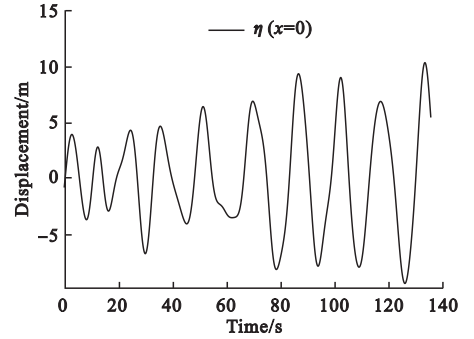


图 6 随机波面时程
Fig. 6 Random wave surface time history

由于湿重力 F_W 较大,采用线性分步加载以保证时域分析的数值稳定性,柔性立管的顶部张力时程和节点 24 的位移时程如图 7 所示。线性分步的加载方式使得顶部张力也逐步增加,图 7(a) 只显示了 20 s 之后的稳态响应时程。

从图 7 可以看出,在相同的波浪环境作用下,CR 与 LM 两种方法得到的计算结果整体趋势相同,但在波峰波谷处的差异比较明显。在随机波浪的作用下,CR 可以更精准地计算往复运动的最大位移,对柔性立管的极限构型有着更准确的度量。

为进一步分析随机波浪载荷作用下柔性立管的动力响应特征,采用 CR 与 LM 两种方法计算了 2000 个平均过零周期的响应统计量,列入表 2。

从表 2 可以看出,两种方法计算得到的顶部张力和位移存在差异。对于顶部张力的计算结果,CR 的均值较小但标准差较大;对于位移的计算结果,CR 的均值和标准差均大于 LM。

构型的变化会改变柔性立管的顶部张力和各点的曲率与弯矩,直接影响危险点的疲劳损伤。综合图 7 和表 2 可以发现,CR 计算的顶部张力与位移更大,平均构型更加偏离静平衡位置。相比于 CR,LM 的计算结果比较保守,没有捕获柔性立管的极限构型。因此,基于本文提出的方法进行海洋柔性管缆的非线性动力学分析可以为结构后续的疲劳分析提供更可靠的动力响应。

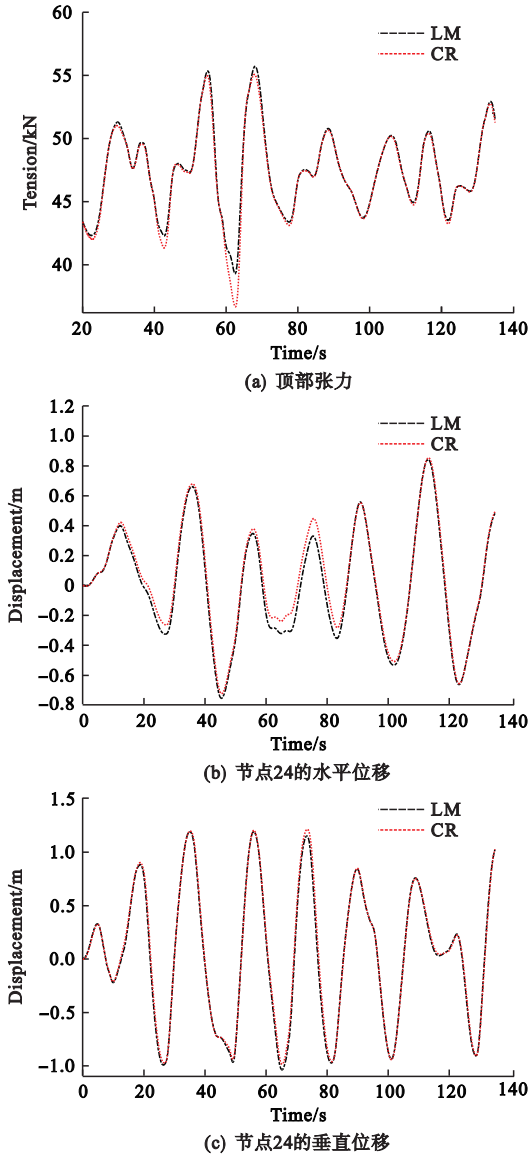


图7 随机波浪载荷作用下的响应时程曲线

Fig. 7 Response time history under random wave loads

表2 柔性立管在随机波浪作用的响应统计量
Tab. 2 Response statistics of flexible riser under random wave

	均值		标准差	
	LM	CR	LM	CR
顶部张力/kN	48.058	47.338	7.0273	7.2595
节点 24 的水平位移/m	0.0233	0.1489	0.4325	0.4481
节点 24 的竖直位移/m	0.1210	0.2053	0.8955	0.9108

5 结论

本文根据非线性梁单元和 Morison 方程,基于 2D 一致共旋框架建立了一种海洋柔性管缆非线性动力学分析方法。通过数值算例,验证了本文提出方法的正确性,并得出以下结论:(1)本文提出的

CR 方法对于具有大位移、大旋转、小应变特征的海洋柔性管缆非线性动力学分析具有较高的计算精度,可以为开发自主海洋工程分析设计软件提供基础算法;(2)相比于海洋工程中计算细长结构常用的 LM 方法,本文的 CR 方法更能体现柔性管缆的极限构型与危险点,可以为结构后续的疲劳分析提供更可靠的动力响应;(3)商业软件中通常使用数量较多的杆单元建立海洋柔性管缆的有限元模型,本文仅需较少的非线性梁单元即可达到相同的精度。但本文算例只对比了相同单元的计算精度,没有从单元数量上量化本文方法的计算效率,应该在后续的工作中进行进一步的验证。

参考文献(References):

- [1] 佟莹,夏健.深海采矿柔性立管系统非线性有限元模拟[J].计算力学学报,2022,39(1):129-134. (TONG Ying, XIA Jian. Nonlinear finite element simulation of flexible riser system in deep sea mining[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, 39(1):129-134. (in Chinese))
- [2] 吕康玄,张文远,贺炳楠,等.随机风-浪一体化降维建模及风机结构可靠度研究[J].计算力学学报,2023,40(6):879-884. (LÜ Kang-xuan, ZHANG Wen-yuan, HE Bing-nan, et al. Research on integrated dimension-reduction modeling of stochastic wind-wave and reliability of offshore wind turbines[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, 40(6):879-884. (in Chinese))
- [3] 汤明刚,张正伟,吴波,等.深海采矿系统软管应用现状与技术挑战[J].海洋工程装备与技术,2019,6(6):765-770. (TANG Ming-gang, ZHANG Zheng-wei, WU Bo, et al. Application and technical challenge of flexible pipe in deep-sea mining[J]. *Ocean Engineering Equipment and Technology*, 2019, 6(6):765-770. (in Chinese))
- [4] 温斌荣,田新亮,李占伟,等.大型漂浮式风电装备耦合动力学研究:历史、进展与挑战[J].力学进展,2022,52(4):731-808. (WEN Bin-rong, TIAN Xin-liang, LI Zhan-wei, et al. Coupling dynamics of floating wind turbines: History, progress and challenges[J]. *Advances in Mechanics*, 2022, 52(4):731-808. (in Chinese))
- [5] 阎军,胡海涛,苏琦,等.海洋电缆中关键力学问题的研究进展与展望[J].力学学报,2022,54(4):846-861. (YAN Jun, HU Hai-tao, SU Qi, et al. Prospect and progression of key mechanical problems in marine cables[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(4):846-861. (in Chinese))
- [6] 高云,王小梅,熊友明,等.考虑海底接触的钢悬链式

- 立管触地点动力响应以及疲劳损伤分析[J]. 计算力学学报, 2017, **34**(6): 704-711. (GAO Yun, WANG Xiao-mei, XIONG You-ming, et al. Dynamic response and fatigue damage analysis of a steel catenary riser at the touchdown point considering seabed contact[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(6): 704-711. (in Chinese))
- [7] 朱磊. 基于共旋坐标法的桁架臂参数化建模方法研究[D]. 大连理工大学, 2020. (ZHU Lei, Research on Parametric Modeling Method of Truss Arm Based on Co-rotation Coordinate Method[D]. Dalian University of Technology, 2020. (in Chinese))
- [8] 邓澜峰. 变长共旋梁单元在柔性梁几何非线性动力分析中的应用[D]. 大连理工大学, 2021. (DENG Lan-feng. Application of Variable Length Co-rotating Beam Element in Geometrically Nonlinear Dynamic Analysis of Flexible Beams[D]. Dalian University of Technology, 2021. (in Chinese))
- [9] Le T N, Battini J M, Hjjaj M. Efficient formulation for dynamics of corotational 2D beams[J]. *Computational Mechanics*, 2011, **48**(2): 153-161.
- [10] Meléndez Vásquez J A, Julca Avila J P. A parametric analysis of the influence of the internal slug flow on the dynamic response of flexible marine risers[J]. *Ocean Engineering*, 2019, **174**: 169-185.
- [11] Meléndez Vásquez J A, Julca Avila J P. Three-dimensional dynamic behaviour of flexible catenary risers with an internal slug flow[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2021, **107**: 103409.
- [12] Deng L F, Zhang Y H. A consistent corotational formulation for the nonlinear dynamic analysis of sliding beams[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, **476**: 115298.
- [13] Sarpkaya T, Isaacson M, Wehausen J V. Mechanics of wave forces on offshore structures[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1982, **49**(2): 466.
- [14] Morison J R, Johnson J W, Schaaf S A. The force exerted by surface waves on piles[J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1950, **2**(5): 149-154.
- [15] Low Y M, Langley R S. Time and frequency domain coupled analysis of deepwater floating production systems[J]. *Applied Ocean Research*, 2006, **28**(6): 371-385.
- [16] Low Y M. Efficient Methods for the Dynamic Analysis of Deepwater Offshore Production Systems[D]. University of Cambridge, 2007.
- [17] de Borst R, Crisfield M A, Remmers J J C, et al. *Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures*[M]. Meccanica, 1997.
- [18] Hilber H M, Hughes T J R, Taylor R L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1977, **5**(3): 283-292.
- [19] Isherwood R M. Technical note: A revised parameterisation of the Jonswap spectrum[J]. *Applied Ocean Research*, 1987, **9**(1): 47-50.

Dynamic analysis of marine flexible pipes and cables based on co-rotational method

SUN Xiao-xu¹, KE Wang¹, ZHAO Yan^{*1,2}

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis, Optimization and CAE Software for Industrial Equipment, Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Ningbo Research Institute of Dalian University of Technology, Ningbo 315016, China)

Abstract: The motion of flexible structures in the ocean often increases with the increase of mining depth and offshore distance, and this significant reciprocating motion makes vulnerable points of a structure prone to fatigue damage, greatly increasing the risk of failure. This paper considers the geometric nonlinearity of large displacement, large rotation, and small strain of marine flexible pipes and cables, and conducts structural dynamics analysis based on the corotational method. Firstly, the basic equation of motion for flexible pipes and cables is established based on the corotational method. Secondly is based on the Morison's equation, the hydrodynamic effect is calculated to obtain the equation of motion for marine flexible pipes and cables, and the Newton Raphson method combined with the HHT method is applied to solve it. Finally, in numerical examples, the comparison between the proposed method and commercial software analysis shows that the proposed method can effectively be used for nonlinear dynamic analysis of marine flexible pipes and cables.

Key words: marine flexible pipes and cables; nonlinear dynamic analysis; corotational method; Morison's equation; random wave loads