

# 三维裂纹扩展的自适应虚拟节点法

冯泽洋, 段庆林\*, 陈嵩涛

(大连理工大学 工业装备结构分析优化与 CAE 软件全国重点实验室, 大连 116024)

**摘要:** 在有限元方法的框架下针对三维裂纹扩展问题发展了自适应虚拟节点法。该方法采用无需裂尖加强函数(和相应的额外自由度)的虚拟节点技术描述裂纹处的间断, 并采用单元局部水平集方法对三维裂纹面进行几何描述和追踪。为加速计算, 提出了随裂纹面扩展的自适应网格加密方法。局部细化网格产生的悬空节点由简便的约束近似技术处理, 无需引入额外自由度或特殊单元。发展的自适应虚拟节点法便于数值实现, 具有与标准有限元方法相当的鲁棒性。数值结果表明, 该方法可有效模拟三维裂纹扩展过程, 且能方便地应用于复杂工程结构的多裂纹扩展问题。

**关键词:** 裂纹扩展; 自适应网格加密; 虚拟节点法; 扩展有限元法; 三维裂纹

中图分类号: O302

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)06-1110-06

## 1 引言

扩展有限元法<sup>[1,2]</sup>(XFEM)是目前模拟裂纹扩展的主要数值方法之一。该方法在标准有限元方法位移模式的基础上, 引入描述裂纹尖端奇异性的加强函数<sup>[1]</sup>和描述裂纹间断的 Heaviside 函数<sup>[2]</sup>, 实现了对裂纹扩展过程的精确模拟。XFEM 的优势在于裂纹几何完全独立于计算网格, 无需网格重构即可对复杂裂纹进行高精度计算。该方法一经提出便引发了广泛关注, 发展至今已成功应用于各类非连续问题, 如疲劳裂纹<sup>[3]</sup>、复合材料断裂<sup>[4]</sup>、流固耦合<sup>[5]</sup>和内部缺陷<sup>[6]</sup>等。

然而, XFEM 也存在弊端。加强函数的引入可有效提高裂纹问题的计算精度, 但会导致复杂的近似函数以及混合单元的产生, 从而增加数值实现的难度<sup>[7,8]</sup>。此外, 引入加强函数时需添加相应的额外自由度, 这会导致计算规模的增加。更为严重的是, 加强函数的引入会造成线性相关问题, 即使 XFEM 仅需局部进行插值加强, 仍会导致总体刚度矩阵条件数激增甚至严重病态<sup>[9]</sup>。在迭代求解准静态问题时, 线性方程组收敛缓慢甚至无法收敛, 这严重限制了 XFEM 在大规模工程问题中的

应用<sup>[10]</sup>。

由于上述缺陷, Song 等<sup>[11]</sup>提出了适用于模拟复杂工程裂纹的虚拟节点法。该方法舍弃了 XFEM 中裂纹尖端的加强函数及额外自由度, 并使用两个含有虚拟节点的重叠单元来描述裂纹间断。对已有的标准有限元程序稍做修改即可实现虚拟节点法, 不仅保留了有限元方法的鲁棒性, 同时可独立于计算网格对裂纹进行描述。基于这一优势, 该方法广泛应用于各种工程问题的分析。Xin 等<sup>[12]</sup>使用虚拟节点法对金属结构的裂纹萌生进行了预测, 并根据数值结果对疲劳寿命进行评估。Wang 等<sup>[13]</sup>将该方法应用于复合材料层合板损伤失效过程的建模与研究。Yang 等<sup>[14]</sup>采用虚拟节点法对热循环载荷下的芯片边角处的裂纹进行模拟研究, 成功捕捉裂纹尖端的应力集中现象。Mororó 等<sup>[15]</sup>将该方法用于描述损伤演化过程中的内聚力与位移间断并取得了优异的成果。

由于虚拟节点法舍弃了描述裂尖奇异性的加强函数, 因此需要较密的网格以保证计算精度, 对于三维裂纹问题会导致过大的计算规模和计算量。为此, 本文将自适应网格加密技术引入进来, 发展三维裂纹扩展问题的自适应虚拟节点法。该方法

收稿日期: 2023-07-08; 修改稿收到日期: 2024-09-11。

基金项目: 科学挑战专题(TZ2018002); 国家自然科学基金面上项目(12372194)资助。

作者简介: 段庆林\*(1979-), 男, 博士, 副教授(E-mail: qinglin.duan@dlut.edu.cn)。

引用本文: 冯泽洋, 段庆林, 陈嵩涛. 三维裂纹扩展的自适应虚拟节点法[J]. 计算力学学报, 2024, 41(6): 1110-1115.

FENG Ze-yang, DUAN Qing-lin, CHEN Song-tao. Adaptive phantom node method for three-dimensional crack propagation[J].

Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(6): 1110-1115.

仅在裂纹面周边加密网格,因而可有效降低计算规模和节省计算量。对于网格局部加密产生的悬空节点,采用约束近似技术<sup>[16,17]</sup>处理,无需引入特殊单元。三维裂纹面的几何描述和追踪采用 Duan 等<sup>[18]</sup>提出的单元局部水平集方法。这些都将在后文中作简要阐述,并采用数值算例对本文提出的三维裂纹模拟方法进行验证。

## 2 控制方程及离散化

考虑如图 1 所示的含裂纹三维弹性体,其静力平衡方程及边界条件可写为

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{b} = \mathbf{0} \quad \text{in } \Omega / \Gamma_c \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{on } \Gamma_t$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma_c$$

式中  $\boldsymbol{\sigma}$  和  $\boldsymbol{b}$  分别为 Cauchy 应力和体力,  $\mathbf{n}$  为边界单位外法线,  $\bar{\mathbf{u}}$  和  $\bar{\mathbf{t}}$  分别为边界  $\Gamma_u$  和  $\Gamma_t$  上的固定位移和牵引力,  $\Gamma_c$  表示裂纹面。式(1,2)的离散化方程可写为

$$\mathbf{Ku} = \mathbf{P} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{u}$  为节点位移,  $\mathbf{K}$  为刚度阵,  $\mathbf{P}$  为节点外力载荷向量。 $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{P}$  分别表示为

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \quad (4)$$

$$\mathbf{P} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t \quad (5)$$

式中  $\mathbf{N}$  为有限元形函数,  $\mathbf{D}$  为弹性矩阵,  $\mathbf{B}$  为应变矩阵。

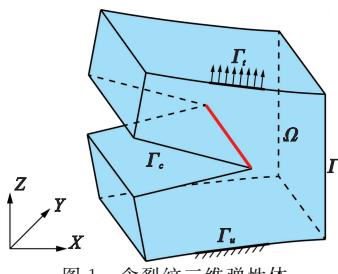


Fig. 1 Three-dimensional elastic body with a crack

## 3 虚拟节点法

虚拟节点法将单元分为完整单元和完全断裂单元,并使用两个含有虚拟节点的重叠单元来代替完全断裂单元<sup>[11]</sup>。因此不连续的位移可近似表示为

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{I \in S_1} \mathbf{u}_I^1 \mathbf{N}_I(\mathbf{x}) H(-f(\mathbf{x})) + \sum_{I \in S_2} \mathbf{u}_I^2 \mathbf{N}_I(\mathbf{x}) H(f(\mathbf{x})) \quad (6)$$

式中  $S_1$  和  $S_2$  为图 2 所示的两个由真实节点和虚拟节点组成的重叠单元,  $\mathbf{N}_I$  为节点有限元形函数矩阵。 $H(x)$  为 Heaviside 函数,  $\mathbf{u}_I^1$  和  $\mathbf{u}_I^2$  分别为重叠单元  $S_1$  和  $S_2$  的节点值, 可表示为

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_I^1 = \begin{cases} \mathbf{u}_I & (f(\mathbf{x}_I) < 0) \\ \mathbf{u}_I - \mathbf{q}_I & (f(\mathbf{x}_I) \geq 0) \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{u}_I^2 = \begin{cases} \mathbf{u}_I + \mathbf{q}_I & (f(\mathbf{x}_I) < 0) \\ \mathbf{u}_I & (f(\mathbf{x}_I) \geq 0) \end{cases}$$

断裂单元上的数值积分可转化为有效体积的比值,即式(4,5)可表示为

$$\mathbf{K}_{S_1/S_2} = \frac{V_{1/2}}{V_0} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{S_1} = \frac{V_1}{V_0} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} H(-f(\mathbf{x})) \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_{S_2} = \frac{V_2}{V_0} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} H(f(\mathbf{x})) \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_t$$

式中  $V_1$  和  $V_2$  分别为单元  $S_1$  和  $S_2$  的有效体积(图 2 中的蓝色区域),  $V_0$  为原始单元的体积且  $V_0 = V_1 + V_2$ 。由式(9,10)可以看出,虚拟节点法可在标准有限元程序的基础上轻松实现。

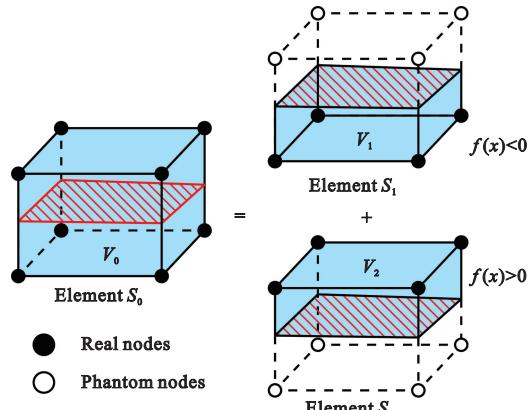


图 2 断裂单元的分解及节点分布(蓝色区域为有效体积)  
Fig. 2 Decomposition of a cracked element and the distribution of nodes(the blue parts are the active volumes)

## 4 裂纹面的几何描述和追踪

Duan 等<sup>[18]</sup>提出的单元局部水平集方法在最小二乘意义下,尽可能地同时满足三维裂纹面的连续性与垂直性(即断裂准则得到的法向量垂直于裂纹面)。该方法在单元  $e$  中定义单元局部水平集函数  $f^e(\mathbf{x})$ ,且  $f^e(\mathbf{x})=0$  定义了该单元内的裂纹面。采用节点形函数  $N_I$  可将其改写为

$$\sum_{I \in e} N_I(\mathbf{x}) f_I^e = 0 \quad (11)$$

式中  $f_I^e$  为单元局部水平集函数  $f^e(\mathbf{x})$  的节点值。该裂纹面的法向量可表示为

$$\mathbf{n}^e(f_I^e) = \frac{\partial f^e(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{I \in e} \frac{\partial N_I(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} f_I^e \quad (12)$$

在此基础上定义函数  $J(f_I^e)$  并对其进行极小化, 即可获得  $f_I^e$ , 该函数定义为

$$J(f_I^e) = \int_{\Omega^e} \| \mathbf{N}^e - \mathbf{n}^e(f_I^e) \|^2 d\Omega^e + \sum_{I \in S^e} \int_{\Omega^e} w_I \left( \frac{f_I^e - \bar{f}_I}{h_e} \right)^2 d\Omega^e \quad (13)$$

式中  $\mathbf{N}^e$  为断裂准则求得的裂纹面法向量,  $S^e$  为单元  $e$  中与相邻断裂单元共享的节点的集合,  $h_e$  为该单元的最小棱长,  $w_I$  为控制裂纹面在节点  $I$  处间断量的人为参数,  $\bar{f}_I$  为节点  $I$  的平均单元局部水平集值, 即

$$\bar{f}_I = \frac{1}{n_I} \sum_{k=1}^{n_I} f_I^k \quad (14)$$

式中  $n_I$  为与单元  $e$  共享节点  $I$  的断裂单元个数。将式(12)代入式(13), 极小化后可得到

$$(\mathbf{K} + \mathbf{W}) \mathbf{f}^e = \mathbf{p} + \bar{\mathbf{p}} \quad (15)$$

其中

$$K_{IJ} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_I(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial N_J(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} d\Omega^e \quad (16)$$

$$\mathbf{W} = \text{diag}\{W_1, W_2, W_3, W_4\}$$

$$W_I = \begin{cases} \int_{\Omega^e} \frac{w_I}{h_e^2} d\Omega^e & (I \in S^e) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (17)$$

$$\mathbf{f}^e = \{f_1^e, f_2^e, f_3^e, f_4^e\} \quad (18)$$

$$p_I = \int_{\Omega^e} \frac{\partial N_I(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{N}^e d\Omega^e \quad (19)$$

$$\bar{p}_I = \begin{cases} \int_{\Omega^e} \frac{w_I \bar{f}_I}{h_e^2} d\Omega^e & (I \in S^e) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (20)$$

## 5 网格自适应加密

将单元的加密次数称为单元等级, 初始单元的等级为 0, 图 3 给出了加密过程及单元等级。单元等级  $i$  对应的加密半径定义为

$$R_i = \frac{h}{2^{L_{\max}}} \times (m + 2^{L_{\max} - i + 1} - 2) \quad (21)$$

式中  $h$  为初始单元的平均特征尺寸,  $L_{\max}$  为最大单元等级, 人工参数  $m$  为等级为  $L_{\max}$  的单元层数。

本文采用约束近似法来处理相邻单元的等级不同时产生的悬空节点。该方法理论简单且易于实现, 仅需将悬空节点的自由度与节点形函数平均

分配给其关联的真实节点即可。

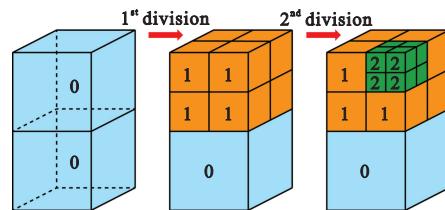


图 3 网格加密过程及单元等级  
Fig. 3 Mesh refinement process and element levels

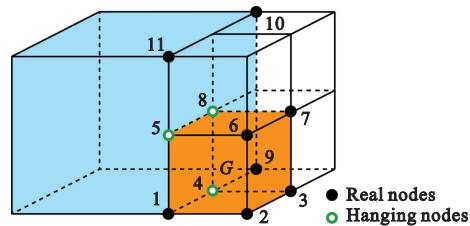


图 4 局部网格及节点分布  
Fig. 4 Local mesh and distribution of nodes

考虑如图 4 所示的局部网格及节点分布。单元  $G$  包含悬空节点 4, 5 和 8, 其位移可由关联真实节点线性插值得到, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_4 &= \frac{1}{2}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_9) \mathbf{u}_5 = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_{11}) \\ \mathbf{u}_8 &= \frac{1}{4}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_9 + \mathbf{u}_{10} + \mathbf{u}_{11}) \end{aligned} \quad (22)$$

单元  $G$  的位移场可表示为

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = \sum_{I \in S} \bar{\mathbf{N}}_I \mathbf{u}_I \quad (S = \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 11\}) \quad (23)$$

式中  $\bar{\mathbf{N}}_I$  为该单元的新有限元形函数且可表示为

$$\bar{\mathbf{N}}_I = \mathbf{N}_I \quad (I = 2, 3, 6, 7)$$

$$\bar{\mathbf{N}}_1 = \mathbf{N}_1 + \frac{1}{2}(\mathbf{N}_4 + \mathbf{N}_5) + \frac{1}{4}\mathbf{N}_8, \bar{\mathbf{N}}_{10} = \frac{1}{4}\mathbf{N}_8 \quad (24)$$

$$\bar{\mathbf{N}}_9 = \frac{1}{2}\mathbf{N}_4 + \frac{1}{4}\mathbf{N}_8, \bar{\mathbf{N}}_{11} = \frac{1}{2}\mathbf{N}_5 + \frac{1}{4}\mathbf{N}_8$$

相应地, 在组装刚度阵及节点载荷向量的过程中, 悬空节点的对应项也分配给关联的真实节点, 保留了标准有限元方法的插值和数值积分。因此, 本文提出方法具有和标准有限元方法相当的鲁棒性, 这对于处理复杂工程裂纹十分重要的。

## 6 数值算例

采用三个算例考察本文发展的自适应虚拟节点法的准确性、计算效率以及处理复杂工程结构裂纹的能力。

### 6.1 单边裂纹板

该算例的几何尺寸与边界条件如图 5 所示, 位移加载  $\bar{u}$  的增量为  $\Delta \bar{u} = 1 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 。材料属性为

杨氏模量  $E = 10 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.3$ 。分别采用自适应网格加密和局部网格预加密方法来计算。图 6 给出了局部预加密与最终的自适应网格。两种方法的对比列入表 1。相较于局部预加密网格,本文方法在计算效率上的优势显著。对于无法预测裂纹萌生和扩展路径,从而不能局部预加密网格的复杂实际工程结构,自适应虚拟节点法将会展现更为明显的优势。

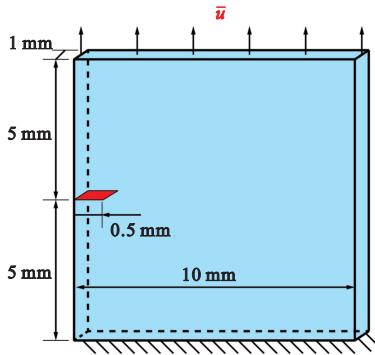


图 5 单边裂纹板  
Fig. 5 Single-cracked plate

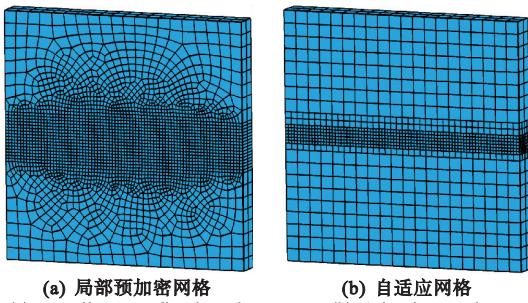


图 6 单边裂纹板算例  
Fig. 6 Single-cracked plate example

表 1 自适应网格与局部预加密网格的数值性能对比

Tab. 1 Comparison of the numerical performance of the adaptive mesh against locally pre-refined mesh

	节点数	单元数	计算时间/s
局部预加密网格	8307	5432	25400.74
自适应网格	6789	5000	5604.38

## 6.2 L型板

图 7(a)给出了 L 型板的几何构型及边界条件,初始网格如图 7(b)所示。右端位移加载的增量为  $\Delta u = 5 \times 10^{-3} \text{ mm}$ , 杨氏模量  $E = 25.85 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.18$ 。图 8 给出了网格随裂纹扩展的变化过程以及最终的裂纹路径。裂纹路径和载荷-位移曲线与实验结果的对比如图 9 所示。

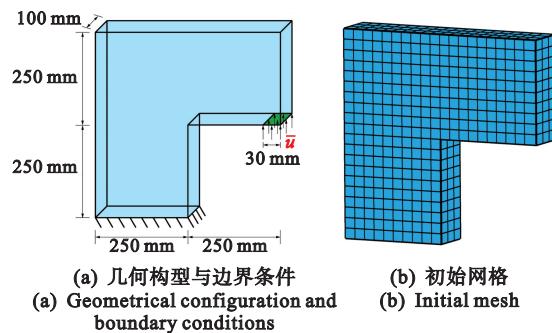


图 7 L型板算例  
Fig. 7 L-shaped panel example

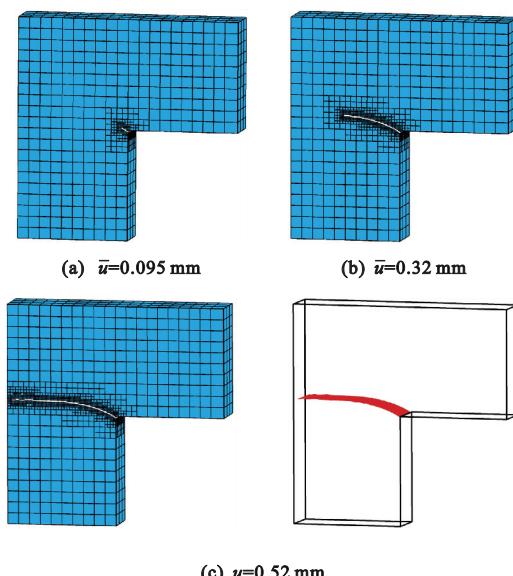


图 8 不同载荷 u-bar 作用下的网格及裂纹路径  
Fig. 8 Meshes and crack path at different load u-bar

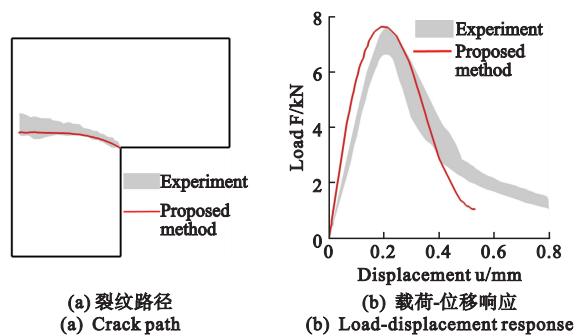


图 9 数值结果与实验研究<sup>[19]</sup>的对比  
Fig. 9 Comparison of the numerical results with the experimental study<sup>[19]</sup>

## 6.3 涡轮盘

该算例采用涡轮盘模型考察本文方法处理复杂工程问题的表现。由于对称性,仅取涡轮盘的一半进行分析,如图 10(a)所示。简单起见,仅保留离心力作为载荷,并在  $Z=0$  平面施加对称边界条件。材料参数为杨氏模量  $E = 210 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.3$ 。

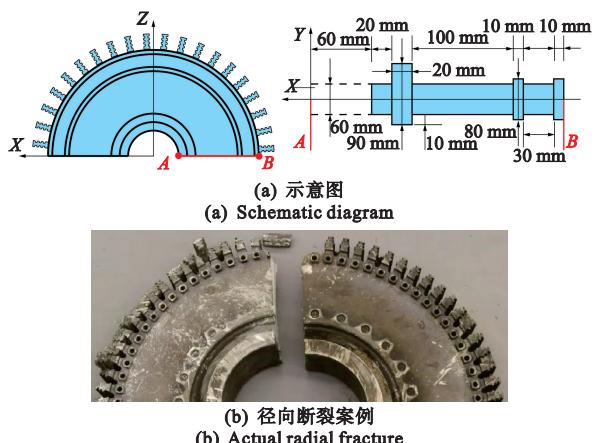


图 10 涡轮盘算例(图片源自网络<sup>[20]</sup>)  
Fig. 10 Turbine disk example(the picture originates from the internet<sup>[20]</sup>)

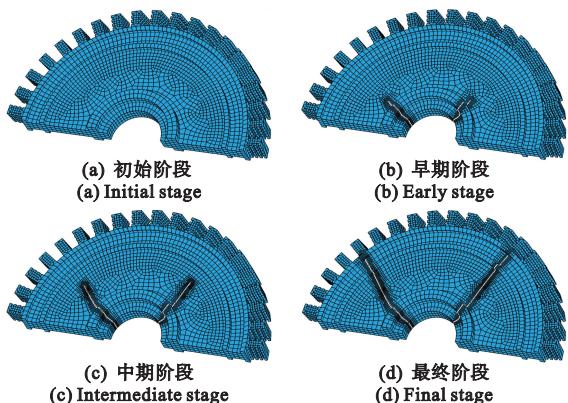


图 11 涡轮盘裂纹路径及计算网格  
Fig. 11 Computational mesh and crack paths of the turbine disk

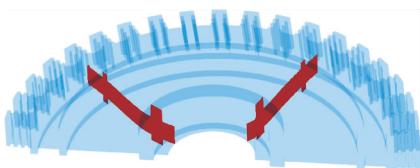


图 12 涡轮盘的裂纹面  
Fig. 12 Crack surfaces of the turbine disk

涡轮盘裂纹沿径向扩展及网格细化的过程如图 11 所示,这与图 10(b)中实际的径向断裂情况相符。图 12 展示了本文方法得到的裂纹面,在一定程度上验证了发展的方法处理复杂工程结构断裂问题的能力。

## 7 结 论

本文建立了三维裂纹扩展模拟的自适应虚拟节点法。数值结果表明,本文方法不仅可以获得准确的三维裂纹面、裂纹路径和载荷-位移响应,而且展现出优于标准虚拟节点法的计算效率。值得强调的是,本文方法仅采用标准有限元方法的形函数,方法易于实现且鲁棒性强,对于复杂的实际工程结构断裂问题具有良好的潜在应用价值。

## 参考文献(References):

- [1] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **45**(5): 601-620.
- [2] Moës N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **46**(1): 131-150.
- [3] Feulvach E, Lacroix R, Madou K, et al. 3D XFEM investigation of the plasticity effect on fatigue propagation under thermo-mechanical loading[J]. *International Journal of Fracture*, 2021, **230**(1): 33-41.
- [4] 焦念鹏,宋力,陈永艳,等.复合材料风力机叶片表面裂纹扩展的模拟研究[J].可再生能源,2022, **40**(9): 1195-1201. (JIAO Nian-peng, SONG Li, CHEN Yong-yan, et al. Simulation study on surface crack propagation of composite wind turbine blade[J]. *Renewable Energy Resources*, 2022, **40**(9): 1195-1201. (in Chinese))
- [5] 杜旭林,程林松,牛娘昱,等.基于 XFEM-MBEM 的嵌入式离散裂缝模型流固耦合数值模拟方法[J].力学学报,2021, **53**(12): 3413-3424. (DU Xu-lin, CHENG Lin-song, NIU Lang-yu, et al. Numerical simulation for coupling flow and geomechanics in embedded discrete fracture model based on XFEM-MBEM[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, **53**(12): 3413-3424. (in Chinese))
- [6] 江守燕,杜成斌.基于扩展有限元的结构内部缺陷(夹杂)的反演分析模型[J].力学学报,2015, **47**(6): 1037-1045. (JIANG Shou-yan, DU Cheng-bin. Numerical model for identification of internal defect or inclusion based on extended finite element methods [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, **47**(6): 1037-1045. (in Chinese))
- [7] Fries T P. A corrected XFEM approximation without problems in blending elements [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2008, **75**(5): 503-532.
- [8] 田荣,龙飞.改进型 XFE M 进展[J].计算力学学报,2016, **33**(4): 469-477. (TIAN Rong, LONG Fei. Recent progresses on improved XFEM [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2016, **33**(4): 469-477. (in Chinese))
- [9] Tian R, Wen L F. Improved XFEM—An extra-dof free, well-conditioning, and interpolating XFEM[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engi-*

- neering, 2015, **285**:639-658.
- [10] Tian R, Wen L F, Wang L X. Three-dimensional improved XFEM(IXFEM) for static crack problems[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, **343**:339-367.
- [11] Song J H, Areias P M A, Belytschko T. A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, **67**(6):868-893.
- [12] Xin H H, Veljkovic M. Fatigue crack initiation prediction using phantom nodes-based extended finite element method for S355 and S690 steel grades[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, **214**:164-176.
- [13] Wang C, Zhang C. Discussions on extension of traditional cohesive element for delamination modeling of laminates used in combination with phantom node intraply elements[J]. *Composite Structures*, 2021, **261**:113588.
- [14] Yang Y, Toure M K, Souare P m, et al. Study of underfill corner cracks by the confocal-DIC and phantom-nodes methods [J]. *Microelectronics Reliability*, 2022, **128**:114431.
- [15] Mororó L A T, Poot A, Van der Meer F P. Skeleton curve and phantom node method for the Thick Level Set approach to fracture[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2022, **268** :108443.
- [16] Ainsworth M, Senior B. Aspects of an adaptive hp-finite element method; Adaptive strategy, conforming approximation and efficient solvers [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1997, **150**(1-4):65-87.
- [17] Fries T P, Byfut A, Alizada A, et al. Hanging nodes and XFEM[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2011, **86**(4-5):404-430.
- [18] Duan Q L, Song J H, Menouillard T, et al. Element-local level set method for three-dimensional dynamic crack growth[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, **80**(12):1520-1543.
- [19] Winkler B. Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonstrukturen auf der Grundlage eines objektiven Werkstoffgesetzes für Beton [D], Innsbruck University, 2001.
- [20] 搜狐. 机器人+涡流检测,航空发动机高压涡轮盘智能检测解决方案 [EB/OL]. (2017-12-20) [2024-12-09]. [https://www.sohu.com/a/211631104\\_463995](https://www.sohu.com/a/211631104_463995).

## Adaptive phantom node method for three-dimensional crack propagation

FENG Ze-yang, DUAN Qing-lin\*, CHEN Song-tao

(State Key Laboratory of Structural Analysis, Optimization and CAE Software for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** In this paper, an adaptive phantom node method is developed in the framework of the finite element method(FEM), aiming at three-dimensional crack propagation. The proposed method describes the discontinuity at cracks by the technique of phantom nodes, and the crack tip enrichment functions (and the corresponding extra degrees of freedom) are not needed. The geometrical description and tracking of the extending three-dimensional crack surfaces are treated by the element-local level set method. To accelerate the computation, adaptive mesh refinement along with crack surface extension is proposed. The hanging nodes present in the locally refined mesh is treated by the simple technique of constrained approximation, and no extra degrees of freedom or special elements are involved. Numerical implementation of the presented adaptive phantom node method is convenient and its robustness is comparable to the standard FEM. Numerical results show that the proposed method is able to simulate three-dimensional crack propagation and it can be conveniently applied to model multiple cracks propagating in complex engineering structures.

**Key words:** crack propagation; adaptive mesh refinement; phantom node method; extended finite element method; three-dimensional cracks