

DOI: 10.7511/jslx20230629002

近似考虑剪切变形影响时薄壁箱梁畸变效应分析

龙均翊, 张元海*, 周福成

(兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070)

摘要: 为了研究剪切变形对薄壁箱梁畸变效应的影响, 对传统能量变分法分析薄壁箱梁畸变效应时的畸变横向框架应变能计算考虑剪力影响, 利用最小势能原理建立考虑剪切变形影响的畸变控制微分方程, 并以克雷洛夫函数表达均布荷载作用下的初参数解。结合简支箱梁数值算例, 分析剪切变形对畸变翘曲应力和畸变横向弯矩的影响程度, 并通过有限元软件 ANSYS 进行验证。结果表明, 按本文方法计算的畸变翘曲应力比忽略剪切变形时更接近 ANSYS 壳单元数值解; 考虑剪切变形影响后, 畸变翘曲正应力的增大不超过 1.85%, 畸变横向弯矩的增大不超过 2.35%; 薄壁箱梁的高跨比对畸变翘曲应力的影响较为显著。

关键词: 薄壁箱梁; 畸变效应; 能量变分法; 剪切变形; 初参数解

中图分类号: U448.213; O302

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)06-1066-06

1 引言

随着现代桥梁的建设与发展, 薄壁箱梁的应用日益广泛。薄壁箱梁在反对称荷载作用下, 产生刚性扭转变形和截面周边变形两部分变形^[1-2]。截面周边变形(即截面畸变)对大跨径且跨内无横隔板的薄壁箱梁产生的畸变效应影响更为突出。近年来, 国内外许多学者从解析理论^[3-8]、有限元数值模拟分析^[9-13]及模型试验方面^[14-15], 对薄壁箱梁的畸变效应进行了深入研究。李育楷等^[3]通过引入纵向翘曲位移和切向位移分布函数的途径考虑剪切变形的影响, 利用最小势能原理建立畸变角微分方程并求解, 指出考虑剪切变形影响后大大提高了畸变效应的计算精度。王晨光等^[5]针对无悬臂板箱梁, 通过假设畸变翘曲位移和切向位移函数, 根据最小势能原理建立了考虑剪切变形影响的畸变控制微分方程及其相应边界条件, 得出考虑剪切变形影响时畸变翘曲正应力的降低幅度不超过 5%, 且对畸变位移影响很小。REN 等^[6,7]在充分考虑横隔板面内剪切变形的情况下, 采用初参数法对集中偏心荷载作用下布置跨内横隔板的悬臂箱梁和简支箱梁进行了畸变效应分析。LEE 等^[11,12]为了限

制箱梁的畸变变形, 研究了设置跨内横隔板对箱梁截面上畸变翘曲应力的影响。目前也有不少文献为了简化分析, 忽略了剪切变形的影响。尽管在箱梁畸变效应的研究方面已有一些考虑剪切变形的文献, 但大多是从弹性力学的角度进行分析, 很少从结构力学角度分析。

本文基于力法原理, 在计算畸变横向框架应变能时近似考虑剪切变形的影响。利用最小势能原理建立畸变控制微分方程, 并用克雷洛夫函数表达初参数解。在此基础上, 研究剪切变形和几何参数对箱梁畸变翘曲应力和畸变横向弯矩的影响。

2 畸变变形描述

关于 y 轴对称的单室薄壁箱梁横截面畸变如图 1 所示。图 1 中箱梁左右两侧的悬臂板宽度均为 d ; 顶板和底板宽度的一半分别为 b_1 和 b_2 ; 腹板宽度和梁高分别为 b_3 和 h , θ 为腹板的水平倾角。 O 为箱梁截面的形心, x 轴和 y 轴分别为过形心的水平轴和竖直轴。箱梁发生畸变变形时, 点 C 和点 D 分别位移至点 C' 和点 D' , 点 E 和点 F 分别位移至点 E' 和点 F' 。本文将箱梁产生畸变变形时角点 D 处腹板与底板夹角的改变量定义为畸变角 γ_d , γ_d 由底板的变形 γ_{d1} 和腹板的变形 γ_{d2} 两部分组成。

收稿日期: 2023-06-29; 修改稿收到日期: 2023-08-16.

基金项目: 国家自然科学基金(52368020)资助项目.

作者简介: 张元海* (1965-), 男, 教授, 博士(E-mail: zyhl7012@163.com).

引用本文: 龙均翊, 张元海, 周福成. 近似考虑剪切变形影响时薄壁箱梁畸变效应分析[J]. 计算力学学报, 2024, 41(6): 1066-1071.

LONG Jun-yi, ZHANG Yuan-hai, ZHOU Fu-cheng. Analysis on distortion effect of thin-walled box girders approximately considering shear deformation[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(6): 1066-1071.

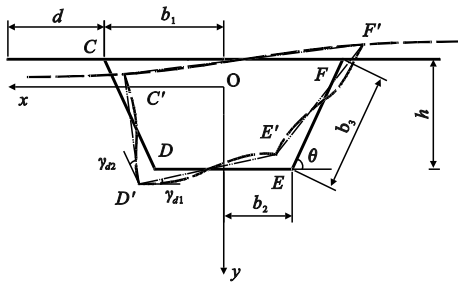


图1 斜腹板薄壁箱梁畸变

Fig. 1 Distortion of thin-walled box girder with inclined web

当偏心竖向分布荷载作用在薄壁箱梁上时,可分解得到作用在角点C和角点F处的竖向反对称分布荷载 p_d 。如图2所示,将 p_d 分解可得箱梁截面顶板、两侧腹板和底板处的畸变分布荷载 p_{d1} 、 p_{d2} 、 p_{d3} 、 p_{d4} 分别为

$$p_{d1} = \frac{2p_d b_2^2}{(b_1 + b_2)h} \quad (1)$$

$$p_{d4} = \frac{2p_d b_1 b_2}{(b_1 + b_2)h} \quad (2)$$

$$p_{d2} = p_{d3} = \frac{p_d b_2 b_3}{(b_1 + b_2)h} \quad (3)$$

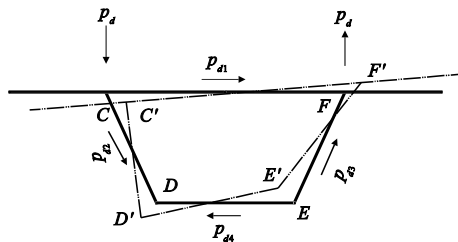


图2 畸变分布荷载及角点位移

Fig. 2 Distortion distribution load and angular point displacement

3 畸变总势能

3.1 畸变横向框架应变能 U_R

薄壁箱梁截面发生畸变时,组成箱梁的各板件会在箱梁横截面内产生垂直于桥轴线方向的横向挠曲,从而产生畸变横向框架应变能。在畸变的作用下,沿梁轴截取的单位长度梁段形成闭合框架,如图3所示。杆CF、杆CD、杆EF和杆DE的厚度分别为 t_{d1} 、 t_{d2} 、 t_{d3} 和 t_{d4} 。

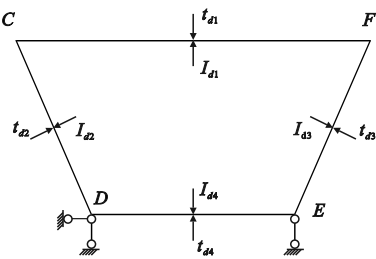


图3 横向框架

Fig. 3 Transverse frame

箱梁截面角点D处产生畸变角 γ_d 时,杆CF

的水平位移为 $\gamma_d b_3 \sin\theta$,因此作用在杆CF上的水平力 $p_{d1}(z)$ 为

$$p_{d1}(z) = \frac{\gamma_d b_3 \sin\theta}{\delta_h} \quad (4)$$

式中 δ_h 为杆CF中点截面处的水平位移。

按传统方法分析时,取左侧半个框架进行计算。水平单位力 $P=1$ 沿杆CF作用时,杆件CF中点截面处的竖向剪力为 $2X$,由力法原理可得 X 表达式为

$$2X = \frac{\frac{2b_2^2 b_3 \sin\theta}{I_{d4}} + \frac{(2b_2 + b_1)b_3^2 \sin\theta}{I_{d2}}}{2\left[\frac{b_1^3}{I_{d1}} + \frac{b_2^3}{I_{d4}} + \frac{b_3}{I_{d2}}(b_1^2 + b_2^2 + b_1 b_2)\right]} \quad (5)$$

式中 I_{d1} 、 I_{d2} 、 I_{d4} 分别为CF杆、CD杆和DE杆的截面抗弯惯性矩。

本文考虑剪切变形时,单位力作用下由剪切变形产生的框架剪力如图4所示。在式(5)中补充剪力影响项,易得改进后 X 的表达式为

$$2X = \left\{ \frac{1}{E} \left[\frac{2b_2^2 b_3 \sin\theta}{I_{d4}} + \frac{(2b_2 + b_1)b_3^2 \sin\theta}{I_{d2}} \right] + \frac{6K}{G} \left[\frac{b_3 \sin\theta}{A_{d4}} - \frac{b_3 \sin\theta \cos\theta}{A_{d2}} \right] \right\} / \left\{ \frac{2}{E} \left[\frac{b_1^3}{I_{d1}} + \frac{b_2^3}{I_{d4}} + \frac{b_3}{I_{d2}}(b_1^2 + b_2^2 + b_1 b_2) \right] + \frac{6K}{G} \left(\frac{b_1}{A_{d1}} + \frac{b_2}{A_{d4}} + \frac{b_3 \cos^2\theta}{A_{d2}} \right) \right\} \quad (6)$$

式中 A_{d1} 、 A_{d2} 、 A_{d4} 分别为杆CF、杆CD和杆DE的截面面积。 E 为弹性模量, G 为剪切模量。 K 为剪应力沿杆件截面分布不均匀而引起的与截面形状有关的系数。

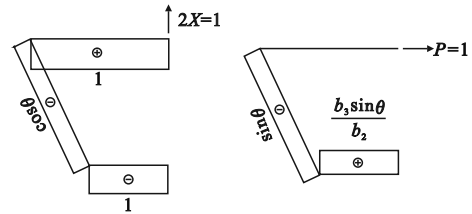


图4 单位力作用下横向框架剪力

Fig. 4 Transverse frame shear force under unit force

本文取整个框架进行计算时,当杆件CF上作用水平单位力 $P=1$,由剪切变形产生的框架剪力如图5所示。补充剪力影响项后,易得改进后 δ_h 的表达式为

$$\delta_h = \frac{1}{3E} \left\{ \frac{4b_1^3}{I_{d1}} X^2 + \frac{b_2}{I_{d4}} (2b_2 X - b_3 \sin\theta)^2 + \frac{b_3}{I_{d2}} [4b_1^2 X^2 + (2b_2 X - b_3 \sin\theta)^2 + 2b_1 X(2b_2 X - b_3 \sin\theta)] \right\} + \frac{K}{G} \left[\frac{4b_1}{A_{d1}} X^2 + \frac{b_3}{A_{d2}} (2X \cos\theta + \sin\theta)^2 + \frac{b_2}{A_{d4}} \left(2X - \frac{b_3 \sin\theta}{b_2} \right)^2 \right] \quad (7)$$

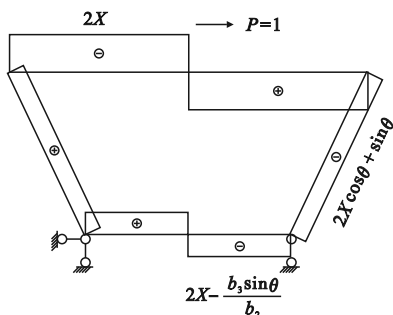


图5 横向框架剪力
Fig. 5 Transverse frame shear force

根据式(7)的 δ_h 和杆 CF 中点截面处的竖向剪力 $2X$, 可求出闭合框架截面内各角点处的横向弯矩 M (以闭合箱梁构件内侧受拉为正) 分别为

$$M_C = -M_F = \chi_1 \gamma_d \quad (8)$$

$$M_D = -M_E = \chi_2 \gamma_d \quad (9)$$

式中 χ_1 和 χ_2 分别为点 C 和点 D 处的横向弯矩系数

$$\chi_1 = \frac{-2Xb_3b_1 \sin \theta}{\delta_h} \quad (10)$$

$$\chi_2 = \frac{-(2b_2X - b_3 \sin \theta)b_3 \sin \theta}{\delta_h} \quad (11)$$

由此, 可得箱梁的畸变横向框架应变能 U_R 为

$$U_R = \frac{1}{2} \int_0^l \int_s \frac{M^2}{EI} ds dz = \frac{1}{2} \int_0^l EJ_{\omega d} \gamma_d^2 dz \quad (12)$$

式中 l 为箱梁的计算跨径, s 为沿截面分布的曲线坐标, z 为沿梁轴线方向分布的直线坐标, $J_{\omega d}$ 为单位长度箱梁畸变横向框架惯性矩, 其表达式为

$$J_{\omega d} = \frac{2}{3E^2} \left[\frac{b_1 \chi_1^2}{I_{d1}} + \frac{b_2 \chi_2^2}{I_{d4}} + \frac{b_3 (\chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_1 \chi_2)}{I_{d2}} \right] \quad (13)$$

3.2 畸变翘曲应变能 U_D

箱梁截面发生畸变时, 组成箱梁的各板件沿自身平面发生不同程度的挠曲变形, 产生畸变翘曲应变能 U_D 。以 β 表示角点 C 和角点 D 之间的翘曲正应力 σ_C 和 σ_D 之比。根据 β 的取值, 箱梁各板件的弯矩均可通过角点 D 的翘曲正应力 σ_D 表示, 按初等梁的弯曲理论计算为

$$\sigma_D = -E\psi_D \gamma_d'' \quad (14)$$

式中 γ_d'' 为畸变角对坐标 z 的二阶导数, ψ_D 为角点 D 处的畸变扇性坐标

$$\psi_D = \frac{b_1 b_3 b_2^2 \sin \theta}{b_2^2 \beta + (2 + \beta) b_1 b_2 + b_1 b_3 \cos \theta} \quad (15)$$

则畸变翘曲应变能 U_D 为

$$U_D = \frac{1}{2} \int_0^l EI_{\omega d} (\gamma_d'')^2 dz \quad (16)$$

式中 $I_{\omega d}$ 为箱形梁畸变翘曲惯性矩, 即

$$I_{\omega d} = \frac{2\Psi_D^2}{3} \left[(b_1 + d) \left(1 + \frac{d}{b_1} \right)^2 \beta^2 t_{d1} + \right.$$

$$\left. b_2 t_{d4} + b_3 t_{d2} (\beta^2 - \beta + 1) \right] \quad (17)$$

3.3 外力荷载势能 V

薄壁箱梁受到分布刚性扭转荷载和分布畸变荷载两种荷载共同作用。箱梁在分布畸变荷载作用下的外力荷载势能 V 为

$$V = - \int_0^l p_{d1}(z) b_3 \gamma_d \sin \theta dz = - \int_0^l m_d \gamma_d dz \quad (18)$$

式中 m_d 为分布畸变矩荷载

$$m_d = \frac{2b_2^2}{b_1 + b_2} p_d(z) \quad (19)$$

3.4 畸变总势能 Π

在畸变荷载的作用下, 薄壁箱梁的畸变总势能 Π 由三部分应变能组成, 分别为畸变横向框架应变能 U_R 、畸变翘曲应变能 U_D 和外力荷载势能 V 。由式(12, 16, 18)可得

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l [EJ_{\omega d} \gamma_d^2 + EI_{\omega d} (\gamma_d'')^2 - 2m_d \gamma_d] dz \quad (20)$$

4 畸变控制微分方程及其初参数解

利用最小势能原理对畸变总势能 Π 进行一阶变分运算, 即 $\delta \Pi = 0$, 可得畸变控制微分方程为

$$\gamma_d'''' + 4\lambda^4 \gamma_d = \frac{m_d}{EI_{\omega d}} \quad (21)$$

式中 $\lambda = \sqrt[4]{\frac{J_{\omega d}}{4I_{\omega d}}}$ 。

在求解上述畸变控制微分方程时, 通常应用以下几种边界条件, 当简支梁梁端处设置刚性横隔板时, $\gamma_d = \gamma_d'' = 0$; 对于梁端处为刚性固定支承时, $\gamma_d = \gamma_d' = 0$; 对于梁端处不设置横隔板的自由端时, $\gamma_d'' = \gamma_d''' = 0$ 。

对畸变控制微分方程(21)进行求解, 得到齐次微分方程(即 $m_d = 0$)的通解为

$$\gamma_d(z) = C_1 \sinh \lambda z \sin \lambda z + C_2 \sinh \lambda z \cos \lambda z + C_3 \cosh \lambda z \sin \lambda z + C_4 \cosh \lambda z \cos \lambda z \quad (22)$$

式中 C_1, C_2, C_3, C_4 为常数。

取 4 个梁轴线端部(即 $z = 0$)处的参数为初始值, 其分别为畸变角 γ_{d0} 、畸变翘曲广义位移 γ_{d0}' 、畸变矩 M_{d0} 和畸变双力矩 B_{d0} 。将上述初参数值代入, 可得简支梁梁端处设置刚性横隔板时, 箱梁沿跨径作用满均布畸变矩荷载 m_d 时的初参数解为

$$\gamma_d(z) = \frac{m_d}{4\lambda^4 EI_{\omega d}} \left\{ -\Theta_1(\lambda z) + H\Theta_2(\lambda z) - \frac{4}{\Theta_2(\lambda l)} [\Theta_3(\lambda l) - \Theta_4(\lambda l) H] \Theta_4(\lambda z) + 1 \right\} \quad (23)$$

$$\gamma_d'(z) = \frac{m_d}{4\lambda^3 EI_{\omega d}} \left\{ H\Theta_1(\lambda z) - \frac{4}{\Theta_2(\lambda l)} \cdot \right.$$

$$[\Theta_3(\lambda l) - \Theta_4(\lambda l)H] \Theta_3(\lambda z) + 4\Theta_4(\lambda z) \quad (24)$$

$$B_d(z) = \frac{m_d}{4\lambda^2} \left\{ \frac{4}{\Theta_2(\lambda l)} [\Theta_3(\lambda l) - \Theta_4(\lambda l)H] \cdot \Theta_2(\lambda z) - 4\Theta_3(\lambda z) + 4H\Theta_4(\lambda z) \right\} \quad (25)$$

$$M_d(z) = \frac{m_d}{4\lambda} \left\{ \frac{4}{\Theta_2(\lambda l)} [\Theta_3(\lambda l) - \Theta_4(\lambda l)H] \Theta_1(\lambda z) - 4\Theta_2(\lambda z) + 4H\Theta_3(\lambda z) \right\} \quad (26)$$

式中

$$H = \frac{\Theta_1(\lambda l)\Theta_2(\lambda l) + 4\Theta_3(\lambda l)\Theta_4(\lambda l) - \Theta_2(\lambda l)}{\Theta_2^2(\lambda l) + 4\Theta_4^2(\lambda l)}$$

且 $\Theta_1(\lambda z), \Theta_2(\lambda z), \Theta_3(\lambda z), \Theta_4(\lambda z)$ 为克雷洛夫函数,即为

$$\Theta_1(\lambda z) = \cosh \lambda z \cos \lambda z$$

$$\Theta_2(\lambda z) = \frac{1}{2} (\cosh \lambda z \sin \lambda z + \sinh \lambda z \cos \lambda z)$$

$$\Theta_3(\lambda z) = \frac{1}{2} \sinh \lambda z \sin \lambda z$$

$$\Theta_4(\lambda z) = \frac{1}{4} (\cosh \lambda z \sin \lambda z - \sinh \lambda z \cos \lambda z)$$

5 数值算例

以预应力混凝土简支箱梁为研究对象。箱梁跨度为 40 m,采用 C40 混凝土,弹性模量 $E = 3.40 \times 10^{10}$ Pa,剪切模量 $G = 1.445 \times 10^{10}$ Pa。箱梁顶板厚度为 0.22 m,左右两侧腹板厚度均为 0.3 m,底板厚度为 0.34 m。箱梁横截面尺寸及所受竖向均布荷载如图 6 所示。箱梁受反对称竖向均布荷载 $p = 60$ kN/m,分别作用于顶板与腹板交接处。取顶板和腹板交接处计算点为 m ,底板和腹板交接处计算点为 n ,且四个角点和悬臂板端点分别为 1,2,3,4,5。

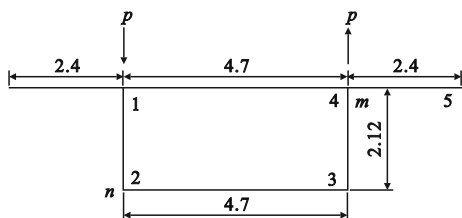


图 6 箱梁横截面尺寸及计算点位置(单位:m)

Fig. 6 Box girder cross section dimension and calculated points position(unit:m)

选取文献[8]的等截面箱梁进行计算,箱梁跨度和横截面尺寸与本文算例一致。箱梁受到偏心距 $e = 2.35$ 的竖向偏心均布荷载 $q = 20$ kN/m 作

用。按本文方法求得跨中截面角点 4 和悬臂板端点 5 处的畸变翘曲正应力,并将文献[8]中的理论值和 ANSYS 数值解一并列于表 1。由表 1 可知,本文考虑剪切变形影响后,计算结果略大于忽略剪切变形影响的文献解,且更接近 ANSYS 数值解。

表 1 畸变翘曲正应力对比

Tab.1 Comparison of distortion warping normal stresses

计算点	畸变翘曲正应力/kPa			相对变化/%	
	文献	本文	ANSYS	文献	本文
4	3.406	3.897	4.040	15.693	3.540
5	6.884	7.876	8.189	15.936	3.822

注:相对变化=|本文(文献)的畸变翘曲正应力-ANSYS 求得的畸变翘曲正应力|/ANSYS 求得的畸变翘曲正应力×100%。

为了验证本文方法的正确性,按照本文方法计算畸变翘曲正应力最大处(即八分之一跨截面处)的角点 1,2,3,4 的畸变翘曲正应力 σ 。本文方法应力计算值与忽略剪切变形影响的计算值一并列入表 2。由表 2 可知,考虑剪切变形时薄壁箱梁的畸变翘曲正应力会略大于忽略剪切变形时,且畸变翘曲正应力相对变化量绝对值不超过 1.85%;在截面上畸变翘曲正应力关于竖向轴呈反对称分布。

表 2 各点处畸变翘曲正应力对比

Tab.2 Comparison of distortion warping normal stresses at each point

计算点编号	应力	考虑剪切/kPa	忽略剪切/kPa	相对变化/%
1	σ_1	-172.44	-169.25	-1.84
2	σ_2	513.83	504.31	1.85
3	σ_3	-513.83	-504.31	-1.84
4	σ_4	172.44	169.25	1.85

注:相对变化=|考虑剪切的畸变翘曲正应力-忽略剪切的畸变翘曲正应力|/考虑剪切的畸变翘曲正应力×100%。

为了详细反映剪切变形在畸变横向弯矩中的影响,每间隔四米取截面上计算点 m 的畸变横向弯矩计算结果列入表 3,表中 M 表示不同横截面上计算点 m 处的畸变横向弯矩。考虑剪切变形影响后,畸变横向弯矩的相对变化量不大于 2.35%。

图 7 中 σ_m 表示不同横截面上计算点 m 处的畸变翘曲应力。由图 7 的畸变翘曲应力分布曲线可以看出,按本文方法求得的畸变翘曲应力存在两个最大值,且应力曲线关于跨中截面对称。畸变翘曲应力在八分之一跨截面处达到最大值。

为了验证本文方法的正确性,通过有限元数值模拟软件 ANSYS 进行验证。利用 SHELL63 壳

单元对箱梁的畸变翘曲应力进行数值模拟计算。在施加等效荷载时,将竖向反对称均布荷载分解为顶板、左右腹板及底板的畸变荷载分量,并等效施加于壳单元各节点上。本文取八分之一跨截面左右两侧数据进行对比,从图7中每间隔两米分别取考虑剪切变形、忽略剪切变形和 ANSYS 数值模拟计算的畸变翘曲应力 σ_m 列入表4。由表4可知,考虑剪切变形时的畸变翘曲应力相对变化较小,且比忽略剪切变形时更接近 ANSYS 数值解。

表3 畸变横向弯矩比较

Tab.3 Comparison of transverse bending moments of distortion

截面位置 z/m	横向 弯矩	考虑剪切/ kN·m	忽略剪切/ kN·m	相对变 化/%
4	M_1	12.748	12.578	1.33
8	M_2	21.312	20.960	1.65
12	M_3	25.636	25.124	1.99
16	M_4	27.280	26.665	2.25
20	M_5	27.651	27.002	2.35

注:相对变化= $|\text{考虑剪切的畸变横向弯矩}-\text{忽略剪切的畸变横向弯矩}|/\text{考虑剪切的畸变横向弯矩}\times 100\%$ 。

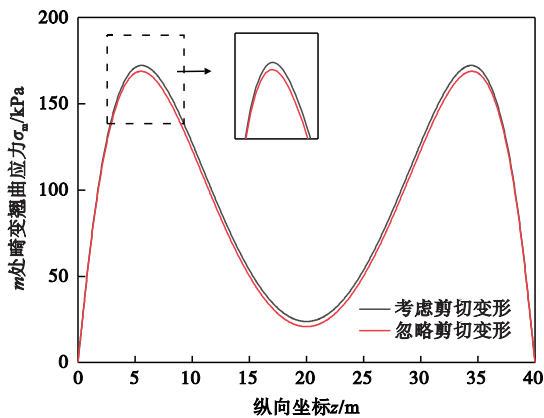


图7 计算点 m 处畸变翘曲应力变化曲线

Fig.7 Variation curve of distortion warping stress at calculated point m

表4 畸变翘曲应力对比

Tab.4 Comparison of distortion warping stresses

截面位置 z/m	畸变翘曲应力/kPa			相对变化/%	
	σ_m (考虑 剪切)	σ_m (忽略 剪切)	ANSYS	考虑剪切	忽略剪切
2	113.34	111.88	137.71	17.37	18.44
4	164.01	161.31	177.94	7.83	9.35
6	172.67	169.08	178.25	3.13	5.14
8	156.17	152.12	165.25	5.50	7.95
10	127.32	123.17	133.75	4.81	7.91

注:相对变化= $|\text{考虑剪切(忽略剪切)的畸变翘曲应力}-\text{ANSYS求得的畸变翘曲应力}|/\text{ANSYS求得的畸变翘曲应力}\times 100\%$ 。

本文考虑剪切变形的影响后,单位长度梁段上闭合框架顶板中点处的竖向剪力 X 和横向位移 δ_h 均增大,但单位长度箱梁畸变横向框架惯性矩减小,导致 λ 减小。根据畸变控制微分方程和边界条件,解得梁端处设置刚性横隔板的简支箱梁在满均布畸变矩荷载作用下产生的畸变角和畸变双力矩增大,从而可得畸变翘曲应力增大。

为了体现薄壁箱梁几何参数变化对畸变翘曲应力的影响,定义梁高与箱梁跨度之比为 ζ 。取箱梁跨度恒定为 l ,求得高跨比 ζ 从 0.04 增大至 0.1 时计算点 m 处和点 n 处在跨中截面及四分之一跨截面的畸变翘曲应力变化曲线,如图8所示。由图8可知,高跨比 ζ 从 0.04 增大至 0.1 时,跨中截面和四分之一跨截面上计算点 m 处和 n 处的畸变翘曲应力近似呈线性增大。

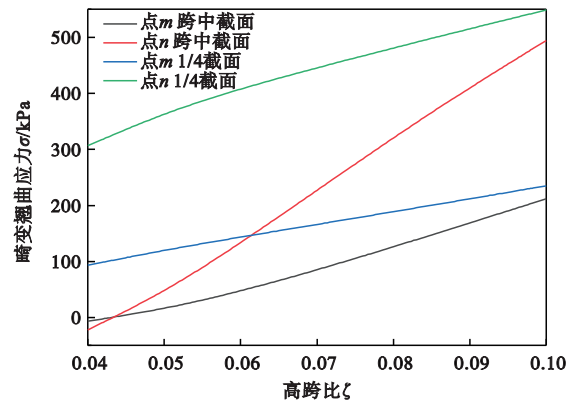


图8 计算点 m 处和点 n 处畸变翘曲应力变化曲线

Fig.8 Variation curve of distortion warping stresses at points m and n

6 结论

(1)本文基于力法原理,在计算畸变横向框架应变能时近似考虑剪切变形的影响。考虑剪切变形影响后得到的畸变翘曲应力增大,通过与现有文献和 ANSYS 壳单元数值解对比,进一步验证了本文计算方法的合理性。

(2)考虑剪切变形的影响后,薄壁箱梁的畸变翘曲正应力增大不超过 1.85%;在截面上畸变翘曲正应力关于竖向轴呈反对称分布。考虑剪切变形和忽略剪切变形时相比,畸变横向弯矩的增大不超过 2.35%,其中跨中截面处变化率最大,靠近端部处变化率最小。

(3)箱梁的高跨比对畸变翘曲应力分析的影响较为显著。高跨比从 0.04 增大至 0.1 时,跨中截面和四分之一跨截面上箱梁顶板(底板)和腹板交点的畸变翘曲应力近似呈线性增大,且两点在跨中截面处的增大速率大于四分之一跨截面处。

参考文献(References):

- [1] 郭金琼,房贞政,郑振. 箱形梁设计理论[M]. 北京:人民交通出版社,2008. (GUO Jin-qiong, FANG Zhen-zheng, ZHENG Zhen. *Design Theory of Box Girder* [M]. Beijing: China Communications Press, 2008. (in Chinese))
- [2] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京:人民交通出版社,2013. (XIANG Hai-fan. *Advanced Theory of Bridge Structures* [M]. Beijing: China Communications Press, 2013. (in Chinese))
- [3] 李育楷,王全凤. 考虑剪切变形的矩形截面薄壁杆件畸变分析[J]. 计算力学学报, 2004, 21(2): 247-252. (LI Yu-kai, WANG Quan-feng. Distortion of thin-walled bar with rectangular section taking account of shear deformation[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2004, 21(2): 247-252. (in Chinese))
- [4] Yoo C H, Kang J, Kim K. Stresses due to distortion on horizontally curved tub-girders[J]. *Engineering Structures*, 2015, 87: 70-85.
- [5] 王晨光,张元海. 剪切变形对箱形梁畸变效应的影响[J]. 铁道学报, 2018, 40(5): 143-149. (WANG Cheng-guang, ZHANG Yuan-hai. Influence of shear deformation on distortion effect of box beams[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2018, 40(5): 143-149. (in Chinese))
- [6] Ren Y Z, Cheng W M, Wang Y Q, et al. Analysis of the distortion of cantilever box girder with inner flexible diaphragms using initial parameter method[J]. *Thin-Walled Structures*, 2017, 117: 140-154.
- [7] Ren Y Z, Cheng W M, Wang Y Q, et al. Distortional analysis of simply supported box girders with inner diaphragms considering shear deformation of diaphragms using initial parameter method[J]. *Engineering Structures*, 2017, 145: 44-59.
- [8] 王妍,张元海. 竖向偏心荷载作用下悬臂箱梁畸变效应研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2021, 18(2): 408-416. (WANG Yan, ZHANG Yuan-hai. Research on distortion effect of cantilever box girder under eccentric vertical load[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2021, 18(2): 408-416. (in Chinese))
- [9] Li H F, Luo Y F. Application of stiffness matrix of a beam element considering section distortion effect[J]. *Journal of Southeast University (English Edition)*, 2010, 26(3): 431-435.
- [10] Zhao C, Zhou Y, Zhong X G, et al. A beam-type element for analyzing the eccentric load effect of box girder bridges[J]. *Structures*, 2022, 36: 1-12.
- [11] Lee J, Kim S, Kang Y J. Effect of cross-sectional rigidity on intermediate diaphragm spacing of steel-box girder bridges[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2022, 188: 107006.
- [12] Lee J, Kim H, Lee K, et al. Effect of load combinations on distortional behaviors of simple-span steel box girder bridges[J]. *Metals*, 2021, 11(8): 1238.
- [13] Jang G W, Kim M J, Kim Y Y. Analysis of thin-walled straight beams with generally shaped closed sections using numerically determined sectional deformation functions[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2012, 138(12): 1427-1435.
- [14] 刘保东,冯文章,任红伟,等. 波纹钢腹板连续刚构桥扭转与畸变的试验研究[J]. 中国铁道科学, 2015, 36(4): 40-46. (LIU Bao-dong, FENG Wen-zhang, REN Hong-wei, et al. Experimental study on torsion and distortion of continuous rigid frame bridge with corrugated steel webs[J]. *China Railway Science*, 2015, 36(4): 40-46. (in Chinese))
- [15] 张文献,庞姝,黄金芬,等. 大翼缘箱梁畸变效应的试验研究[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2009, 30(7): 1047-1050. (ZHANG Wen-xian, PANG Shu, HUANG Jin-fen, et al. Experimental investigation on distortion effect of widely-flanged box girders[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science Edition)*, 2009, 30(7): 1047-1050. (in Chinese))

Analysis on distortion effect of thin-walled box girders approximately considering shear deformation

LONG Jun-yi, ZHANG Yuan-hai*, ZHOU Fu-cheng
(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In order to study the influence of shear deformation on the distortion of thin-walled box girders, the shear force was considered in calculating the strain energy of a frame in analyzing distortion effect by applying a traditional energy variation method. The governed differential equation considering the shear deformation was established by applying the principle of minimum potential energy, and the initial parametric solution expressed in the form of a Krylov function was derived for box girders subjected to a uniformly distributed distortion moment load. A numerical example was given to analyze the influence of shear deformation on the distortion warping stress and the transverse bending moment, and verified by finite element software ANSYS. The results show that the distortion warping stress calculated by the proposed method is closer to the shell element solution of ANSYS than that by neglecting the shear deformation. After considering the shear deformation effect, the distortion warping stress increases by less than 1.85%, and the transverse bending moment increases by less than 2.35%. The height to span ratio of the thin-walled box girder has a significant effect on the distortion warping stress.

Key words: thin-walled box girder; distortion effect; energy variation method; shear deformation; initial parameter solution