

DOI: 10.7511/jslx20230715001

# 基于代理模型的柔性机械臂区间不确定性分析

黄文建, 刘放\*, 李晨晖, 杨明发, 吴宝宁

(西南交通大学 机械工程学院, 成都 610031)

**摘要:**针对柔性机械臂系统中不确定参数引起的动态响应不确定性问题,给出了一种基于局部均值分解(LMD)和Chebyshev代理模型(CM)的区间不确定性分析方法。基于LMD方法将柔性机械臂的非线性响应分解为若干分量,并解析出表征信号的瞬时幅值、瞬时相位和趋势项,通过对分解后的信号构建Chebyshev代理模型进而得到柔性机械臂的完整代理模型。提出的柔性机械臂不确定性分析方法能够改善传统CM方法在长时程分析中区间边界失效的现象,以算例说明了本文方法应用于柔性机械臂系统不确定性分析的有效性和准确性。

**关键词:**柔性机械臂;区间分析;不确定参数;代理模型;Chebyshev多项式

**中图分类号:**TH113.1;O323

**文献标志码:**A

**文章编号:**1007-4708(2024)06-1005-07

## 1 引言

柔性机械臂是一种高度耦合、强非线性的复杂柔性多体系统,由于制造误差、装配工艺、环境条件和摩擦磨损等因素通常导致系统的几何和物理参数呈现出不确定性<sup>[1]</sup>。忽略不确定参数的系统模型通常会导致错误的响应结果,进而影响机械臂的响应预测和高精度控制。因此考虑柔性机械臂系统含多维不确定参数的不确定性分析极具意义。

不确定性分析是评估不确定参数对系统影响的重要方法<sup>[2]</sup>,主要有概率方法和区间方法。概率方法即随机响应分析<sup>[3,4]</sup>,需要大量样本的概率分布信息,对于许多实际工程问题来说,不确定参数的样本分布信息难以获取甚至无法得知。相比之下,区间方法只需要不确定参数的边界信息即可<sup>[5]</sup>,对样本的分布信息依赖性小,更适合处理边界明确的工程不确定性问题。

构建代理模型是区间分析常用的一种方法,祁武超等<sup>[6]</sup>基于Taylor展开的区间分析方法完成了不确定性结构随机载荷识别。Meng等<sup>[7]</sup>针对实际工程中影响结构性能的不确定因素,提出了一种基于Taylor展开的结构设计与优化方法。Taylor展开通常为较低的一阶或二阶形式,用于处理柔性机械臂这种强非线性系统或者不确定参数区间变

化较大的系统时,会使得响应区间过估计而导致区间边界的精度失效<sup>[8]</sup>。若采用高阶Taylor展开又会产生过高的计算成本和时间,效果往往也不尽人意。

为此,Wu等<sup>[9]</sup>提出一种基于Chebyshev多项式零点采样方法构建的高阶多项式代理模型,该方法在处理非线性系统不确定性问题时具有更高的精度和效率。柯耀祖等<sup>[10]</sup>基于切比雪夫多项式提出一种单元分割方法,发展了结合谱体积和控制体的问题单元标记方法。Wei等<sup>[11]</sup>提出了一种基于双变量Chebyshev多项式估计区间非线性系统动态响应边界的方法。

然而,对于柔性机械臂此类复杂非线性的周期性动态响应,基于代理模型的方法会随着时间历程的增加而导致区间边界精度的下降,这是由于样本响应之间的相位差随时间累积导致代理模型失效,产生的区间边界过估计现象<sup>[12]</sup>。Cui等<sup>[13]</sup>首次将自适应信号分解方法引入不确定性分析中,提出信号分解与基于Taylor级数的代理模型相结合的方法,解决了长时间不确定性分析中边界失效的问题。

考虑到Chebyshev代理模型CM(Chebyshev surrogate model)中也存在着边界失效问题,本文将局部均值分解方法(LMD)作为CM方法中系统

收稿日期:2023-07-15;修改稿收到日期:2023-09-08.

作者简介:刘放\*(1974-),男,博士,副教授(E-mail:liufang@swjtu.edu.cn).

引用本文:黄文建,刘放,李晨晖,等.基于代理模型的柔性机械臂区间不确定性分析[J].计算力学学报,2024,41(6):1005-1011.

HUANG Wen-jian, LIU Fang, LI Chen-hui, et al. Interval uncertainty analysis of flexible manipulator based on surrogate model [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(6): 1005-1011.

响应样本信号的前处理,提出柔性机械臂不确定性分析的 LMD-CM 方法。将柔性机械臂的非线性响应分解成若干分量,并解析出表征各分量的瞬时幅值、瞬时相位和趋势项,通过对瞬时幅值、相位和趋势项分别构建 Chebyshev 代理模型得到整个系统的代理模型,以改善传统 CM 方法区间边界精度失效的现象。以一算例说明了 LMD-CM 方法应用于柔性机械臂系统不确定性分析的有效性,并讨论了不确定参数对柔性机械臂响应的影响。

## 2 含不确定参数的柔性机械臂区间动力学模型

本文将多杆多关节柔性机械臂的臂杆视为有阻尼 Euler-Bernoulli 梁,臂杆的横向振动视为小变形,不计臂杆的轴向变形,考虑机械臂的关节柔性。如图 1 所示, $\tau_i$ ,  $k_i$  和  $c_i$  分别为关节  $i$  的驱动力矩、扭转刚度系数和阻尼系数, $\theta_i$  为关节  $i$  的实际转角, $\alpha_i$  为关节  $i$  的输入转角。

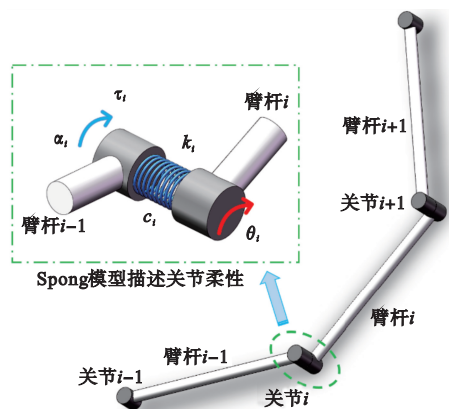


图 1 多杆多关节串联机械臂

Fig. 1 Multi-link multi-joint series manipulator

根据假设模态法,悬臂边界的臂杆挠度离散为

$$\begin{aligned} \omega(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \cdot \delta_n(t) \\ \varphi_n(x) &= \cosh \beta_n x - \cos \beta_n x + \xi_n (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \\ \xi_n &= \frac{\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x}{\cosh \beta_n x + \cos \beta_n x} \\ \beta_n &= (n - 0.5)\pi/L \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\varphi_n(x)$  为柔性臂杆第  $n$  阶模态振型函数,  $\delta_n(t)$  为柔性臂杆的第  $n$  阶广义模态坐标,  $\beta_n$  为模态函数的特征根。

定义柔性机械臂系统的广义自由度为  $\mathbf{q} = [\theta_i, \alpha_i, \delta_{i,n}]^T$ , 基于 Lagrange 方程可建立柔性机械臂系统的动力学方程

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{\Phi}_q^T \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{Q}_F + \mathbf{Q}_V \\ \mathbf{\Phi}(\mathbf{q}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{K}$  为广义质量阵和广义刚度阵,  $\mathbf{\Phi}$  为系统约束方程,  $\mathbf{\Phi}_q$  为约束方程的 Jacobian 矩阵,  $\boldsymbol{\lambda}$  是 Lagrange 乘子,  $\mathbf{Q}_F$  为广义力,  $\mathbf{Q}_V$  是广义速度的二次项, 具体形式参见文献 [14]。

式(2)作为柔性机械臂系统的动力学方程, 因机械臂的关节柔性、臂杆柔性和刚体运动的耦合而表现出多自由度、高度耦合、强非线性的特点, 可通过刘广等 [15] 提出的改进 Newmark- $\beta$  法求解柔性机械臂系统的时域响应。

式(2)能够准确描述柔性机械臂系统的前提是, 柔性机械臂系统的所有物理参数均为确切已知, 但实际工程的结构中大部分的参数都具有不确定性。现考虑多体系统中共存在  $m$  个不确定参数, 通过区间参数向量  $\mathbf{b}^I = [b_1^I, b_2^I, \dots, b_m^I]^T$  进行描述, 其中各不确定参数满足

$$b_i^I \in [\underline{b}_i, \bar{b}_i] \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

式中  $\bar{b}_i$  和  $\underline{b}_i$  分别表示第  $i$  个不确定参数区间的上下边界。

结合式(3), 确定性系统的方程可改写为含不确定参数的区间微分代数方程

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{b}^I) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(\mathbf{b}^I) \mathbf{q} + \mathbf{\Phi}_q^T(\mathbf{b}^I) \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{Q}_F(\mathbf{b}^I) + \mathbf{Q}_V(\mathbf{b}^I) \\ \mathbf{\Phi}(\mathbf{b}^I, \mathbf{q}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

引入不确定参数后, 关节驱动力不确定和约束不确定使得柔性机械臂的运动极限位置、频率和时域响应具有更大的波动范围, 按传统方法其预知预测和控制难度更高, 柔性臂定位精度也更低。

## 3 基于 LMD 的 Chebyshev 代理模型

### 3.1 Chebyshev 区间方法

Wu 等 [9] 提出利用 Chebyshev 级数构造系统的代理模型, 该法能有效减小区间方法的包裹效应, 对强非线性的系统有较高的求解精度, 因此可通过区间 Chebyshev 多项式来逼近柔性机械臂系统式(4)的不确定性响应上下界。

对于含区间参数向量  $\mathbf{b}^I$  的柔性机械臂系统, 可构造  $k$  阶 Chebyshev 多项式在不确定域内对柔性机械臂系统的响应  $\mathbf{q}(\mathbf{b}^I)$  进行近似, 得到系统的 Chebyshev 代理模型为

$$\mathbf{q}(\mathbf{b}^I) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i_1=0}^k \sum_{i_2=0}^k \dots \sum_{i_m=0}^k \left(\frac{1}{2}\right)^s \cdot A_{i_1, i_2, \dots, i_m} \cdot \mathbf{C}_{i_1, i_2, \dots, i_m}(\mathbf{x}) \quad (5)$$

式中  $A_{i_1, i_2, \dots, i_m}$  为 Chebyshev 多项式的系数,  $s$  为

下标  $i_1, i_2, \dots, i_m$  中 0 的个数,  $C_{i_1, i_2, \dots, i_m}(\mathbf{x})$  为  $m$  维  $k$  阶 Chebyshev 多项式,  $\mathbf{x}$  为区间参数向量  $\underline{b}^T$  对  $[-1, 1]$  域的线性变换, 单个元素的变换如式 (6) 所示。

$$x_i = \frac{2b_i^l - (\bar{b}_i + \underline{b}_i)}{\bar{b}_i - \underline{b}_i} \quad (6)$$

$m$  维  $k$  阶 Chebyshev 多项式  $C_{i_1, i_2, \dots, i_m}(\mathbf{x})$  是各个一维  $k$  阶 Chebyshev 多项式的张量积

$$C_{i_1, i_2, \dots, i_m}(\mathbf{x}) = C_{i_1}(x_1)C_{i_2}(x_2)\dots C_{i_m}(x_m) = \cos i_1 \theta_1 \cos i_2 \theta_2 \dots \cos i_m \theta_m \quad (7)$$

式中  $\theta_i = \arccos(x_i) \in [0, \pi]$ 。

多项式系数  $A_{i_1, i_2, \dots, i_m}$  可通过 Mehler 积分公式计算, 其结果为

$$A_{i_1, i_2, \dots, i_m} \approx \left(\frac{2}{p}\right)^m \sum_{j_1=1}^p \dots \sum_{j_m=1}^p f(\cos \theta_{j_1}, \cos \theta_{j_2}, \dots, \cos \theta_{j_m}) \cdot \cos i_1 \theta_{j_1} \cos i_2 \theta_{j_2} \dots \cos i_m \theta_{j_m} \quad (8)$$

式中  $p$  表示插值点的个数, 一般考虑大于多项式的阶数  $k$ , 取  $p = k + 1$ ,  $\theta_j$  为插值点

$$\theta_j = \frac{(2j-1)\pi}{2p} \quad (9)$$

### 3.2 系统响应信号的局部均值分解

柔性机械臂系统的动力学响应是典型的复杂非线性的多分量信号, 局部均值分解 (LMD) 能够自适应地将复杂非线性、非平稳信号分解成多个乘积函数 PF (Product function), 每个 PF 分量由包络信号  $a(t)$  和纯调频信号  $s(t)$  相乘得到, 其中包络信号即为该 PF 分量的瞬时幅值  $a(t)$ , 而瞬时相位  $\varphi(t)$  可通过纯调频信号  $s(t)$  求得<sup>[13]</sup>。LMD 方法的流程如图 2 所示, 更详细的步骤参见文献<sup>[16]</sup>。

虽然 LMD 方法改善了其他信号分解方法存在的模态混淆、端点效应等缺点, 但当响应信号的端点值不是极值点时, LMD 方法仍然会产生端部发散效应, 造成一定的误差。本文考虑采用极值延拓法<sup>[17]</sup>以扩展原信号后再使用 LMD 方法分解延拓后的信号, 然后在得到的分解结果中截取原信号对应的时间序列, 以减弱 LMD 方法的端部发散效应。

### 3.3 基于 LMD-CM 方法的代理模型

LMD 方法可以解析柔性机械臂系统响应的结构组成, 即响应的动力学模式, 而系统中的不确定参数对表征响应的动力学结构特征的动力学模式无影响, 仅影响动力学模式中的幅值、相位的值

等<sup>[13]</sup>。考虑到 LMD 方法仅作用于响应信号的本身, 是一种非侵入动力学方程的方法, 实现方式简单, 适用于结构动力学的不确定性分析。因此将 LMD 方法作为 CM 方法中样本信号的前处理, 提出柔性机械臂不确定性分析的 LMD-CM 方法, 如图 3 所示。该方法的伪代码见附录 A。

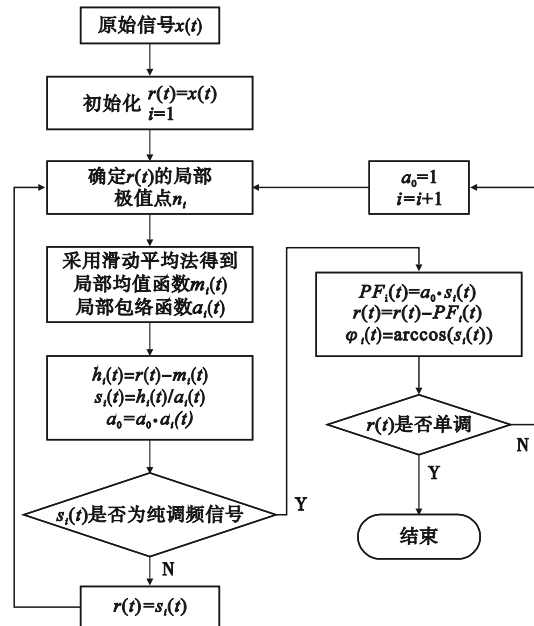


图 2 LMD 方法流程

Fig. 2 Flow chart of LMD method

LMD-CM 方法基于信号分解方法将复杂动力学响应进行重构, 得到多个 PF 分量的组合, 该方法通过对各个分量进行单独的代理模型构建。其中各个分量的物理意义明确, 如受迫振动系统的响应包含强迫振动项和自由振动项; 柔性多体系统的响应通常包含模态振动项和刚体运动项。

LMD-CM 方法的主要步骤如下。

(1) 根据 CM 方法的插值点选取样本  $\mathbf{b}^{(i)}$ , 基于改进 Newmark- $\beta$  法求解各个样本对应的时域响应  $\mathbf{q}(\mathbf{b}^{(i)}, t)$ ,  $i$  表示第  $i$  个样本。

(2) 采用 LMD 方法分解各个样本的时域响应, 获得各样本响应 PF 分量的瞬时幅值、相位和趋势项

$$\mathbf{q}(\mathbf{b}^{(i)}, t) = \sum_{j=1}^n a_j(\mathbf{b}^{(i)}, t) \cos(\varphi_j(\mathbf{b}^{(i)}, t)) + r(\mathbf{b}^{(i)}, t) \quad (10)$$

式中  $a_j$  为瞬时幅值,  $\varphi_j$  为瞬时相位,  $r$  为趋势项,  $n$  为 PF 分量的个数。

(3) 在各个时刻下, 基于 CM 方法构造所有样本所有分量的瞬时幅值、瞬时相位和趋势项的代理模型  $\hat{a}_j(\mathbf{b}^l, t)$ ,  $\hat{\varphi}_j(\mathbf{b}^l, t)$  和  $\hat{r}(\mathbf{b}^l, t)$ , 具体构造方法

见式(5)。

(4)计算 PF 分量的耦合代理模型,并结合式(10)得到在每一时刻下系统响应的谐波叠加形式的完整代理模型

$$\dot{q}(\mathbf{b}^I, t) = \sum_{j=1}^n \dot{a}_j(\mathbf{b}^I, t) \cos(\dot{\phi}_j(\mathbf{b}^I, t)) + \dot{r}(\mathbf{b}^I, t) \tag{11}$$

(5)采用扫描法<sup>[18]</sup>得到柔性机械臂系统在不确定参数域 $[\bar{\mathbf{b}}^I, \underline{\mathbf{b}}^I]$ 内的响应区间的上边界 $\bar{q}(\mathbf{b}^I, t)$ 和下边界 $\underline{q}(\mathbf{b}^I, t)$ 。

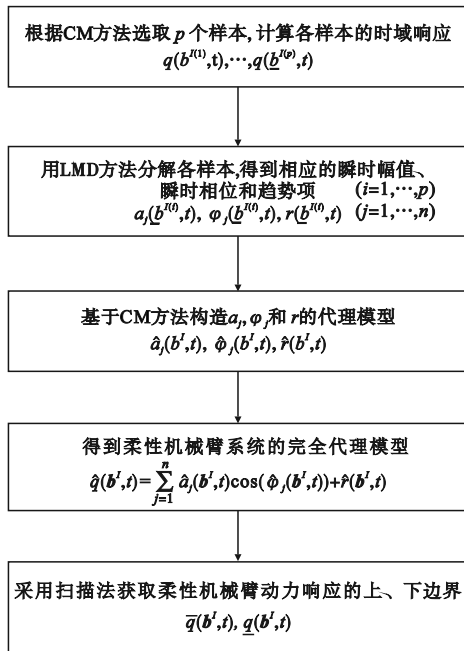


图3 LMD-CM方法流程  
Fig. 3 Flow chart of LMD-CM method

### 4 算例分析

柔性机械臂运动到工作位置后通常会有残余振动,了解机械臂的残余振动响应对其定位精度和控制效果非常关键。如图4所示,考虑典型的二连杆柔性机械臂,密度 $\rho = 2766 \text{ kg/m}^3$ ,横截面积 $A_1 = A_2 = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , $I = 1.3 \times 10^{-10} \text{ m}^4$ ,关节转动惯量 $J_1^R = J_2^R = 0.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,关节刚度系数 $k = 50 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ ,阻尼系数 $c = 2 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ 。机械臂的杆长 $L$ 和弹性模量 $E$ 考虑为不确定参数,其不确定度为5%,如式(12)所示。

$$\begin{aligned} L_1 &= 2 \times (1 \pm 5\%) \text{ m} \\ L_2 &= 1.8 \times (1 \pm 5\%) \text{ m} \\ E &= 6.9 \times 10^{10} \times (1 \pm 5\%) \text{ N/m}^2 \end{aligned} \tag{12}$$

算例中 Chebyshev 多项式阶数 $k$ 取4,仿真采样间隔为0.01 s,柔性机械臂关节驱动力矩的幅值考虑

为不确定参数,其不确定度为10%,具体为

$$\tau_1(t) = \begin{cases} T \sin(\pi t) & (0 \leq t \leq 4\text{s}) \\ 0 & (4 < t \leq 34\text{s}) \end{cases} \tag{13}$$

$$\tau_2(t) = \begin{cases} T \sin(0.5\pi t) & (0 \leq t \leq 4\text{s}) \\ 0 & (4 < t \leq 34\text{s}) \end{cases} \tag{14}$$

$$T = 1 \times (1 \pm 10\%) \text{ N} \cdot \text{m} \tag{15}$$

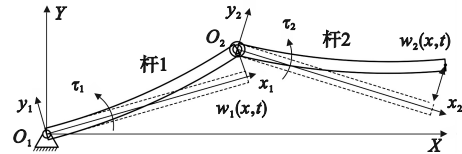


图4 二连杆柔性机械臂  
Fig. 4 Schematic diagram of a two-link flexible manipulator

#### 4.1 算例 1: 含不确定参数的单杆柔性机械臂

首先考虑柔性机械臂为单杆系统,即保留图4的杆1,按式(13)驱动机械臂末端到达工作位置,所有参数均为名义值时,其末端振动响应及残余振动响应分解结果如图5所示。

考虑单杆柔性机械臂含多个不确定参数的耦合动态响应区间。不失一般性,假设柔性机械臂的几何参数 $L_1$ 和材料参数 $E$ 均表现出不确定性,如式(12),其末端的振动响应边界如图6所示。

从图6可以看出,在初始阶段(0~5 s),CM方法、LMD-CM方法和扫描法(可认为真实解<sup>[18]</sup>)得到的上下边界几乎一致。但由于几何参数和材料参数的不确定性耦合作用,传统CM方法的区间边界在较短的时间(5 s处)开始振荡跳跃,区间迅速扩大,产生过估计导致精度失效。这是因为柔性机械臂系统的区间参数取不同值得到的样本响应具有不同的频率和相位,响应之间的相位差会随着时间增加而积累,传统CM方法直接对原始信号建立代理模型会使得这种误差保留在代理模型中,随时间增加其误差逐渐累积而导致边界精度失效。

而LMD-CM方法是对原信号分解后的信号特征(瞬时幅值、瞬时相位及趋势项)建立代理模型,针对瞬时相位建立的代理模型消除了样本响应间相位差的影响,在整个仿真期间LMD-CM方法的区间包络线略宽于扫描法的区间边界,始终保持着较高的区间跟踪精度。

#### 4.2 算例 2: 含不确定参数的二连杆柔性机械臂

考虑柔性机械臂为典型的二连杆系统,现研究



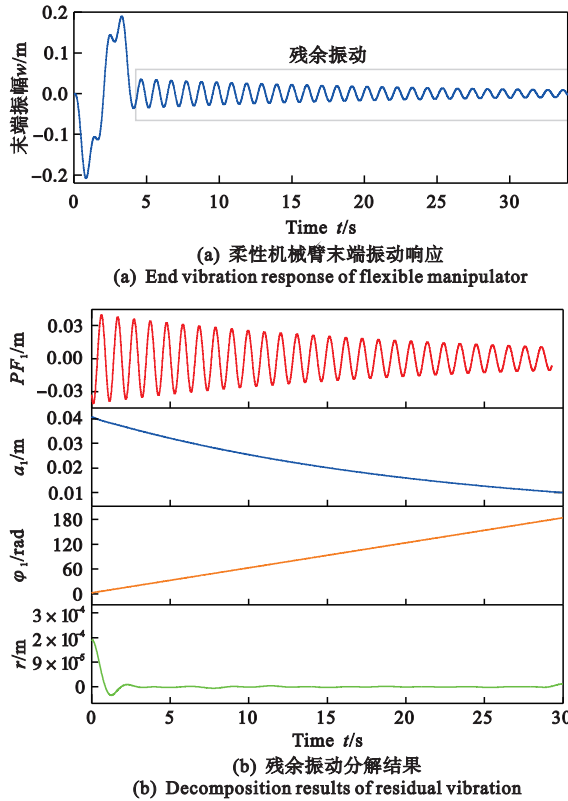


图5 柔性机械臂末端振动响应及其分解结果  
Fig. 5 End vibration response and decomposition results of flexible manipulator

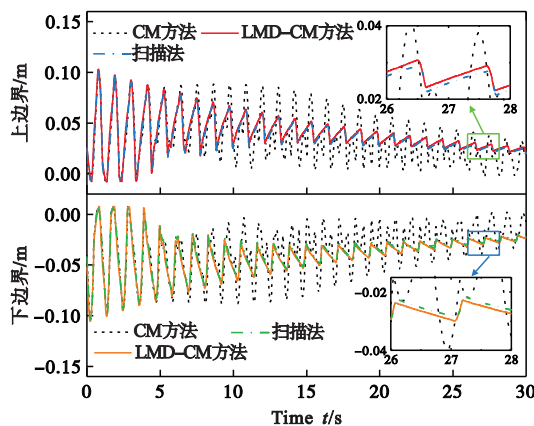


图6 含多个不确定参数的单杆柔性机械臂末端响应边界  
Fig. 6 Terminal response boundary of a single-link flexible manipulator with multiple uncertain parameters

其含多个不确定参数耦合的动态响应区间。不失一般性,假设二连杆柔性机械臂的杆2长度为不确定参数,如式(12);且考虑两个关节的驱动力矩均为不确定参数,如式(13~15)所示,得到杆1和杆2末端的振动响应的上边界如图7所示。

从图7可以看出,由于臂杆长度和关节驱动力矩的不确定性耦合作用,无论是杆1还是杆2的动态响应,传统CM方法求得的响应区间与扫描法

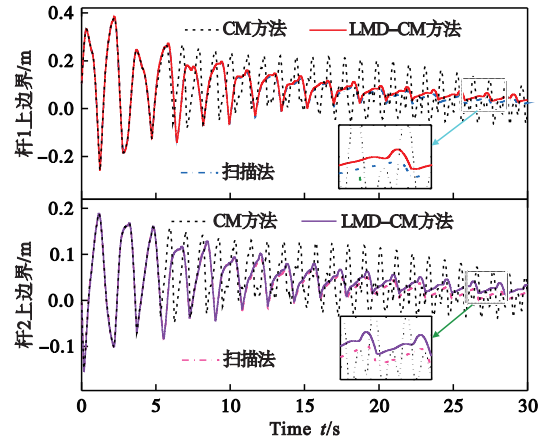


图7 含多个不确定参数的二连杆柔性机械臂末端响应边界  
Fig. 7 Terminal response boundary of a two-link flexible manipulator with multiple uncertain parameters

区间均有较大差异。具体表现为,其区间边界在5 s处开始振荡跳跃,响应幅值和频率均发生较大变化,严重偏离扫描法结果,可认为其区间响应边界精度失效。

同时,LMD-CM方法在整个仿真期间始终保持着较好的跟踪趋势,区间结果相较于传统CM方法也更为保守。但相较于算例1的仿真结果,在时间较大处其跟踪精度略有下降,这是因为算例2考虑了更多的(3个)不确定参数的耦合作用。系统中不确定参数的增加会使系统响应各个分量间的关系更为复杂,但LMD-CM方法仍表现出较好的跟踪精度和更保守的结果,这说明LMD-CM方法能够克服传统CM方法在长时程动力学不确定性分析中产生的边界过估计和精度失效的问题。

## 5 结论

(1)将LMD方法用于强非线性的响应信号分解,再基于CM方法构建信号分解后的代理模型,提出LMD-CM方法并应用于柔性机械臂的含不确定参数的长时程动力学响应不确定性分析。

(2)LMD-CM方法较传统CM方法,能更好地跟踪实际响应区间,得到的区间更为保守,一定程度上能够克服传统CM方法在长时程动力学不确定性分析中产生的边界过估计和精度失效的问题。

(3)含多个不确定参数的单杆、多杆柔性臂仿真算例及分析均说明了基于LMD-CM方法进行柔性机械臂长时程不确定性分析的有效性和准确性。

## 附录:

## Algorithm 1: LDM-CM

---

**Input:** sample response  $x(t)$   
**Output:**  $\bar{q}(t), \underline{q}(t)$

```

1:  $r(t) \leftarrow$  extension of  $x(t)$ ;
2:  $i \leftarrow 1$ ;
3: while  $i > 0$  do
4:    $a_0 \leftarrow 1$ ;
5:   repeat
6:      $n_{i,j} \leftarrow$  extreme point of  $r(t)$ ;
7:      $m_i(t) \leftarrow (n_{i,j} + n_{i,j+1})/2$ ;
8:      $a_i(t) \leftarrow |n_{i,j} - n_{i,j+1}|/2$ ;
9:      $s_i(t) \leftarrow (r(t) - m_i(t))/a_i(t)$ ;
10:     $a_0 \leftarrow a_0 \cdot a_i(t)$ ;
11:    until  $\lim s_i(t) = 1$ ;
12:     $PF_i(t) \leftarrow a_0 \cdot s_i(t)$ ;
13:     $r(t) \leftarrow r(t) - PF_i(t)$ ;
14:     $\varphi_i(t) \leftarrow \arccos s_i(t)$ ;
15:    if  $r(t)$  is monotonic then
16:      Break;
17:    else
18:       $i \leftarrow i + 1$ ;
19:    Continue;
20:  end while
21:   $\hat{a}_j(t) \leftarrow$  surrogate model  $a_i(t)$ ;
22:   $\hat{q}(t) \leftarrow \sum_{j=1}^n \hat{a}_j(t) \cos(\varphi_j(t)) + r(t)$ ;
23:   $\bar{q}(t) \leftarrow \text{Max}[\hat{q}(t)]$ ;
24:   $\underline{q}(t) \leftarrow \text{Min}[\hat{q}(t)]$ ;
25:  return  $\bar{q}(t), \underline{q}(t)$ ;

```

---

## 参考文献(References):

- [1] 鲁俊. 基于近似模型的结构动力学不确定性传递及其降低研究[D]. 重庆大学, 2020. (LU Jun, Study on Transfer and Reduction of Structural Dynamics Uncertainty based on Approximate model [D]. Chongqing University, 2020. (in Chinese))
- [2] Tong C. Problem Solving Environment for Uncertainty Analysis and Design Exploration [M]. Cham: Springer International Publishing, 2017.
- [3] Fu C, Xu Y D, Yang Y F, et al. Response analysis of an accelerating unbalanced rotating system with both random and interval variables[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, **466**: 115047.
- [4] 张敏, 付熊, 陈钰雪, 等. 带支撑粘弹性阻尼器耗能框架结构随机振动分析[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(1): 37-45. (ZHANG Min, FU Xiong, CHEN Yuxue, et al. Random vibration analysis of energy dissipation frame structure installing viscoelastic dampers with supports [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(1): 37-45. (in Chinese))
- [5] Feng X X, Zhang Y Q, Wu J L. Interval analysis method based on Legendre polynomial approximation for uncertain multibody systems[J]. *Advances in Engineering Software*, 2018, **121**: 223-234.
- [6] 祁武超, 刘恒. 区间参数结构平稳随机载荷识别方法[J]. 计算力学学报, 2018, **35**(6): 691-697. (QI Wuchao, LIU Heng. Load identification of interval parameter structures under stationary random loadings [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(6): 691-697. (in Chinese))
- [7] Meng D B, Hu Z G, Guo J B, et al. An uncertainty-based structural design and optimization method with interval Taylor expansion [J]. *Structures*, 2021, **33**: 4492-4500.
- [8] 吴景铎. 基于 Chebyshev 多项式的动力学不确定性区间算法研究[D]. 华中科技大学, 2013. (WU Jing-lai. Research on interval Algorithm of Dynamic Uncertainty based on Chebyshev Polynomial [D]. Huazhong University of Science and Technology, 2013. (in Chinese))
- [9] Wu J L, Luo Z, Zhang Y Q, et al. Interval uncertain method for multibody mechanical systems using Chebyshev inclusion functions[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2013, **95**(7): 608-630.
- [10] 柯耀祖, 张兵. 谱体积方法单元分割与问题单元标记方法的改进研究[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(5): 674-680. (KE Yao-zu, ZHANG Bing. A study on the cell partition and trouble cell marking method of spectral volume method [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(5): 674-680. (in Chinese))
- [11] Wei T H, LI F, Meng G W, et al. A univariate Chebyshev polynomials method for structural systems with interval uncertainty [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2021, **66**: 103172.
- [12] 陈光宋, 钱林方, 王明明, 等. 基于统计信息的多体系统区间不确定性分析[J]. 振动与冲击, 2019, **38**(8): 117-125. (CHEN Guang-song, QIAN Lin-fang, WANG Ming-ming, et al. An interval analysis method based on statistical information for a multibody system with uncertainty [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, **38**(8): 117-125. (in Chinese))
- [13] Cui J, Zhao Z H, Liu J W, et al. Uncertainty analysis of mechanical dynamics by combining response surface method with signal decomposition technique[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, **158**: 107570.

- [14] 陆佑方. 柔性多体系统动力学[M]. 北京:高等教育出版社,1996. (LU You-fang. *Dynamics of Flexible Multibody Systems* [M]. Beijing: Higher Education Press,1996(in Chinese))
- [15] 刘广,刘济科,陈衍茂. 基于 Wilson- $\theta$  和 Newmark- $\beta$  法的非线性动力学方程改进算法[J]. 计算力学学报,2017, **34**(4): 433-439. (LIU Guang, LIU Ji-ke, CHEN Yan-mao. An improved algorithm for nonlinear dynamic systems based on Wilson- $\theta$  and Newmark- $\beta$  method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*,2017,**34**(4):433-439. (in Chinese))
- [16] 程军圣,杨宇,于德介. 局部均值分解方法及其在齿轮故障诊断中的应用[J]. 振动工程学报,2009, **22**(1): 76-84. (CHENG Jun-sheng, YANG Yu, YU De-jie. The local mean decomposition method and its application to gear fault diagnosis[J]. *Journal of Vibration Engineering*,2009,**22**(1):76-84. (in Chinese))
- [17] 舒忠平,杨智春. 抑制经验模分解边缘效应的极值点对称延拓法[J]. 西北工业大学学报,2006, **24**(5): 639-643. (SHU Zhong-ping, YANG Zhi-chun. A better method for effectively suppressing end effect of empirical mode decomposition(EMD)[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*,2006,**24**(5): 639-643. (in Chinese))
- [18] Wei T H, LI F, Meng G W, et al. A bivariate Chebyshev polynomials method for nonlinear dynamic systems with interval uncertainties [J]. *Nonlinear Dynamics*,2022,**107**(1):793-811.

## Interval uncertainty analysis of flexible manipulator based on surrogate model

HUANG Wen-jian, LIU Fang\*, LI Chen-hui, YANG Ming-fa, WU Bao-ning

(School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Aiming at the uncertainty of dynamic responses caused by uncertain parameters in flexible manipulator systems, an interval uncertainty analysis method based on local mean decomposition(LMD) and Chebyshev surrogate model(CM) was proposed. Based on the LMD method, the nonlinear response of the flexible manipulators is decomposed into several components, and the instantaneous amplitude, instantaneous phase and trend term of the signal are analyzed. The Chebyshev surrogate model is constructed for the decomposed signal, and then the complete surrogate model of the flexible manipulators is obtained. The proposed uncertainty analysis method for flexible manipulator can improve the phenomenon of interval boundary failure in traditional CM methods in long-term analysis. A numerical example is used to demonstrate the effectiveness and accuracy of this method in uncertainty analysis of flexible manipulator systems.

**Key words:** flexible manipulator; interval analysis; uncertain parameters; surrogate model; Chebyshev polynomials