

DOI: 10.7511/jslx20230315001

激励与转角信息未知条件下桥梁结构物理参数识别

黄海新^{*1}, 金晓辉¹, 程寿山²

(1. 河北工业大学 土木与交通学院, 天津 300401;

2. 交通运输部公路科学研究所, 桥梁结构安全技术国家工程实验室(北京), 北京 100080)

摘要: 桥梁结构物理参数识别往往需要完整的结构响应和已知的外加激励信息, 这在实践中通常难以实现。为实现转角信息与外加激励数值均未知情况下的桥梁结构物理参数在线识别, 先采用静力凝聚方法消去转动自由度, 据此将扩展卡尔曼滤波方法与最小二乘法结合, 提出一种改进的扩展卡尔曼滤波方法。其中, 针对静力凝聚后观测方程呈现高度非线性, 导致卡尔曼量测矩阵计算低效的问题, 引入基于克朗尼克积的分解算法。以一座简支梁桥为例, 在移动荷载下进行了仿真测试。结果表明, 所提方法能够准确地识别结构物理参数和外加激励, 且克朗尼克积引入后, 识别精度与程序运行速度均有显著提升。

关键词: 物理参数识别; 激励和转角信息未知; 改进扩展卡尔曼滤波; 静力凝聚法; 量测矩阵分解

中图分类号: O327

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)05-0948-06

1 引言

桥梁结构在长期服役过程中, 由于人为或环境等外部因素的影响往往会产生一定的损伤, 若不能及时对损伤进行识别, 可能会引发严重的后果^[1]。为及时预测桥梁结构损伤状况, 需对桥梁结构相关参数进行识别。截至目前, 针对桥梁结构的参数识别问题, 相关学者提出了多种研究方法^[2-5]。其中, 基于物理参数的识别方法, 因其能够直接反映结构的损伤程度和损伤位置, 在结构损伤识别领域受到广泛关注。

当前现有的桥梁结构物理参数识别方法, 大多都假定外加激励为已知, 但桥梁结构所受外加激励多为移动的车辆荷载, 激励信息受车辆类型、车身质量、车辆速度、桥面铺装类型、路面粗糙度等因素影响, 往往十分复杂且具有时变性的特点, 现阶段的技术水平要获得激励的位置是可行的, 但对激励数值大小的实时获取目前还很难实现。

为解决在激励数值未知条件下结构物理参数

的识别问题, Wang 等^[6,7] 顺次应用最小二乘法与全局加权迭代的扩展卡尔曼滤波方法, 对剪切型结构刚度和阻尼参数进行识别, 效果较好, 但该方法无法在线识别结构参数。Yang 等^[8-10] 提出递推最小二乘法与改进的扩展卡尔曼滤波方法, 对剪切结构物理参数进行了在线识别。Lei 等^[11,12] 精简了 Yang 等^[9] 提出的改进扩展卡尔曼方法中关于未知激励的计算方法, 并进一步深入研究, 分别对时变结构物理参数和建筑物地震地面激励进行了识别。戚铨恺等^[13] 将子结构方法与 GEKF-UI 方法结合, 实现了部分观测下识别高层剪切框架结构参数和未知激励。童倬慧等^[14] 通过将初等变换与扩展卡尔曼滤波方法结合, 对剪切型结构和平面桁架进行了参数识别。上述方法虽然能够识别结构的物理参数和未知激励, 但多用于剪切型结构, 而桥梁结构不同于剪切型结构, 其自由度数目更多且具有转角自由度。

为解决桥梁结构转角信息难以获取的问题, 赵昕等^[15] 通过对梁式构件拟合后的反应曲线进

收稿日期: 2023-03-15; 修改稿收到日期: 2023-04-28.

基金项目: 天津市交通运输科技发展计划(2021-29; 2023-48); 桥梁结构安全技术国家工程实验室开放课题(2019-GJKFKT; 2021-GJKFKT)资助项目.

作者简介: 黄海新^{*}(1976-), 男, 博士, 教授(E-mail: hhxhebut@126.com).

引用本文: 黄海新, 金晓辉, 程寿山. 激励与转角信息未知条件下桥梁结构物理参数识别[J]. 计算力学学报, 2024, 41(5): 948-953.
HUANG Hai-xin, JIN Xiao-hui, CHENG Shou-shan. Identification on physical parameters of bridge structures with unknown excitation and rotational response[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(5): 948-953.

行求导来获得梁的转角反应曲线,并采用样本平均方法降低噪声影响。康玉梅等^[16]改进了一种基于广义逆理论的转角信息重构问题近似算法,由结构的位移测量信息计算结构转角信息。以上方法虽能反演出结构的转角信息,但计算较为复杂,且精度有时难以满足要求。何浩祥等^[17]基于静力凝聚方法,消去了桥梁结构动力学方程中的转角自由度。需要指出的是上述研究均无法识别未知激励。

综上所述,当前研究主要针对在激励数值或转角信息单一未知条件下的结构物理参数识别,尚缺乏同时考虑两个条件均未知的在线识别方法。为此,本文从桥梁结构动力学方程出发,开展激励与转角信息未知条件下桥梁结构物理参数识别问题的研究。

2 桥梁结构物理参数在线识别方法的建立

2.1 转角信息未知条件下桥梁结构动力学方程的重构

桥梁结构的动力学方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{P}(t) \quad (1)$$

式中 \mathbf{M} 为质量矩阵,以集中质量矩阵表示; \mathbf{K} 为刚度矩阵, \mathbf{C} 为阻尼矩阵,其中 $\mathbf{C} = a\mathbf{M} + b\mathbf{K}$, a 和 b 为 Rayleigh 阻尼系数; $\mathbf{P}(t)$ 为外加激励向量, \mathbf{X} , $\dot{\mathbf{X}}$ 和 $\ddot{\mathbf{X}}$ 分别为位移、速度和加速度向量。

将桥梁结构自由度按竖向与转角进行分类,同时将各自由度对应的刚度、质量以及阻尼矩阵中的元素重新排列并分块处理,则式(1)变为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{d0} \\ \mathbf{K}_{0d} & \mathbf{K}_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{K}_{d0} \\ \mathbf{K}_{0d} & \mathbf{K}_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_d(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 \mathbf{u} 和 $\boldsymbol{\phi}$ 分别为桥梁结构的竖向位移以及转角, $\mathbf{P}_d(t)$ 为与竖向位移对应的外加激励向量。

将式(2)展开,并经整理后可得

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_d \mathbf{u} = \mathbf{P}_d(t) \quad (3)$$

式中 $\mathbf{M}_d = \mathbf{M}_{dd}$, $\mathbf{K}_d = \mathbf{K}_{dd} - \mathbf{K}_{d0} \mathbf{K}_{00}^{-1} \mathbf{K}_{0d}$ 为凝聚后的刚度矩阵, $\mathbf{C}_d = a\mathbf{M}_d + b\mathbf{K}_d$ 为凝聚后的阻尼矩阵。

观察式(3)可知,静力凝聚后的动力学方程不包含转角自由度,只有竖向自由度,这就解决了桥梁结构转角信息难以测量的问题。但在上述凝聚过程中,由于对刚度矩阵进行了分块、求逆、相乘和作差等多种运算,改变了原有刚度矩阵对待识别刚

度参数线性化的特点,在参数识别过程中自然带来了识别方法要具有较强的应对非线性系统能力的需求。

2.2 激励数值未知条件下桥梁结构物理参数的识别

解决了转角信息难以测量的问题后,为实现桥梁结构物理参数在不中断交通条件下的在线识别,需要解决的是外部激励数值大小难以实时获得的问题,本文将扩展卡尔曼滤波方法与最小二乘方法相结合提出一种改进扩展卡尔曼滤波方法。不同于文献[9]将结构响应与物理参数均作为待识别参数向量的改进扩展卡尔曼滤波方法,考虑到结构响应可通过仪器量测获得,本文仅将物理参数作为待识别量,简化了参数识别公式,有助于提升可识别结构的单元规模;同时,考虑到静力凝聚后带来量测矩阵的求解困难问题,引入克朗尼克积进行分解计算,以提高求解效率。

2.2.1 改进扩展卡尔曼滤波方法基本方程的构建

静力凝聚后的动力学方程(3)可表示为

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_d \mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\eta}^* \mathbf{f}^*(t) + \boldsymbol{\eta} \mathbf{f}(t) \quad (4)$$

式中 $\mathbf{f}^*(t)$ 为凝聚后桥梁结构的未知激励向量, $\mathbf{f}(t)$ 为已知激励向量, $\boldsymbol{\eta}^*$ 与 $\boldsymbol{\eta}$ 分别为未知激励位置矩阵与已知激励位置矩阵。

将桥梁结构的刚度参数和阻尼系数作为待识别物理参数,则状态向量可表示为

$$\mathbf{Z}(t) = [\theta_{K_1}(t), \theta_{K_2}(t), \dots, \theta_{K_N}(t), a(t), b(t)]^T \quad (5)$$

式中 $\theta_{K_i}(t)$ ($i = 1 \sim N$) 为单元刚度参数, N 为桥梁结构单元数目, $a(t)$ 和 $b(t)$ 为瑞雷阻尼系数。

通常情况下,桥梁结构的物理参数在滤波时间段内不发生变化,即为常数,则状态方程可表示为

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{0} \quad (6)$$

取桥梁结构各节点竖向加速度为观测对象 $\mathbf{y}(t)$, 则连续观测方程为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{M}_d^{-1} [\boldsymbol{\eta}^* \mathbf{f}^*(t) + \boldsymbol{\eta} \mathbf{f}(t) - \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{K}_d \mathbf{u}(t)] + \mathbf{v}(t) \quad (7)$$

式中 $\mathbf{v}(t)$ 为观测噪声向量,假定为零均值白噪声。

将式(7)进行离散并简写为

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{h}(\mathbf{Z}_{k+1}, \mathbf{f}_{k+1}, \mathbf{f}_{k+1}^*, k+1) + \mathbf{v}_{k+1} \quad (8)$$

式中 \mathbf{y}_{k+1} , \mathbf{Z}_{k+1} , \mathbf{f}_{k+1} , \mathbf{f}_{k+1}^* 与 \mathbf{v}_{k+1} 分别为 $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{Z}(t)$, $\mathbf{f}(t)$, $\mathbf{f}^*(t)$ 和 $\mathbf{v}(t)$ 在 $(k+1)\Delta t$ 时刻的值。

将 $\mathbf{h}(\mathbf{Z}_{k+1}, \mathbf{f}_{k+1}, \mathbf{f}_{k+1}^*, k+1)$ 表示为 \mathbf{h}_{k+1} 并进行泰勒级数展开,可得

$$\mathbf{h}_{k+1} \approx \hat{\mathbf{h}}_{k+1/k} + \mathbf{H}_{k+1/k} (\mathbf{Z}_{k+1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}) + \mathbf{D}_{k+1/k}^* (\mathbf{f}_{k+1}^* - \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*) \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k} = \hat{\mathbf{Z}}_{k/k} + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \dot{\mathbf{Z}}(t) dt \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^* = \hat{\mathbf{f}}_{k/k}^* + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \dot{\mathbf{f}}^*(t) dt \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_{k+1/k} = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}, \mathbf{f}_{k+1}, \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*, k+1) \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_{k+1/k} = [\partial \mathbf{h}_{k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T]_{\mathbf{Z}_{k+1} = \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}} \quad (13)$$

$$\mathbf{D}_{k+1/k}^* = [\partial \mathbf{h}_{k+1} / \partial \mathbf{f}_{k+1}^{*T}]_{\mathbf{f}_{k+1}^* = \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*} \quad (14)$$

式中 $\hat{\mathbf{Z}}_{k/k}$ 与 $\hat{\mathbf{f}}_{k/k}^*$ 分别为 \mathbf{Z}_k 与 \mathbf{f}_k^* 的滤波估计值, $\hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}$ 与 $\hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*$ 为 \mathbf{Z}_{k+1} 与 \mathbf{f}_{k+1}^* 的一步预测值。

将式(9)代入式(8),则观测方程为

$$\mathbf{y}_{k+1} = \hat{\mathbf{h}}_{k+1/k} + \mathbf{H}_{k+1/k}(\mathbf{Z}_{k+1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}) + \mathbf{D}_{k+1/k}^*(\mathbf{f}_{k+1}^* - \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*) + \mathbf{v}_{k+1} \quad (15)$$

自此,基于静力凝聚后桥梁结构动力学方程的扩展卡尔曼滤波方法状态方程和观测方程构建完成。

2.2.2 量测矩阵分解算法

无论是对观测方程线性化还是后续参数识别均需计算卡尔曼量测矩阵 $\mathbf{H}_{k+1/k}$ 。观察式(13)发现,量测矩阵通过观测方程对待识别参数向量的转置向量求偏导计算,具体表达式为

$$\partial \mathbf{h}_{k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T = -\mathbf{M}_d^{-1} [\partial (\mathbf{K}_{d,k+1} \mathbf{u}_{k+1}) / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T] - \mathbf{M}_d^{-1} [\partial (\mathbf{C}_{d,k+1} \dot{\mathbf{u}}_{k+1}) / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T] \quad (16)$$

式中 $\mathbf{K}_{d,k+1}$, $\mathbf{C}_{d,k+1}$, \mathbf{u}_{k+1} 和 $\dot{\mathbf{u}}_{k+1}$ 分别为 \mathbf{K}_d , \mathbf{C}_d , $\mathbf{u}(t)$ 和 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 在 $(k+1)\Delta t$ 时刻的值。

由式(16)可知,由于静力凝聚后的观测方程非线性化程度显著提高且待识别参数向量所含参数较多,当桥梁结构规模较大时,直接计算速度较慢且容易造成滤波发散。为此,本文通过引入克朗尼克积后,采用分解的求解方法以大大降低待求偏导矩阵的复杂程度,提高求解速度。

对式(16)引入克朗尼克积并进行分解展开得

$$\partial \mathbf{h}_{k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T = -\mathbf{M}_d^{-1} (\partial \mathbf{K}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{u}_{k+1}) - \mathbf{M}_d^{-1} (\partial \mathbf{C}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T) (\mathbf{I}_n \otimes \dot{\mathbf{u}}_{k+1}) \quad (17)$$

式中 \otimes 为克朗尼克积计算符号, \mathbf{I}_n 为 n 维单位对角矩阵, n 为待识别物理参数个数。

观察式(17)可知,应用克朗尼克积展开后计算难点分别为 $\partial \mathbf{K}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T$ 和 $\partial \mathbf{C}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T$ 。其中,对于 $\partial \mathbf{K}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T$, 结合式(2)可分解为

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{K}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T &= \partial \mathbf{K}_{dd,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T - \\ &(\partial \mathbf{K}_{d0,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{K}_{00,k+1}^{-1} \mathbf{K}_{0d,k+1}) - \\ &\mathbf{K}_{d0,k+1} [-\mathbf{K}_{00,k+1}^{-1} (\partial \mathbf{K}_{00,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T) \times \\ &(\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{K}_{00,k+1}^{-1}) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{K}_{0d,k+1}) + \\ &\mathbf{K}_{00,k+1}^{-1} (\partial \mathbf{K}_{0d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T)] \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\mathbf{K}_{dd,k+1}$, $\mathbf{K}_{d0,k+1}$, $\mathbf{K}_{0d,k+1}$ 和 $\mathbf{K}_{00,k+1}$ 均与待识别参数向量中元素为一次线性关系,分解后对式中

各项分别取 $\mathbf{Z}_{k+1} = \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}$, 相较于直接对 $\mathbf{K}_{d,k+1}$ 求取偏导更加简单且计算速度更快。

对于 $\partial \mathbf{C}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T$, 可分解为

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{C}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T &= [\partial (a_{k+1} \mathbf{I}_m) / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T] (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{M}_d) + \\ &[\partial (b_{k+1} \mathbf{I}_m) / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T] (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{K}_{d,k+1}) + \\ &b_{k+1} (\partial \mathbf{K}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T) \end{aligned} \quad (19)$$

式中 \mathbf{I}_m 为 m 维单位矩阵, m 为静力凝聚后桥梁结构自由度数目, a_{k+1} 和 b_{k+1} 为 $(k+1)\Delta t$ 时刻阻尼系数值。最后一项中 $\partial \mathbf{K}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T$ 已由式(18)算出,同理,将 $\mathbf{Z}_{k+1} = \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}$ 分别代入式(19)各项可获得 $\partial \mathbf{C}_{d,k+1} / \partial \mathbf{Z}_{k+1}^T$ 的数值结果。

将式(18,19)计算结果代入式(17)即可完成量测矩阵的计算。相较于直接对静力凝聚后的观测方程求偏导,引入克朗尼克积加以分解的求解方法使偏导矩阵的求解大为简化,且待识别物理参数越多,静力凝聚后刚度矩阵越复杂,该方法优势越明显。

2.2.3 改进扩展卡尔曼滤波方程递推求解算法

针对前文构建的含未知激励情况下的状态方程和观测方程,本文将最小二乘方法与扩展卡尔曼滤波方法相结合给出递推求解算法。桥梁结构物理参数与未知激励通过式(20,21)求解

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k+1} &= \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k} + \mathbf{G}_{z,k+1} [\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{h}}_{k+1/k} - \\ &\mathbf{D}_{k+1/k}^* (\hat{\mathbf{f}}_{k+1/k+1}^* - \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*)] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k+1}^* &= \mathbf{S}_{k+1} \mathbf{D}_{k+1/k}^{*T} \mathbf{R}_{k+1}^{-1} (\mathbf{I}_m - \mathbf{H}_{k+1/k} \mathbf{G}_{z,k+1}) \times \\ &(\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{h}}_{k+1/k} + \mathbf{D}_{k+1/k}^* \hat{\mathbf{f}}_{k+1/k}^*) \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $\mathbf{G}_{z,k+1}$ 为卡尔曼增益矩阵,具体表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{z,k+1} &= \mathbf{P}_{z,k+1/k} \mathbf{H}_{k+1/k}^T [\mathbf{H}_{k+1/k} \mathbf{P}_{z,k+1/k} \mathbf{H}_{k+1/k}^T + \\ &\mathbf{R}_{k+1}]^{-1} \end{aligned} \quad (22)$$

一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{z,k+1/k}$ 求解

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{z,k+1/k} &= \mathbf{I}_n \mathbf{P}_{z,k/k} \mathbf{I}_n^T + \mathbf{Q}_{k+1} = \mathbf{P}_{z,k/k} + \mathbf{Q}_{k+1} \end{aligned} \quad (23)$$

误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{z,k/k}$ 计算

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{z,k/k} &= (\mathbf{I}_n + \mathbf{G}_{z,k} \mathbf{D}_{k/k-1}^* \mathbf{S}_k \mathbf{D}_{k/k-1}^{*T} \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_{k/k-1}) \times \\ &(\mathbf{I}_n - \mathbf{G}_{z,k} \mathbf{H}_{k/k-1}) \mathbf{P}_{z,k/k-1} \end{aligned} \quad (24)$$

未知激励相关矩阵 \mathbf{S}_{k+1} 获得

$$\mathbf{S}_{k+1} = [\mathbf{D}_{k+1/k}^{*T} \mathbf{R}_{k+1}^{-1} (\mathbf{I}_m - \mathbf{H}_{k+1/k} \mathbf{G}_{z,k+1}) \mathbf{D}_{k+1/k}^*]^{-1} \quad (25)$$

3 数值算例

3.1 算例简介

以一等截面简支梁桥为例,梁长 18 m,将其均分为 6 个单元,单元质量 m 为 8117 kg,未损伤刚度值为 $k_0 = E_0 I_0 = 7.60 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$,为模拟桥梁结构实际损伤工况,对刚度参数 k_2 和 k_5 分别进行

5%和10%的刚度折减,计算得阻尼系数分别为 $a = 0.7019$ 和 $b = 0.0043$,有限元模型如图1所示。图中 $k_1 \sim k_{16}$ 为各单元待识别刚度参数。



图1 6单元简支梁桥有限元模型
Fig.2 Simplified model of six-element simply supported beam bridge

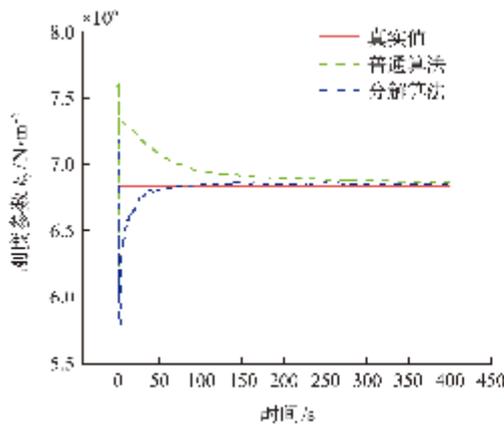
3.2 参数识别算法检验

在图1简支梁桥模型节点2和节点5处施加移动荷载 $F_1 = 2 \times 10^4 \sin(2\pi t) + 1 \times 10^4 \sin(12\pi t) + 30000$, $F_2 = 1.8 \times 10^4 \sin(3\pi t) + 2.2 \times 10^4 \sin(11\pi t) + 25000$,荷载移动速度取为 15 m/s,采样时间间隔 0.2 s,样本点数 2000,共计 400 s。为更贴合实际,在观测对象中分别添加信噪比 $SNR = 0.1$ 和 $SNR = 0.2$ 的白噪声模拟观测噪声。为对比检验在量测矩阵计算时直接采用普通算法与引入克朗尼克积的分解算法对识别桥梁结构物理参数与外加激励的不同

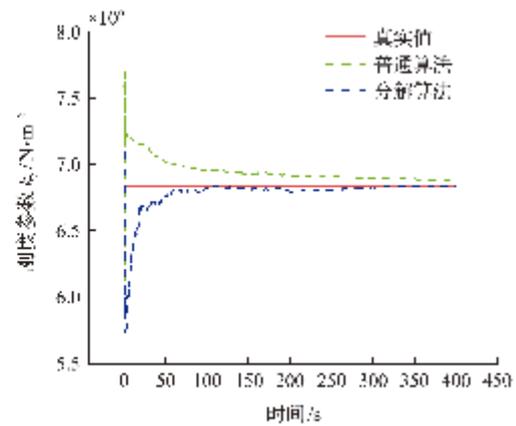
成效,图2以 k_5 为例给出了参数识别过程曲线,同时图3给出了各待识别量相对误差曲线。

经程序运行发现,2000样本点下普通算法的运行时间为 1894 s,分解算法运行时间为 432 s。从图2可以看出,在不同信噪比下,分解算法均较普通算法更快收敛于真实值,且收敛后与真实值更为接近。

从图3可以看出,两种噪声水平下刚度参数识别精度基本相同,受噪声影响较小,而阻尼系数则受噪声影响较大。相较于普通算法,分解算法识别物理参数和未知激励的相对误差较小,具有更高的识别精度。其中,在 $SNR = 0.2$ 水平下,普通算法刚度参数最大识别误差为 0.88%,阻尼系数最大识别误差为 5.14%,未知激励 $F_1(t)$ 最大误差为 19.82%;分解算法刚度参数最大识别误差为 0.15%,阻尼系数最大误差为 3.04%,未知激励 $F_1(t)$ 最大误差为 9.43%。



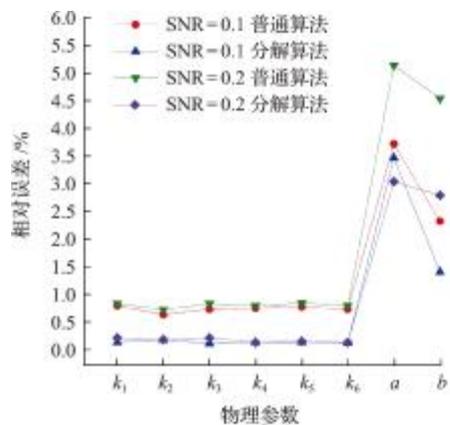
(a) SNR=0.1 时刚度参数 k_5 识别过程曲线
(a) Identification process curve of stiffness parameter k_5 at SNR=0.1



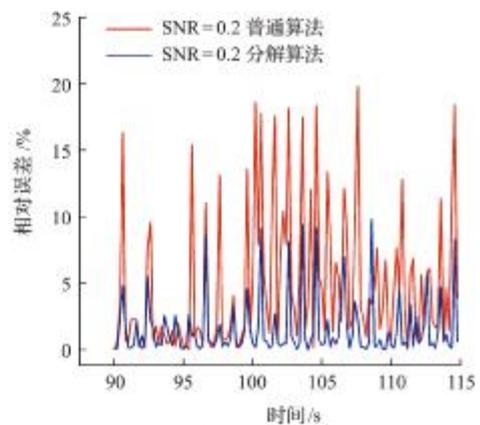
(b) SNR=0.2 时刚度参数 k_5 识别过程曲线
(b) Identification process curve of stiffness parameter k_5 at SNR=0.2

图2 物理参数 k_5 识别过程曲线

Fig.2 Identification process curve of physical parameter k_5



(a) 物理参数相对误差曲线
(a) Relative error curves of physical parameters



(b) 外加激励 $F_1(t)$ 相对误差曲线
(b) Relative error curve of $F_1(t)$ with external excitation

图3 相对误差曲线

Fig.3 Relative error curves

4 结 论

本文针对桥梁转角信息难以测量以及时变外加激励数值难以获取的现实情况,通过静力凝聚与改进扩展卡尔曼滤波方法的结合,实现了激励与转角信息未知情况下的桥梁结构物理参数识别,并通过引入克朗尼克积,提出了量测矩阵的分解算法,获得主要结论如下。

(1) 采用静力凝聚方法有效去除了转角信息对桥梁结构动力学方程的影响,利用泰勒级数展开对静力凝聚后构建的强非线性观测方程进行线性化处理,并通过引入克朗尼克积对量测矩阵分解计算,求解方式更为简便。

(2) 将扩展卡尔曼滤波方法与最小二乘方法结合,识别桥梁结构物理参数与未知激励,最终形成一种转角与外加激励均未知条件下的桥梁结构物理参数识别方法。

(3) 基于简支梁桥算例发现,引入克朗尼克积后对于物理参数以及外加激励的识别精度均有提升。同样数目样本点下,分解算法程序运行时间约为普通算法的四分之一,计算效率大幅提高。

参考文献(References):

- [1] 单德山,罗凌峰,李 乔. 桥梁健康监测 2020 年度研究进展[J]. 土木与环境工程学报(中英文),2021,43(S1):129-134. (SHAN De-shan, LUO Ling-feng, LI Qiao. State-of-the-art review of the bridge health monitoring in 2020 [J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2021, 43(S1): 129-134. (in Chinese))
- [2] 樊素英,李忠献. 桥梁结构物理参数识别的双单元子结构法[J]. 工程力学,2007,24(6):68-72. (FAN Su-ying, LI Zhong-xian. A double-element substructure method for physical parameter identification of bridge structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(6): 68-72. (in Chinese))
- [3] 吴子燕,丁 兰,刘书奎. 基于广义卡尔曼滤波的桥梁结构物理参数识别的子结构法[J]. 西北工业大学学报,2010,28(3):425-428. (WU Zi-yan, DING Lan, LIU Shu-kui. Proposing a substructure method of extended Kalman filter(EKF) for identifying physical parameters of bridge structure [J]. *Journal of North-western Polytechnical University*, 2010, 28(3): 425-428. (in Chinese))
- [4] 陈永高,钟振宇. 环境激励下桥梁结构模态参数识别的改进随机子空间算法 [J]. 振动与冲击,2020,39(16):196-204. (CHEN Yong-gao, ZHONG Zhen-yu. An improved stochastic subspace method for modal parameter identification for bridge structures under ambient excitation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(16): 196-204. (in Chinese))
- [5] 陈永高,钟振宇. 桥梁结构模态参数识别中系统阶次的自动辨识算法 [J]. 振动工程学报,2021,34(4):680-689. (CHEN Yong-gao, ZHONG Zhen-yu. Automatic identification algorithm of system order in modal parameter identification for bridge structures [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(4): 680-689. (in Chinese))
- [6] Wang D, Haldar A. Element-level system identification with unknown input [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1994, 120(1): 159-176.
- [7] Wang D, Haldar A. System identification with limited observations and without input [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, 123(5): 504-511.
- [8] Yang J N, Pan S W, Lin S L. Least-squares estimation with unknown excitations for damage identification of structures [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2007, 133(1): 12-21.
- [9] Yang J N, Pan S, Huang H. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: Unknown inputs [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2007, 14(3): 497-521.
- [10] Yang J N, Huang H W. Sequential non-linear least-square estimation for damage identification of structures with unknown inputs and unknown outputs [J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2007, 42(5): 789-801.
- [11] Lei Y, Wu Y, Li T. Identification of non-linear structural parameters under limited input and output measurements [J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2012, 47(10): 1141-1146.
- [12] Huang J S, Rao Y P, Qiu H, et al. Generalized algorithms for the identification of seismic ground excitations to building structures based on generalized Kalman filtering under unknown input [J]. *Advances in Structural Engineering*, 2020, 23(10): 2163-2173.
- [13] 戚敏恺,吴嘉敏,黄金山,等. 基于部分观测识别非线性高层剪切框架结构参数与未知地震作用 [J]. 振动与冲击,2022,41(24):51-59. (QI Cheng-kai, WU Jiamin, HUANG Jin-shan, et al. Parameters and unknown seismic excitations identification for nonlinear high-rise shear-type buildings using partial measurements [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(24): 51-59. (in Chinese))
- [14] 童倬慧,贺 佳. 基于扩展卡尔曼滤波和初等变换的

- 结构参数和荷载识别研究[J].铁道科学与工程学报,2022,19(7):2042-2049.(TONG Zhuo-hui, HE Jia. Parameters and loads identification basing on extended Kalman filter and elementary transformation[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*,2022,19(7):2042-2049. (in Chinese))
- [15] 赵昕,李杰.转角信息未知条件下的结构参数识别方法研究[J].工程力学,2003,20(4):55-59.(ZHAO Xin, Li Jie. Structural parameter estimation with unknown rotational response[J]. *Engineering Mechanics*,2003,20(4):55-59. (in Chinese))
- [16] 康玉梅,白泉,陈百玲,等.基于广义逆理论的转角信息重构近似算法[J].东北大学学报(自然科学版),2006,27(3):316-319.(KANG Yu-mei, BAI quan, CHEN Bai-ling, et al. Approximate algorithm based on generalized inverse matrix theory for rotational response reconstruction[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*,2006,27(3):316-319. (in Chinese))
- [17] 何浩祥,吕永伟,韩恩圳.基于静动力凝聚及扩展卡尔曼滤波的连续梁桥损伤识别[J].工程力学,2015,32(7):156-163.(HE Hao-xiang, LU Yong-wei, HAN En-zhen. Damage detection for continuous girder bridge based on static-dynamic condensation and EKF[J]. *Engineering Mechanics*,2015,32(7):156-163. (in Chinese))

Identification on physical parameters of bridge structures with unknown excitation and rotational response

HUANG Hai-xin^{*1}, JIN Xiao-hui¹, CHENG Shou-shan²

(1. School of Civil and Transportation Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China;

2. National Engineering Laboratory of Bridge Safety and Technology (Beijing),
Research Institute of Highway Ministry of Transport, Beijing 100080, China)

Abstract: The physical parameter identification of bridge structures often requires complete structural response and known extended excitation information, which is usually difficult to obtain in practice. In order to realize the online identification of the physical parameters of a bridge structure when the information of rotation information and the applied excitation is unknown, an improved extended Kalman filter method is proposed by combining the extended Kalman filter method with the least-squares method after eliminating the rotational degrees of freedom by means of the static coalescence method. The decomposition algorithm based on the Kronecker product is introduced for the problem that the observation equation after static coalescence presents a high degree of nonlinearity, which leads to inefficient calculation of the Kalman measurement matrix. A simply supported girder bridge is simulated under moving load as an example. The results show that the proposed method can accurately identify the physical parameters of the structure and the applied excitation, and the accuracy of the identification and the running speed of the program are significantly improved after the introduction of the Kronecker product.

Key words: physical parameter identification; unknown excitation and rotational angle information ; improved extended Kalman filtering; static coalescence method; decomposition of the measurement matrix