

DOI: 10.7511/jslx20240130001

# 金属增材制造的多物理场物质点有限元法

李明健, 陈嘉伟, 廉艳平\*

(北京理工大学 先进结构技术研究院, 北京 100081)

**摘要:** 金属增材制造过程涉及复杂的热-流-固强耦合问题, 对数值模拟算法的精度和效率提出了巨大的挑战。针对该问题, 本文提出了多物理场物质点有限元法。该方法采用结构化背景网格、有限单元和物质点离散求解各物理场, 通过分区求解和界面耦合的方式实现热-流-固耦合求解。对于潜在熔化区域和未发生熔化的区域, 分别采用物质点和有限元离散, 结合了两者在求解材料特大变形和小变形问题上的各自优势, 能够在保证计算精度的前提下有效提升计算效率。数值算例表明了本文算法的热-流-固多场耦合计算精度、相比于已有算法的高效性以及物质点和有限元离散区域界面处温度和应力的连续性。本文工作为金属增材制造过程多物理场耦合问题提供了一种高效的数值模拟方法。

**关键词:** 多物理场; 流固耦合; 物质点法; 有限元法; 增材制造

**中图分类号:** O242.21

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-4708(2024)05-0808-06

## 1 引言

金属增材制造是一种变革性的数字化制造技术<sup>[1]</sup>, 在复杂构件加工方面具有突出优势<sup>[2,3]</sup>。数值模拟是研究其中控形和控性的重要手段。然而, 该过程涉及复杂的相变、强非线性热-流-固耦合问题, 对已有算法提出了巨大挑战。

根据关注物理问题的不同, 该领域的数值模拟研究可分为三类。第一类是热-流耦合模型, 主要关注流动传热问题, 不考虑固体应力应变, 主要包括有限体积法和格子玻尔兹曼法等。文献[4,5]采用离散元和有限体积法开展了粉末尺度的制造过程数值模拟。Khairallah等<sup>[6]</sup>采用任意拉格朗日欧拉法进行激光选区熔化过程模拟。Ammer等<sup>[7]</sup>采用格子玻尔兹曼法模拟粉床尺度熔池的演化过程。第二类是热-固耦合模型, 主要关注温度场、固体变形及残余应力, 忽略熔池流动。该类模型主要采用有限元法, 并将粉末床假设为连续体, 计算效率高。Gu等<sup>[8]</sup>采用有限元模型分析了制造过程的残余应力。Denlinger等<sup>[9]</sup>开展了热-固耦合大变形模拟。第三类是热-流-固耦合模型, 目前研究较

少。Wang等<sup>[10]</sup>采用最优输运无网格法和基于变分的热力耦合本构关系实现了热-流-固耦合模拟, 但忽略了流体中的Marangoni力等影响。Lian等<sup>[11]</sup>提出了多物理场物质点法, 结合欧拉和拉格朗日算法的优势, 实现了金属增材制造过程热-流-固强耦合求解, 展现了无网格法在该类问题的优势。然而, 相比有限元, 无网格法在求解有限变形问题时效率较低。

针对以上问题, 本文提出了多物理场物质点有限元法。采用物质点和有限元分别求解潜在熔化区域和未发生熔化的区域, 并在背景网格上耦合, 从而发挥物质点法求解含相变材料特大变形、熔池流动问题的优势, 以及有限元法求解有限变形问题的精度和效率优势。在保证计算精度的前提下, 该方法相比多物理场物质点法, 有效提升了计算效率。

## 2 多物理场物质点有限元法

### 2.1 材料域划分方法

以激光选区熔化为例, 制造过程中需考虑含相变的热-流-固耦合问题。与多物理场物质点法<sup>[11]</sup>不同, 本文方法将计算区域划分为流体区、粉末区、

收稿日期: 2024-01-30; 修改稿收到日期: 2024-03-18.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(11972086); 中国博士后科学基金面上项目(2023M730258); 中央高校基本科研业务费专项资金; 北京理工大学学术启动项目(XSQD-202223002); 太行实验室项目(A3023)资助.

作者简介: 廉艳平\* (1985-), 男, 博士, 教授(E-mail: yanping.lian@bit.edu.cn).

引用本文: 李明健, 陈嘉伟, 廉艳平. 金属增材制造的多物理场物质点有限元法[J]. 计算力学学报, 2024, 41(5): 808-815.

LI Ming-jian, CHEN Jia-wei, LIAN Yan-ping. Multi-physics finite element-material point method for metal additive manufacturing [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(5): 808-815.

易熔区和恒固区(图1)。流体区包括熔池和糊状区,进行流场和温度场求解;粉末区即未熔化的粉末颗粒,进行温度场求解。易熔区和恒固区均为固体,进行温度和应力应变求解。易熔区包括基板中可能熔化的区域以及发生过熔化并凝固的区域;恒固区是始终不发生熔化的区域。

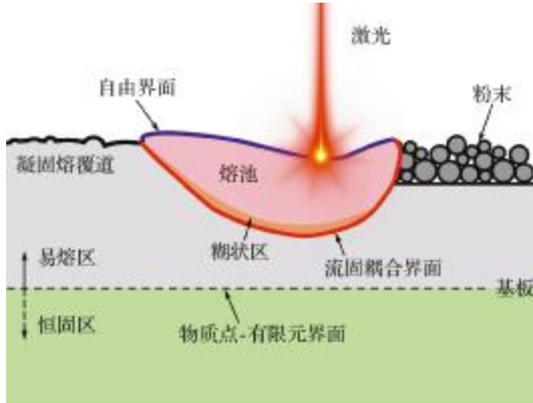


图1 激光选区熔化过程中的材料域

Fig.1 Material domain in the selective laser melting process

多物理场物质点有限元法的离散方式包括背景网格、物质点和有限元,介绍如下。

(1)背景网格。采用固定的结构化网格,覆盖全部材料域,在温度场计算中作为差分点,在流体计算中用于速度和压力求解,在固体中用于积分动量方程,以及易熔区和恒固区数据传递。

(2)物质点。用于离散未熔化的粉末颗粒、熔池/糊状区中的流体以及易熔区的固体。根据空间位置和温度历史信息,物质点标记为不同状态(图2)。物质点在温度计算中用于新单元温度的重构,在流体计算中用于速度场重构,在固体计算中用于求解易熔区。

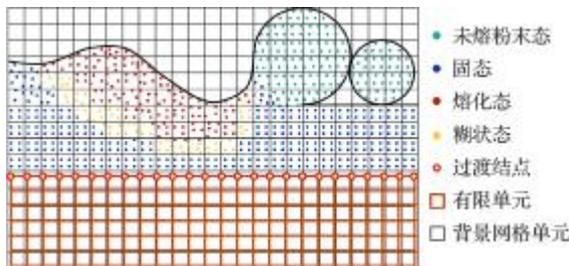


图2 空间离散和物质点的标记

Fig.2 Spatial discretization and particle tagging

(3)有限元。用于恒固区固体求解,在易熔区和恒固区交界处,其结点作为过渡结点与物质点耦合。在给定材料域尺寸时,恒固区划分区域越大,整体计算效率越高。

为描述材料域,在背景网格单元中定义金属体积分数和液体体积分两个参数。其中  $\alpha$  用于区

分单元内的空气和金属(包括液态和固态),并用于温度和流场的计算; $\gamma$ 描述液态金属占比,用于计算糊状区中的 Darcy 力以及相变潜热。体积分  $\alpha$  采用子单元占据法<sup>[11]</sup>进行更新,液态金属体积分  $\gamma$  通过温度更新<sup>[12]</sup>。通过体积分即可区分自由界面,并通过体积分的梯度获得界面法向量。

## 2.2 温度场求解方法

固体、流体和粉末中统一求解传热方程,控制方程<sup>[12]</sup>为

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \lambda \nabla^2 T - \alpha \rho_{\text{metal}} L_m \frac{D\gamma}{Dt} - \left\{ \zeta_q \frac{L_v M}{\sqrt{2\pi MRT}} \times p_0 \exp\left[\frac{L_v M(T - T_v)}{RT T_v}\right] + \bar{h}(T - T_{\text{ref}}) + \zeta \epsilon (T^4 - T_{\text{ref}}^4) \right\} \frac{2\rho c}{\rho_{\text{metal}} c_{\text{metal}} + \rho_{\text{gas}} c_{\text{gas}}} |\nabla \alpha| + q_{\text{laser}} \quad (1)$$

式中 符号  $D/Dt$  表示物质时间导数。 $\rho, c$  和  $\lambda$  分别为密度、比热容和热导率;  $L_m$  为熔化潜热,  $\zeta_q$  为蒸发损失系数,  $\bar{h}$  为对流换热系数,  $T_v$  为蒸发温度,  $L_v$  为蒸发潜热,  $M, R$  和  $p_0$  分别为摩尔质量、气体常数和参考压力,  $T_{\text{ref}}$  为参考温度,  $\zeta$  为 Stefan-Boltzmann 常数,  $\epsilon$  为发射率。  $q_{\text{laser}}$  为激光热源,具体形式可参考文献<sup>[12]</sup>。

求解温度方程时,采用二阶中心差分格式离散扩散项,采用一阶迎风格式离散对流项;时间积分采用向前欧拉差分方法。针对发生相变的单元,采用半隐式局部迭代技术<sup>[11]</sup>进行求解。由于材料域的温度场采用统一方法求解,各界面处的温度连续和热流平衡条件可以自动满足。

易熔区采用物质点离散,相比有限元区域更具流动性,因此需在每一时间步内由物质点重构背景网格温度场。首先通过质点位置信息对计算区域进行标记,对于新出现物质点的背景网格单元,采用单元内物质点的平均温度初始化其温度;求解温度方程后,再更新单元中物质点的温度。

恒固区中,有限元不参与温度场计算,其单元高斯点的温度通过最小距离插值的方式由背景网格获得。由于背景网格为结构化网格,可由高斯积分点的全局坐标计算其所在背景网格的编号

$$J_g = \left\lfloor \frac{x_k^{\text{gp}} - x_k^0}{L} \right\rfloor n_j^c n_k^c + \left\lfloor \frac{x_j^{\text{gp}} - x_j^0}{L} \right\rfloor n_i^c + \left\lfloor \frac{x_i^{\text{gp}} - x_i^0}{L} \right\rfloor + 1 \quad (2)$$

式中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整,  $(x_i^{\text{gp}}, x_j^{\text{gp}}, x_k^{\text{gp}})$  为高斯点在全局坐标系下的坐标,  $(x_i^0, x_j^0, x_k^0)$  为背景网格原

点坐标,  $L$  为背景网格单元尺寸,  $n_i^x, n_j^y$  和  $n_k^z$  为  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向上的背景网格单元数。由于高斯点与所在背景网格的中心点的距离一定小于与其他网格中心点的距离, 因此无需搜索算法即可实现最小距离匹配。通过背景网格温度和有限元高斯积分点的温度插值, 即可实现恒固区的温度更新。

### 2.3 流体求解方法

不可压缩熔融金属流体的连续性方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0 \quad (3)$$

式中  $\mathbf{u}_f$  为流体速度。流体动量方程<sup>[12]</sup>为

$$\begin{aligned} \rho_f \frac{D\mathbf{u}_f}{Dt} = & -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}_f - K_c \frac{(1-\gamma)^2}{\gamma^3 + \epsilon_0} \mathbf{u}_f + \rho_f \mathbf{g} + \\ & \rho_f \mathbf{g} \zeta_p p_0 \exp\left[\frac{L_v M(T-T_v)}{RTT_v}\right] \mathbf{n} \frac{2\rho_f}{\rho_{\text{metal}} + \rho_{\text{gas}}} \times \\ & |\nabla \alpha| + \left\{ \partial \kappa \mathbf{n} \frac{d\vartheta}{dT} [\nabla T - (\mathbf{n} \cdot \nabla T) \mathbf{n}] \right\} \times \\ & \frac{2\rho_f}{\rho_{\text{metal}} + \rho_{\text{gas}}} |\nabla \alpha| \end{aligned} \quad (4)$$

式中左端为惯性项, 右端依次为压力梯度项、粘性项、糊状区中的 Darcy 阻尼项、重力项、蒸发反冲力项和考虑 Marangoni 效应的表面张力项。  $\rho_f, \mu$  和  $p$  分别为流体的密度、动力粘度系数和压力,  $K_c$  为与渗透率相关的系数,  $\epsilon_0$  为避免奇异的小量,  $\mathbf{g}$  为重力加速度。  $p_0$  为环境压力,  $\zeta_p$  为蒸发压力系数,  $M$  为摩尔质量,  $R$  为理想气体常数,  $L_v$  为蒸发潜热,  $T_v$  为蒸发温度,  $\mathbf{n}$  为气体和金属的界面法向量,  $\kappa$  为液面曲率,  $\vartheta$  和  $d\vartheta/dT$  分别为表面张力系数和其对温度的梯度。

流体方程采用改进的不可压物质点法<sup>[11]</sup>求解, 相比传统物质点法, 该方法的优势是在背景网格上隐式求解压力场, 解决了压力非物理振荡问题; 相比有限差分/有限体积法, 该方法中物质点同时作为自由界面标记点和速度场重构点, 无需离散对流项, 且更方便与固体耦合。具体包括以下三个步骤, (1) 在背景网格结点上求解流体预测速度, 其中 Darcy 阻尼力采用隐式处理; (2) 在背景网格中心求解压力泊松方程, 采用七模板点的三维二阶中心差分方法离散求解; (3) 修正预测速度, 得到满足速度无散条件的流体结点速度。

基于获得的结点速度, 更新物质点速度, 并显式地更新其位置。在下一时刻, 通过物质点将速度重新映射到背景网格上。

### 2.4 固体求解方法

易熔区和恒固区中固体分别采用物质点和有限元法求解。平衡方程、本构方程和几何方程<sup>[12]</sup>统一表示为

$$\begin{cases} \rho_s \ddot{\mathbf{d}} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_s = \rho_s \mathbf{g} \\ \boldsymbol{\sigma}_s^\nabla = S(\dot{\mathbf{e}}, \boldsymbol{\sigma}_s, \dots) \\ \dot{\mathbf{e}} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u}_s + (\nabla \mathbf{u}_s)^\top] - \beta \dot{T} \mathbf{I} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\rho_s, \mathbf{d}, \mathbf{u}_s$  分别为固体的密度、位移和速度,  $\beta$  为热膨胀系数, 单点和双点分别表示对时间的一阶和二阶导数,  $\boldsymbol{\sigma}_s$  为 Cauchy 应力,  $\boldsymbol{\sigma}_s^\nabla$  为 Jaumann 应力率,  $S$  为本构模型函数。对于本文求解的金属增材制造问题, 采用考虑热软化效应的弹塑性模型, 根据  $J_2$  流动理论更新屈服面, 塑性阶段为线性强化, 且弹性模量、塑性模量和屈服强度均随温度的变化进行更新。

恒固区采用显式时间积分的有限元法离散求解。取虚位移  $\delta \mathbf{d}$  为试函数, 平衡方程的等效积分弱形式为

$$\int_{\Omega_{\text{FEM}}} \rho_s \ddot{\mathbf{d}} \cdot \delta \mathbf{d} d\Omega + \int_{\Omega_{\text{FEM}}} \boldsymbol{\sigma}_s : \delta \nabla \mathbf{d} d\Omega - \int_{\Omega_{\text{FEM}}} \rho_s \mathbf{g} \cdot \delta \mathbf{d} d\Omega = 0 \quad (6)$$

式中  $\Omega_{\text{FEM}}$  为有限元划分的恒固区。有限元法离散区域中, 有限单元内一点  $\mathbf{x}$  的位移都可以通过该单元上的结点位移  $\mathbf{d}_k$  线性插值得到, 结点动量方程表示为

$$M_k \ddot{\mathbf{d}}_k = \mathbf{f}_{sk} \quad (7)$$

式中结点  $k$  的集中质量为

$$M_k = \int_{\Omega_{\text{FEM}}} \rho_s N_{ek} d\Omega \quad (8)$$

有限元结点力包括外力  $\mathbf{f}_{sk}^{\text{ext}}$  和内力  $\mathbf{f}_{sk}^{\text{int}}$ , 即

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{sk} = & \mathbf{f}_{sk}^{\text{ext}} + \mathbf{f}_{sk}^{\text{int}} = \int_{\Omega_{\text{FEM}}} N_{ek} \rho_s \mathbf{g} d\Omega - \\ & \int_{\Omega_{\text{FEM}}} (\nabla N_{ek}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_s d\Omega \end{aligned} \quad (9)$$

结点  $k$  上的速度  $\mathbf{u}_{sk}$  和位移  $\mathbf{d}_k$  通过显式时间积分方案(10)进行更新

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{sk}^{n+1/2} = & \mathbf{u}_{sk}^{n-1/2} + \Delta t_s^n (\mathbf{f}_{sk}^n / M_k^n) \\ \mathbf{d}_k^{n+1} = & \mathbf{d}_k^n + \Delta t_s^{n+1/2} \mathbf{u}_{sk}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (10)$$

式中  $\Delta t_s$  是时间步长。为避免使用单点高斯积分引起的沙漏模态, 采用 Flanagan-Belytschko 沙漏阻尼力。

易熔区固体采用物质点法求解。其中, 连续场通过物质点离散表示, 物质点位移  $\mathbf{d}_p$  可通过背景网格结点位移  $\mathbf{d}_I$  表示为

$$\mathbf{d}_p \approx \sum_{I \in A_1} N_{Ip} \mathbf{d}_I \quad (11)$$

式中下标  $I$  表示背景网格结点编号,  $A_1$  为影响物质点  $p$  的结点集,  $N_{Ip}$  为结点  $I$  在物质点  $p$  处的形函数。平衡方程的离散形式为

$$m_I \ddot{\mathbf{d}}_I = \mathbf{f}_{sI}^{\text{ext}} + \mathbf{f}_{sI}^{\text{int}} \quad (12)$$

式中  $m_I$  为结点集中质量, 结点外力  $\mathbf{f}_{sI}^{\text{ext}}$  和结点内力  $\mathbf{f}_{sI}^{\text{int}}$  分别计算如下

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{sI}^{\text{ext}} &= \sum_{p \in A_p} N_{Ip} m_p \mathbf{g} + \mathbf{f}_{sI} \\ \mathbf{f}_{sI}^{\text{int}} &= - \sum_{p \in A_p} V_p \boldsymbol{\sigma}_{sp} \cdot \nabla N_{Ip} \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $V_p$  为物质点体积,  $\mathbf{f}_{sI}$  为流固界面上流体施加在固体上的结点力。在内力计算过程中, 通过结点速度计算物质点的应变和旋率增量, 考虑热应变, 通过相应的本构模型更新物质点应力。在背景网络上求解动量方程后, 采用中心差分法<sup>[13]</sup>更新物质点速度  $\mathbf{u}_{sp}$  和位移  $\mathbf{d}_p$ 。

易熔区和恒固区界面处, 有限元结点标记为过渡结点。为保证两种离散区域界面速度的连续性, 在每个时间步中, 将物质点和有限元过渡结点的质量和动量映射到背景网格结点上<sup>[13]</sup>。有限元完成结点力的计算后, 将过渡结点的结点力映射到背景网络上, 并与物质点法计算得到的背景网格结点力累加, 即

$$\mathbf{f}_I = \sum_{p=1}^{n_p} m_p N_{Ip} \mathbf{g} - \sum_{p=1}^{n_p} \boldsymbol{\sigma}_{sp} \cdot \nabla N_{Ip} \frac{m_p}{\rho_{sp}} + \sum_{i=1}^{n_I} N_{Ii} (\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_i^{\text{HG}}) \quad (14)$$

式中  $\mathbf{f}_i^{\text{HG}}$  为有限元过渡结点的沙漏阻尼力。此处将有限元过渡结点处的沙漏阻尼力去掉的原因是结点处的沙漏阻尼力具有反对称性, 映射至背景网格结点时会存在部分抵消, 降低沙漏模态抑制效果。

在背景网格完成动量方程积分后, 有限元过渡结点的位置和速度更新可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^{n+1} &= \mathbf{x}_i^n + \Delta t^{n+1/2} \left( \sum_{l=1}^n \mathbf{p}_l^{n+1/2} N_{il}^{n+1/2} / m_l^{n+1/2} + \right. \\ &\quad \left. \Delta t^n \mathbf{f}_i^{\text{HG}} / m_i \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^{n+1/2} &= \mathbf{u}_i^{n-1/2} + \Delta t^n \sum_{l=1}^n \mathbf{f}_l^{n+1/2} N_{il}^{n+1/2} / m_l^{n+1/2} + \\ &\quad \mathbf{f}_i^{\text{HG}} / m_i \Delta t^n \end{aligned} \quad (16)$$

物质点法离散区域中物质点的应变增量通过背景网格结点速度求解, 而有限元法中高斯积分点的应变增量通过有限元结点速度场求解。为保证求解有限元高斯积分点和物质点应变增量时速度场的一致性, 使用背景网格结点的速度场对有限元过渡结点的速度进行修正, 即

$$\mathbf{u}_i = \sum_{l=1}^n N_{il} (\mathbf{p}_l / m_l) \quad (17)$$

通过以上方法, 实现了物质点与有限元的耦合, 同时保证了两者界面处速度与位移的连续。

### 2.5 空间耦合和时间积分方法

多物理场物质点有限元法中, 热-流耦合和热-固耦合均通过控制方程求解实现, 流固共轭传热通过整体求解实现。流固耦合采用分区求解、界面耦合的方式实现。易熔区和恒固区的温度耦合、位移和应力耦合已经在 2.2 节和 2.4 节介绍。各求解器间的数据传递关系如图 3 所示。

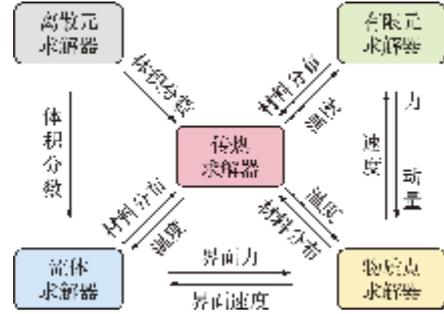


图3 热-流-固耦合中各计算域的参量传递关系  
Fig. 3 Data transfer among computational domains in the thermo-fluid-solid coupling problem

采用显式时间积分方法求解各物理场, 并采用多步长的时间积分方法以实现高效求解。温度场、流场和固体应力场求解时采用不同的时间步长, 以满足各自的 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy) 条件, 温度增量和流固耦合作用力通过线性插值计算, 具体方法可参考文献[11]。

### 2.6 求解流程

本文提出的金属增材制造过程热-流-固耦合多物理场物质点有限元法整体求解流程如下。

(1) 划分计算域, 易熔区采用物质点离散, 恒固区采用有限元离散, 并生成界面过渡结点。

(2) 进行热-流-固耦合求解, 每个时间步的步骤如下。

① 根据物质点位置和温度信息进行背景网格单元标记, 并更新体积分数和材料参数。

② 整体求解流、固和粉末区的温度场。

③ 根据标记区域, 求解熔池内的流场。

④ 用物质点-有限元法求解固体域如下。

(i) 基于背景网格温度插值得到有限元高斯点温度, 并将流体作用力分配到背景网格结点上。

(ii) 将物质点和有限元过渡结点的质量和动量映射至背景网格结点。

(iii) 基于式(17)修正有限元过渡结点速度。

(iv) 根据本构方程计算物质点和有限元应力。

(v) 基于式(9)计算有限元结点力, 式(14)计算背景网格结点力。

(vi) 在背景网格和有限元单元求解动量方程。

(vii) 更新有限元结点和物质点的位置和速度,采用式(15,16)更新过渡结点的位置和速度。

(viii) 重复上述步骤,直到与温度计算时间同步。

⑤ 进入下一时间步,重复直至计算结束。

### 3 数值算例

本节包括两个验证算例和一个应用算例,分别介绍如下。

#### 3.1 热-固耦合问题

该算例为一维热弹冲击问题,以 Balla 等<sup>[14]</sup> 推导的解析解为基准验证本文算法。考虑一杆件,左端定温,其他边界绝热,两端均为自由边界。计算域长 5 m,宽和高均为 0.02 m,左端温度为 0.001 K,其余材料属性均取 1。采用两种离散方式进行计算。第一种是全域采用物质点离散;第二种为左部分采用有限元离散,右部分采用物质点离散(图 4)。单元尺寸和初始质点间隔均为 0.02 m,物理时间为 2 s。选择距离左端 1 m 处的点 A 采样,并采用文献[11]的无量纲方法对比数值模拟和解析解的温

度和正应力。

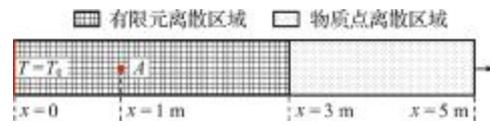


图 4 热-固耦合问题

Fig. 4 Thermo-solid coupling problem

对比温度和应力的解析解与数值解如图 5 所示。结果表明,采用物质点-有限元离散与物质点法离散结果一致;两者在温度预测上均与解析解一致,但在应力预测上有所偏差。这是由于存在强间断,导致压缩波附近存在一定的数值振荡。本文计算结果相比于物质点法的振荡幅值更小。

图 6 进一步对比了无量纲时间为 1 时,温度和应力的空间分布数值解。结果表明,本文算法得到的无量纲温度和应力与物质点法的计算结果一致。在有限元和物质点的界面附近,本文求解的温度和应力具有较好的连续性。此外,相对全域物质点离散,本文有限元区域应力具有更小的数值振荡幅值。

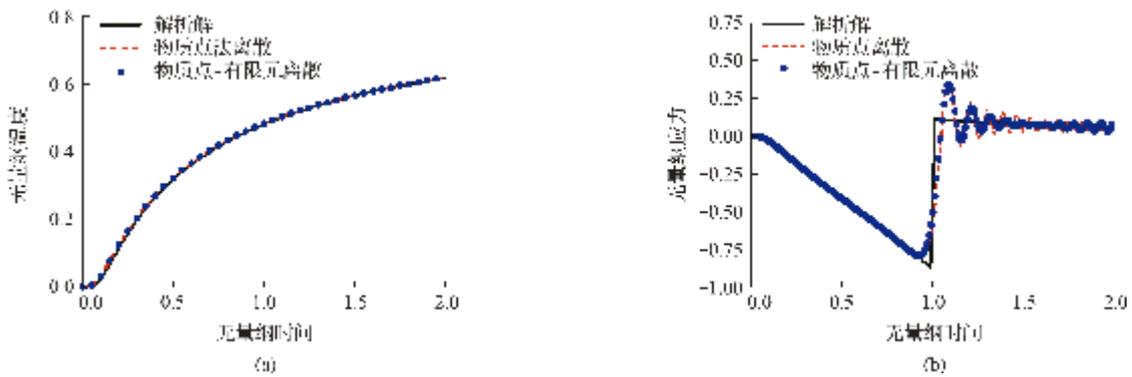


图 5 热固耦合中采样点 A 温度和应力时间历程

Fig. 5 Time histories of temperature and stress at point A in the thermo-solid coupling problem

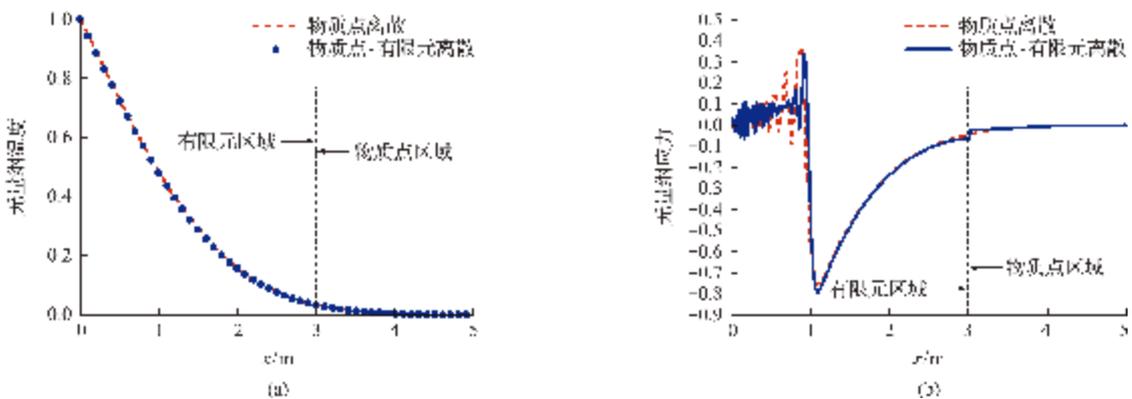


图 6 热固耦合中温度和应力的空间分布

Fig. 6 Temperature and stress distribution in the thermo-solid coupling problem

#### 3.2 热-流-固耦合问题

本算例为金属增材制造过程的热-流-固耦合问题,通过对比多物理场物质点法计算结果以验证本文算法求解热-流-固耦合问题的计算精度和有效

性。该问题中,材料采用不锈钢,材料参数在文献[11]给出。激光功率为 200 W,半径为 20 μm,扫描速度为 2 m/s,平均粉末层厚为 50 μm;整体计算域为 800 μm×240 μm×140 μm,计算总物理时

间为 1 ms。

分别采用多物理场物质点法和本文算法求解该问题。前者采用的质点间距为  $2\ \mu\text{m}$ , 网格尺寸  $4\ \mu\text{m}$ , 后者网格尺寸为  $4\ \mu\text{m}$ , 物质点离散区域为  $800\ \mu\text{m} \times 240\ \mu\text{m} \times 80\ \mu\text{m}$ , 质点间距为  $2\ \mu\text{m}$ ; 有限元离散区域尺寸为  $800\ \mu\text{m} \times 240\ \mu\text{m} \times 60\ \mu\text{m}$ , 有限单元尺寸为  $4\ \mu\text{m}$ 。背景网格单元和质点总数分别为 62.5 万和 199 万, 有限单元总数为 18 万。

图 7 展示了采用本文算法数值模拟得到的不同时刻熔池、熔覆层表面形貌、温度和 von Mises 应力云图。结果表明, 在激光扫描过程中, 凝固的熔覆层内和下方出现了高应力区域, 因未熔化的粉末颗粒不参与热应力计算而呈现为零应力状态。物质点离散区域与有限元离散区域界面处应力分布具有较好的连续性。

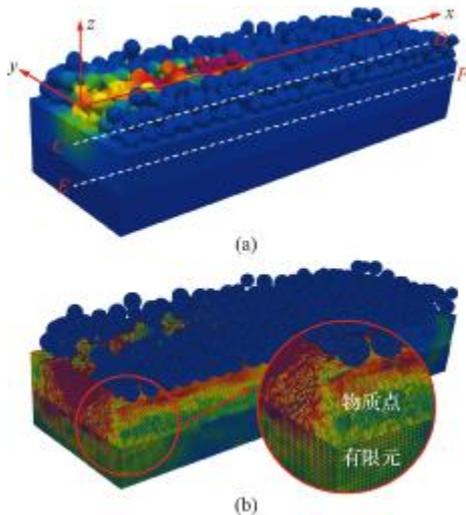


图 7 激光选区熔化问题中的温度、表面形貌和 Mises 应力  
Fig. 7 Temperature, surface morphology and Mises stress in the selective laser melting case

为进行量化对比, 在计算域中选取了两条采样线。两条采样线 CD 和 EF 分别位于有限元区域和物质点区域, 其端点坐标分别为  $(-400\ \mu\text{m}, 0, -20\ \mu\text{m})$ ,  $(400\ \mu\text{m}, 0, -20\ \mu\text{m})$  和  $(-400\ \mu\text{m}, 0, -80\ \mu\text{m})$ ,  $(400\ \mu\text{m}, 0, -80\ \mu\text{m})$ 。图 8 对比了两个模型得到的 CD 线温度和 EF 线  $\sigma_x$  结果。结果表明, 在熔池前方材料膨胀并在边界条件限制下产生压应力, 熔池后方由于冷却收缩产生较大的拉应力; 在远离激光热源且温度接近环境温度的未熔化区域, 沿扫描方向的应力  $\sigma_x$  接近于 0。对比表明, 本文算法和多物理场物质点法计算结果一致。然而, 针对该问题和相应的离散设置, 在保持相同计算精度的前提下, 本文算法耗时为 49260 s, 多物理场物质点法耗时为 82200 s; 前者较后者计算效率提升了 40% 以上。值得注意的是, 本文算法的

计算效率提升一定程度上取决于有限元域物质点离散区域的比值, 并随该比值变大而增加。

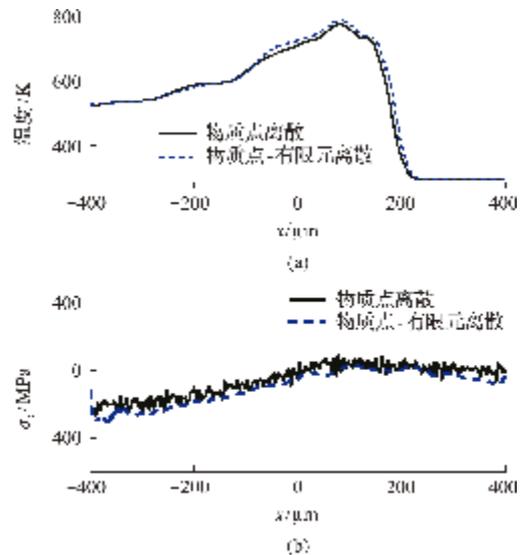


图 8 物质点-有限元离散和全物质点离散对比  
(温度和应力空间分布)

Fig. 8 Comparison of the results from multi-physics FEMP and MPM (temperature and Mises stress profiles)

### 3.3 激光功率对温度和应力的影响

采用多物理场物质点有限元法进一步研究激光功率对熔覆层形貌和基板内热应力分布的影响。为此, 考虑激光功率 50 W, 100 W 和 200 W 三个工况, 其余参数和模型设置与 3.2 节相同。

图 9 对比了不同激光功率下的熔覆层形貌和 Mises 应力分布。结果表明, 随着激光功率的增大,

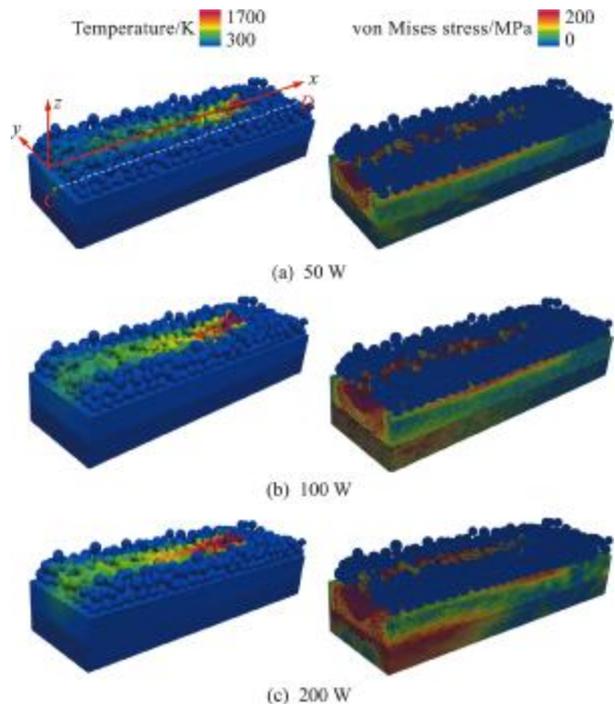


图 9 不同功率下温度和应力的空间分布

Fig. 9 Temperature and stress fields with different laser powers

熔池尺寸增大,且熔池下方高应力区域也随之增大。因此,高激光功率虽可避免融合不良,但会引起较大的热应力和变形。进一步,选取采样线 CD 作为监测位置,端点坐标与 3.2 节相同。图 10 给出了 0.3 ms 时刻的 CD 线上温度分布和  $\sigma_x$  应力分量分布。结果表明,热应力随着能量输入密度的增加而变大,并且应力空间分布的波动性随之变大。

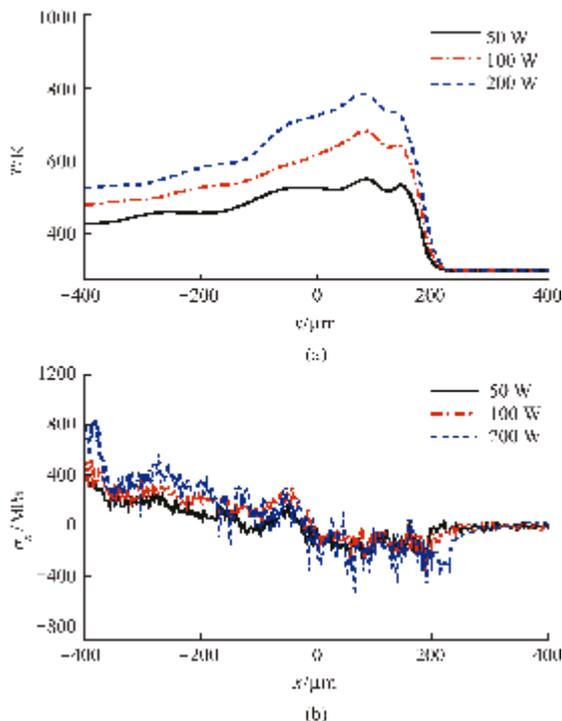


图 10 不同激光功率下温度和应力在采样线 CD 处的空间分布  
Fig. 10 Temperature and stress distributions over the CD probe line with different laser powers

## 4 结 论

针对金属增材制造中的热-流-固耦合问题,本文提出了多物理场物质点有限元法。算法通过背景网格、有限元和物质点离散计算域,实现了熔池流动传热和结构应力耦合求解。数值算例表明,该方法在物质点、有限元界面处温度和应力连续性较好,计算结果与解析解及物质点法计算结果吻合。在激光选区熔化热-流-固耦合问题中,本文算法计算效率显著高于物质点法,计算效率的提升程度与物质点和有限元离散区域尺寸相关,典型算例中可提升 40% 以上。该方法有望成为金属增材制造过程成型机理和工艺参数优化研究的有力工具。

## 参考文献(References):

[1] 李涤尘,苏 泰,卢秉恒. 增材制造—创新与创业的利器[J]. 航空制造技术, 2015, **58**(10): 38-43. (LI Di-chen, SU Qin, LU Bing-heng. Additive manu-

ring—tool for innovation and entrepreneurship [J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2015, **58**(10): 38-43. (in Chinese))

- [2] 廉艳平,王潘丁,高 杰,等. 金属增材制造若干关键力学问题研究进展[J]. 力学进展, 2021, **51**(3): 54. (LIAN Yan-ping, WANG Pan-ding, GAO Jie, et al. Fundamental mechanics problems in metal additive manufacturing: A state-of-art review [J]. *Advances in Mechanics*, 2021, **51**(3): 648-701. (in Chinese))
- [3] 霍泽凯,王 博,周 演,等. 面向增材制造的双蒙皮夹层结构加筋拓扑优化方法[J]. 计算力学学报, 2023, **40**(6): 861-871. (HUO Ze-kai, WANG Bo, ZHOU Yan, et al. Topology optimization of double-skin stiffened sandwich structure for additive manufacturing [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, **40**(6): 861-871. (in Chinese))
- [4] Yan W T, Qian Y, Ge W J, et al. Meso-scale modeling of multiple-layer fabrication process in selective electron beam melting: Inter-layer/track voids formation [J]. *Materials & Design*, 2018, **141**: 210-219.
- [5] Wang Z K, Yan W T, Liu W K, et al. Powder-scale multi-physics modeling of multi-layer multi-track selective laser melting with sharp interface capturing method [J]. *Computational Mechanics*, 2019, **63**(4): 649-661.
- [6] Khairallah S A, Martin A A, Lee J R I, et al. Controlling interdependent meso-nanosecond dynamics and defect generation in metal 3D printing [J]. *Science*, 2020, **368**(6491): 660-665.
- [7] Ammer R, Markl M, Ljungblad U, et al. Simulating fast electron beam melting with a parallel thermal free surface lattice Boltzmann method [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2014, **67**(2): 318-330.
- [8] Gu D D, He B B. Finite element simulation and experimental investigation of residual stresses in selective laser melted Ti-Ni shape memory alloy [J]. *Computational Materials Science*, 2016, **117**: 221-232.
- [9] Denlinger E R, Gouge M, Irwin J, et al. Thermomechanical model development and in situ experimental validation of the Laser Powder-Bed Fusion process [J]. *Additive Manufacturing*, 2017, **16**: 73-80.
- [10] Wang H, Liao H M, Fan Z Y, et al. The Hot Optimal Transportation Meshfree(HOTM) method for materials under extreme dynamic thermomechanical conditions [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2020, **364**: 112958.
- [11] Lian Y P, Chen J W, Li M J, et al. A multi-physics

- material point method for thermo-fluid-solid coupling problems in metal additive manufacturing processes [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2023, **416**:116297.
- [12] Li M J, Chen J W, Lian Y P, et al. An efficient and high-fidelity local multi-mesh finite volume method for heat transfer and fluid flow problems in metal additive manufacturing [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023, **404**:115828.
- [13] Lian Y P, Zhang X, Liu Y. An adaptive finite element material point method and its application in extreme deformation problems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012, **241**:275-285.
- [14] Balla M. Analytical study of the thermal shock problem of a half-space with various thermoelastic models [J]. *Acta Mechanica*, 1991, **89**(1):73-92.
- [15] Khairallah S A, Anderson A. Mesoscopic simulation model of selective laser melting of stainless steel powder [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2014, **214**(11):2627-2636.

## Multi-physics finite element-material point method for metal additive manufacturing

LI Ming-jian, CHEN Jia-wei, LIAN Yan-ping\*

(Institute of Advanced Structure Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The intricacies of thermo-fluid-solid interactions greatly challenge the numerical methods for metal additive manufacturing processes. We propose a multi-physics finite element-material point method to address this problem. The method employs a structured background grid, finite elements, and material points to discretised material domains and subsequently integrates them through a partitioned approach and interface coupling method. The material points and the finite elements are utilized for the potential melting region and the non-melting region, respectively, such that their respective advantages in solving extreme deformation and small deformation problems are incorporated into the method for enhancing efficiency without compromising accuracy. Numerical cases demonstrate the accuracy of the proposed method for the thermo-fluid-solid coupling problems, its superior efficiency compared with existing algorithms, and the continuity of temperature and stress at the finite element-material point interface. This study presents an efficient method for the multi-physics coupling problems in metal additive manufacturing.

**Key words:** multi-physics; fluid-structure interaction; material point method; finite element method; additive manufacture