

DOI: 10.7511/jslx20221204002

# 基于近场动力学的材料热力耦合损伤行为分析

邵滨, 姜翠香\*, 曾金宝

(武汉科技大学 理学院, 武汉 430065)

**摘要:** 为对热载荷作用下材料的损伤破坏行为进行研究, 本文提出了单键双参数近场动力学热力耦合模型, 给出了该模型下键的断裂准则。该模型考虑了键的切向变形与温度变化之间的关系, 解决了键型近场动力学热力耦合模型只能对定值泊松比材料进行求解的问题, 可研究温度场作用下泊松比对材料损伤行为的影响。本文采用该模型对热冲击作用下陶瓷片的损伤行为进行了模拟分析, 结果表明, 通过该模型得到的裂纹萌生及裂纹扩展形态与实验结果吻合较好; 进一步就泊松比对材料损伤破坏行为的影响进行研究, 结果表明, 随着泊松比增大, 裂纹萌生时间提前, 裂纹间距增大, 而主裂纹长度会增加, 泊松比的变化对热载荷作用下材料的破坏损伤行为有明显的影响。

**关键词:** 键型近场动力学; 热力耦合; 泊松比; 陶瓷; 裂纹

**中图分类号:** O346.1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-4708(2024)04-0795-06

## 1 引言

材料在热冲击荷载作用下会发生变形或破坏, 对工程结构造成严重的影响, 研究热冲击荷载下材料的损伤破坏行为是非常必要的。由于热冲击荷载作用下材料内部应力应变及材料损伤破坏的复杂性, 实验研究往往低效且不易实施, 传统有限元法在进行破坏分析时亦存在一定的不足。Silling等<sup>[1]</sup>提出的近场动力学 PD(Peridynamics)理论, 其积分的求解形式及非局部的特点使其在求解不连续问题上备受关注。在热力耦合破坏分析中, 考虑到热传导的非局部性及对不连续问题的求解, PD理论显示出独特的优势, 得到了很好的应用, 并已取得了大量的研究成果。

在基于近场动力学理论对材料热力耦合行为研究方面, Bobaru等<sup>[2,3]</sup>推导了近场动力学瞬态热传导方程, 与局部模型算例的解析解进行对比, 验证了模型的有效性, 同时验证了在不连续问题中该模型的适用性。Oterkus等<sup>[4,5]</sup>推导了欧拉-拉格朗日方程下的态型近场动力学扩散模型, 给出了无量纲形式的近场动力学热力完全耦合的理论公式。

D'Antuono等<sup>[6]</sup>提出了弱耦合的键型近场动力学 BPD(Bond-based Peridynamics)热力耦合模型, 采用多速率显示积分的方法进行求解, 较好地预测了薄板和厚板在热冲击荷载下裂纹的萌生和扩展。Wang等<sup>[7]</sup>建立了弱耦合热弹性态型近场动力学 SBPD(state-based Peridynamics)模型, 模拟了陶瓷冷淬过程中裂纹的演化过程, 并与实验吻合较好。He等<sup>[8]</sup>提出了一种引入包含热膨胀系数的修正项 SBPD模型, 通过对钢板水淬裂纹的分析验证了该模型的有效性, 并研究了弹性模量、热膨胀系数和断裂韧性的分布对裂纹萌生和扩展的影响。

但 PD理论在处理不连续问题时仍存在一些不足, 如 SBPD模型复杂和计算效率低, BPD计算效率较高, 但存在泊松比为定值, 计算精度不高<sup>[9-11]</sup>等问题。

黄小华等<sup>[12]</sup>对冲击荷载下脆性薄板裂纹扩展路径进行研究时, 提出在键内添加切向刚度系数的单键双参数近场动力学 TBPD(Two-parameter Bond-based Peridynamics)模型, 得到模型的双参数与材料弹性参数的转换公式, 该模型可以考虑材料泊松比的变化。

收稿日期: 2022-12-04; 修改稿收到日期: 2023-02-10.

基金项目: 省部共建耐火材料与冶金国家重点实验室基金(武汉科技大学)(G201407)资助项目.

作者简介: 姜翠香\* (1967-), 女, 博士, 教授(E-mail: jiangcuixiang@wust.edu.cn).

引用本文: 邵滨, 姜翠香, 曾金宝. 基于近场动力学的材料热力耦合损伤行为分析[J]. 计算力学学报, 2024, 41(4): 795-800.

SHAO Bin, JIANG Cui-xiang, ZENG Jin-bao. Thermal-mechanical coupling damage behavior of material based on peridynamics [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(4): 795-800.

本文提出了 TBPD 热力耦合模型,在近场动力学热力耦合方程中考虑了键的切向变形与温度变化之间的关系,给出了 TBPD 热力耦合模型中键的断裂准则,解决了 BPD 热力耦合模型只能对定值泊松比材料进行求解的问题。通过算例对 TBPD 热力耦合模型的正确性和有效性进行了验证,并进一步分析研究了热冲击荷载下泊松比对材料破坏行为的影响。

## 2 近场动力学理论

### 2.1 单键双参数近场动力学理论

TBPD 模型<sup>[12]</sup>将 BPD 运动方程(1)中的本构力( $f(x, \hat{x}, t)$ )从原运动方程中沿键方向的力式(2a)变为沿平行键初始方向的法向力和垂直键初始方向的切向力(2b),如图 1 所示。

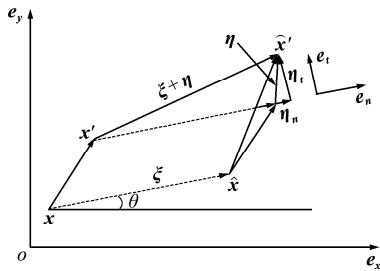


图 1 TBPD 模型  
Fig. 1 TBPD model

$$\rho \ddot{u}(x, t) = \int_{H_x} f(x, \hat{x}, t) dV_{\hat{x}} + b(x, t) \quad (1)$$

式中  $\rho$  为材料的密度,  $u(x, t)$  为  $t$  时刻物质点的位移,  $H_x$  为物质点  $x$  的邻域范围,  $V_{\hat{x}}$  为物质点  $\hat{x}$  的体积,  $b(x, t)$  为  $t$  时刻物质点  $x$  处的体力密度。

$$f_{\text{BPD}} \approx cs \xi / |\xi| \quad (2a)$$

$$f_{\text{TBPD}} = (c_n \eta_n e_n + c_t \eta_t e_t) / |\xi| \quad (2b)$$

$$\begin{cases} e_n = \cos\theta e_x + \sin\theta e_y \\ e_t = -\sin\theta e_x + \cos\theta e_y \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\xi$  为初始时刻两物质点的相对位移,  $e_n$  和  $e_t$  分别为沿键初始方向(法向  $e_n // \xi$ )和垂直于该方向(切向  $e_t \perp \xi$ )的单位矢量,  $c_n$  和  $c_t$  分别为键常数  $c$  沿键法向和切向的分量,  $\eta_n$  和  $\eta_t$  分别为键相对位移沿法向和切向的分量。

平面应力和平面应变问题中  $c_n$  和  $c_t$  及对应的泊松比适用范围列入表 1。

### 2.2 近场动力学热力耦合方程

由近场动力学热传导方程及运动方程,通过引入热膨胀系数进行耦合,反映变形与温度变化之间的关系,可得到近场动力学热力耦合方程。

表 1  $c_n$  和  $c_t$  及对应的泊松比适用范围  
Tab. 1  $c_n, c_t$  and the corresponding Poisson's ratio applicable range

	$c_n$	$c_t$	适用范围
平面应力	$\frac{6E}{\pi h \delta^3 (1-\nu)}$	$\frac{6E(1-3\nu)}{\pi h \delta^3 (1-\nu^2)}$	$-1 < \nu \leq 1/3$
平面应变	$\frac{6E}{\pi h \delta^3 (1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{6E(1-4\nu)}{\pi h \delta^3 (1+\nu)(1-2\nu)}$	$-1 < \nu \leq 1/4$

其热传导方程及运动方程为

$$\rho c_v \dot{\theta}(x, t) = \int_{H_x} [\underline{h}(x, t) \langle \hat{x} - x \rangle - \underline{h}(\hat{x}, t) \langle x - \hat{x} \rangle + \theta(x, t) \underline{B} \langle \hat{x} - x \rangle \cdot \underline{\dot{Y}} \langle \hat{x} - x \rangle] dV_{\hat{x}} + h_s(x, t) \quad (4)$$

$$\rho \ddot{u}(x, t) = \int_{H_x} [(\underline{T}_s \langle \hat{x} - x \rangle - \underline{B} \langle \hat{x} - x \rangle T) - (\underline{T}_s \langle x - \hat{x} \rangle - \underline{B} \langle x - \hat{x} \rangle T)] dV_{\hat{x}} + b(x, t) \quad (5)$$

式中  $c_v$  为比热容,  $h_s(x, t)$  为  $t$  时刻物质点  $x$  的热源密度,  $\underline{T}_s$  为力矢量状态,  $\underline{B}$  为热模量状态矢量,  $\underline{\dot{Y}}$  为伸长量标量状态的时间导数,  $T$  为温度变化量。

其中,耦合项  $\underline{B} \cdot \underline{\dot{Y}}$  表示变形对温度的影响,  $\underline{B} T$  表示温度对变形的影响。

## 3 单键双参数近场动力学热力耦合模型

### 3.1 单键双参数近场动力学热力耦合理论

近场动力学理论用热模量标量状态  $\underline{\beta}$  定义热模量状态  $\underline{B}$ , 用伸长量标量状态的时间导数定义变形状态  $\underline{\dot{Y}}$ , 即

$$\underline{B} \langle \hat{x} - x \rangle = \underline{\beta} \langle \hat{x} - x \rangle \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \quad (6)$$

$$\underline{\dot{Y}} \langle \hat{x} - x \rangle = \dot{\epsilon} \langle \hat{x} - x \rangle \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|}$$

式中  $\underline{\beta} \langle \hat{x} - x \rangle = \frac{c_n \alpha}{2} \langle \hat{x} - x \rangle = \frac{c_t \alpha}{2} \langle \hat{x} - x \rangle \cdot \underline{\eta}$ ,  $\alpha$  为材料热膨胀系数。

在 TBPD 模型中,变形对温度的影响耦合项  $\underline{B} \cdot \underline{\dot{Y}}$  表达式为

$$\underline{B} \langle \hat{x} - x \rangle \cdot \underline{\dot{Y}} \langle \hat{x} - x \rangle = (\underline{\beta}_n \dot{\eta}_n e_n + \underline{\beta}_t \dot{\eta}_t e_t) \langle \hat{x} - x \rangle \quad (7)$$

式中  $\underline{\beta}_n$  和  $\underline{\beta}_t$  分别为  $\underline{\beta}$  沿法向和切向的分量,  $\underline{\beta}_n = \frac{c_n \alpha}{2} \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \cdot e_n$ ,  $\underline{\beta}_t = \frac{c_t \alpha}{2} \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \cdot e_t$ ;  $\dot{\eta}_n$  和  $\dot{\eta}_t$  分别为  $\dot{\eta}$  沿法向和切向的分量,  $\dot{\eta}_n = \dot{\eta} \cdot e_n$ ,  $\dot{\eta}_t = \dot{\eta} \cdot e_t$ 。

温度对变形的影响  $\underline{B} T$  表达式为

$$\underline{B} \langle \hat{x} - x \rangle T = (\underline{\beta}_n e_n + \underline{\beta}_t e_t) T \langle \hat{x} - x \rangle \quad (8)$$

得到 TBPD 热力耦合方程

$$\rho c_v \dot{\theta}(x, t) = \int_{H_x} \left( f_h(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, t) - \sum_{k=1}^2 \theta(x, t) \frac{c_k \alpha \dot{\eta}_k}{2} \times \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \cdot \mathbf{e}_k \right) \cdot dV_{\hat{\mathbf{x}}} + h_s(x, t) \quad (9)$$

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(x, t) = \int_{H_x} \sum_{k=1}^2 c_k \left[ s_k - \alpha \hat{T} \left( \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \cdot \mathbf{e}_k \right) \right] \cdot \mathbf{e}_k dV_{\hat{\mathbf{x}}} + \mathbf{b}(x, t) \quad (10)$$

式中 下标  $k=1, 2$  时, 分别代表法向( $n$ )和切向( $t$ ),  $s_n$  和  $s_t$  分别为键伸长率在法向和切向分量,  $\hat{T}$  为两点的温度均值。

在数值计算中, 本文采用交错法, 通过显示积分的方式进行求解。温度场和变形场的求解中时间步收敛性不同, 为确保求解过程的稳定性, 均按变形场的时间步进行计算。

### 3.2 断裂与损伤的描述

采用能量准则作为键的断裂依据, 当键所含的微观应变能密度达到临界值  $\omega_{c0}$ <sup>[12]</sup> 则键断裂, 引入时间相关的标量函数  $\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, t)$  记录键是否断裂, 当  $\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, t) = 0$  时, 表示键断裂, 此时两物质点间不再有相互作用。

$$\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, t) = \begin{cases} 0 & \left( \frac{1}{2} c_n (s_n - s_1)^2 + \frac{1}{2} c_t (s_t - s_2)^2 \geq \omega_{c0} \right) \\ 1 & \left( \frac{1}{2} c_n (s_n - s_1)^2 + \frac{1}{2} c_t (s_t - s_2)^2 < \omega_{c0} \right) \end{cases} \quad (11)$$

$$s_1 = \alpha \hat{T} \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \cdot \mathbf{e}_n, s_2 = \alpha \hat{T} \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \cdot \mathbf{e}_t \quad (12)$$

式中 二维情况下  $\omega_{c0} = 2G_c / (h \delta^4)$ , 三维情况下  $\omega_{c0} = 5G_c / (\pi \delta^5)$ 。

通过统计物质点断裂与未断裂的键数来对损伤进行描述

$$\varphi(x, t) = 1 - \left( \int_{H_x} \mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, t) dV_{\hat{\mathbf{x}}} / \int_{H_x} dV_{\hat{\mathbf{x}}} \right) \quad (13)$$

式中  $\varphi(x, t)$  为局部损伤函数。

## 4 实例计算与分析

### 4.1 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 陶瓷淬火过程模拟分析

为对 TBPD 热力耦合模型的正确性进行验证, 本节采用 TBPD 热力耦合模型对文献[13]中 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 陶瓷片在淬火过程中的裂纹萌生及扩展进行了模拟计算。实验中 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 陶瓷片淬火过程陶瓷片仅四边与室温下的水发生热传递, 为简化计算, 采用 1/4 模型进行分析, 如图 2 所示。计算模

型上侧和右侧为自由边界条件, 热力学边界条件为对流边界, 下侧和左侧分别施加  $x$  方向和  $y$  方向的位移约束, 热力学边界为绝热边界。离散后的物质点间距  $\Delta = 0.05 \text{ mm}$ , 邻域大小  $\delta = 3\Delta$ , 时间步长  $\Delta t = 4 \times 10^{-9} \text{ }\mu\text{s}$ , 根据实验, 水的初始温度为 293 K, 陶瓷片的初始温度及参考温度  $\theta_0 = 773 \text{ K}$ , 材料参数列入表 2。

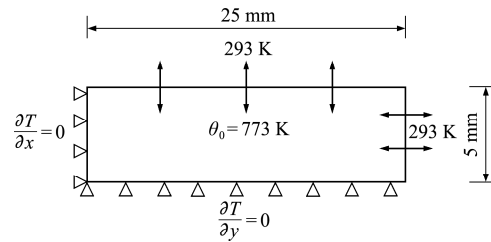


图 2 计算模型  
Fig. 2 Computational model

表 2 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 陶瓷片材料参数  
Tab. 2 Material parameters of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ceramic plate

弹性模量 $E$ /GPa	泊松比 $\nu$	密度 $P$ /kg · m <sup>-3</sup>	临界能量释放率 $G_0$ /J · m <sup>-2</sup>
370	0.3	3980	243
热膨胀系数 $\alpha$ /K <sup>-1</sup>	比热容 $c_v$ /J · (kg · K) <sup>-1</sup>	热传导系数 $k$ /J · (m · K) <sup>-1</sup>	对流换热系数 $h$ /W · (m <sup>2</sup> · K) <sup>-1</sup>
$7.5 \times 10^{-6}$	880	31	70000

采用 TBPD 法及有限元法计算得到的试样中裂纹萌生和扩展如图 3 所示, TBPD 分析结果及有限元法和实验研究的结果对比如图 4 所示。

可以看出, 在热荷载作用下, 首先在陶瓷片周边开始出现裂纹萌生, 形成初始裂纹, 随着热荷载的继续作用, 裂纹扩展并逐渐开始分化, 裂纹扩展方向与温度梯度方向一致。当裂纹扩展至一定长度时, 部分裂纹会停止扩展, 这部分成为 I 级裂纹, 其余裂纹则会继续扩展, 最终分化形成 II 级和 III 级裂纹, 各级裂纹交错分布, 图 3(a~c) 显示了相似的裂纹扩展规律。

如图 4 所示, 采用本文提出的 TBPD 热力耦合模型, 其计算结果图 4(a) 与实验结果图 4(c) 吻合较好, 可在一定程度上用于预测热荷载作用下材料内部的裂纹萌生与扩展。与有限元法图 4(b) 相比, 该方法中裂纹扩展路径计算结果受节点及网格因素影响较小, 裂纹扩展方向与实验吻合较好。

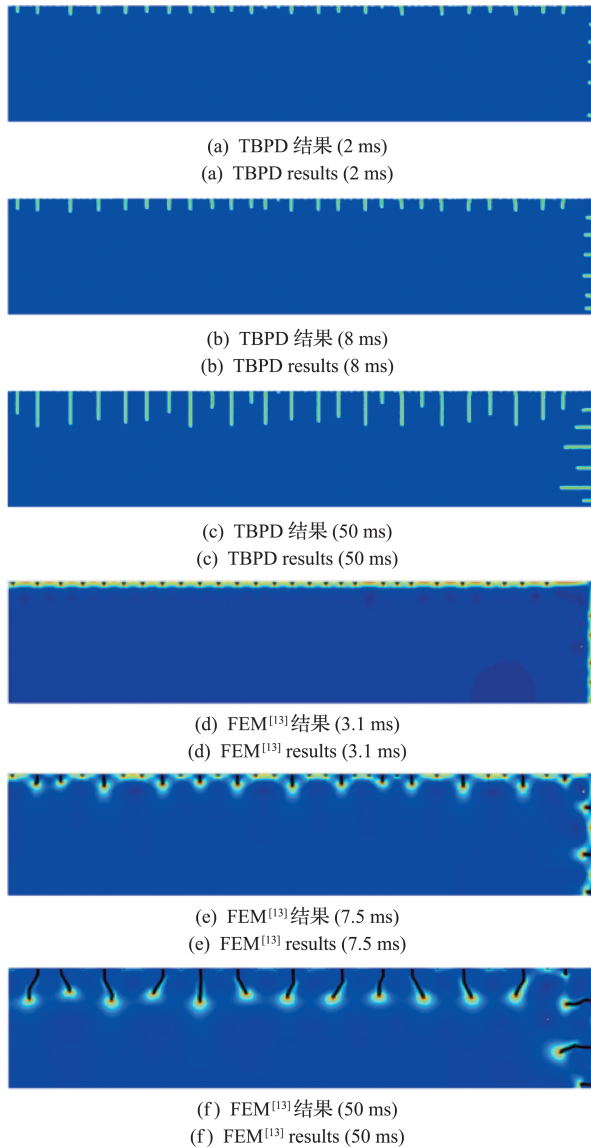


图3 裂纹萌生及扩展  
Fig. 3 Crack initiation and propagation

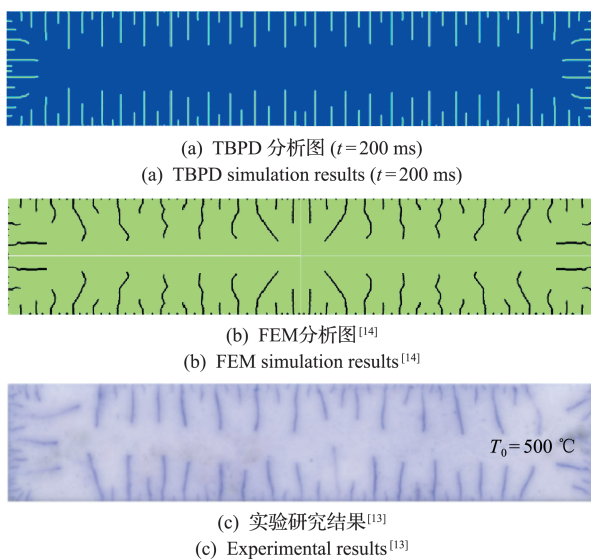


图4 裂纹扩展分布  
Fig. 4 Crack propagation distribution diagram

### 4.2 泊松比对材料破坏的影响

为探究泊松比对材料损伤行为的影响,选取不同的泊松比对4.1节的试样模型进行研究。根据材料泊松比的变化范围<sup>[15]</sup>,分别选取泊松比 $\nu$ 为0.22,0.25和0.30进行模拟分析。计算结果如图5所示,图5(a~c)反映了在热荷载作用下,三种不同泊松比陶瓷片的裂纹萌生情况,图5(d~f)为三种不同泊松比陶瓷片的裂纹扩展分布。

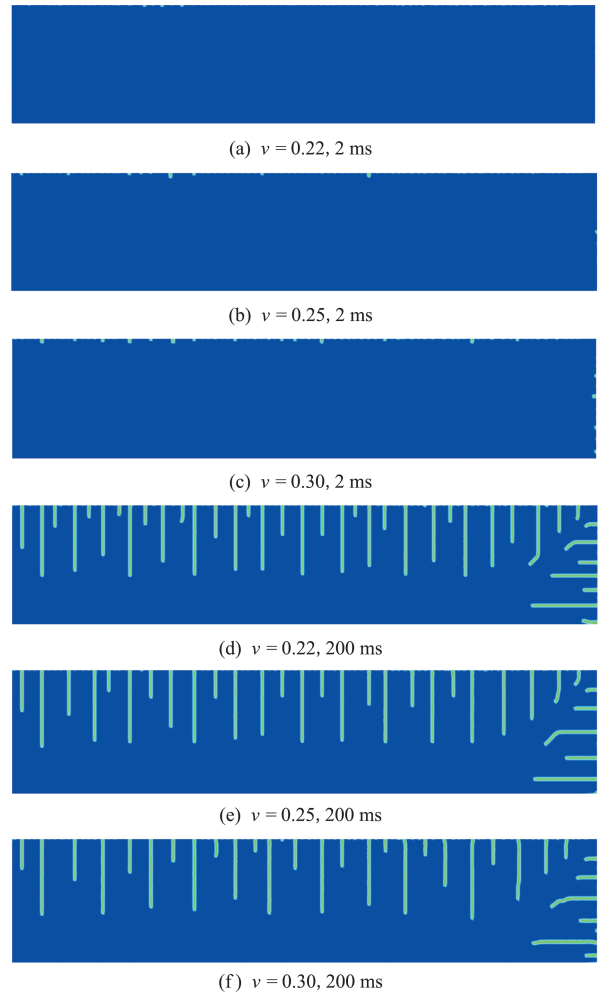


图5 不同泊松比下裂纹萌生及扩展规律  
Fig. 5 Crack initiation and propagation under different Poisson's ratios

可以看出,初始裂纹萌生阶段(图5(a~c)),在同等外界条件和相同时间步下,三种不同泊松比陶瓷片材料中,泊松比最大( $\nu=0.3$ )的试样萌生裂纹数最多,泊松比最小的试样( $\nu=0.22$ )萌生裂纹数最少,由此可见,泊松比增大,材料更易于萌生裂纹,泊松比大的材料裂纹萌生时间缩短。由图5(d~f)所示的三种不同泊松比试样中裂纹分布可知,随着泊松比的增大,试样中裂纹间距增大,裂纹数量减小,但III级裂纹(主裂纹)长度增大。本算例中,对应于泊松比 $\nu$ 分别为0.22,0.25和0.3的试样,相

应的最长主裂纹长度比约为0.615:0.642:0.668。泊松比的增大更易于在材料中形成贯穿裂纹。

## 5 结 论

为对热冲击载荷作用下材料的损伤破坏行为进行研究,论文提出了 TBPD 热力耦合模型,给出了该模型下键的断裂准则,该模型考虑了键的切向变形与温度变化之间的关系。通过实例计算对该模型的正确性和有效性进行了验证,采用该模型对  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷片在淬火过程中的裂纹萌生及扩展进行了模拟计算,获得以下结论。

(1) TBPD 热力耦合模型解决了 BPD 模型在分析热力耦合问题时泊松比为定值的问题,可应用于更广泛材料的研究。

(2) 对  $\text{Al}_2\text{O}_3$  陶瓷片在淬火过程中的裂纹萌生及扩展进行了实例计算,研究表明,采用 TBPD 热力耦合模型的计算结果与实验结果吻合较好,可在一定程度上用于预测热荷载作用下材料内部的裂纹萌生与扩展,与有限元法相比, TBPD 热力耦合模型较好地解决了有限元法节点及网格大小等对裂纹扩展路径的影响。

(3) 对不同泊松比材料在热荷载作用下的裂纹萌生及扩展进行了模拟计算,研究表明,一方面,泊松比增大,材料更易于萌生裂纹,泊松比大的材料裂纹萌生时间缩短;另一方面,随着泊松比的增大,材料中裂纹间距增大,裂纹数量减小,但主裂纹长度增大,泊松比大的材料更易于形成贯穿裂纹。材料的热力耦合是一个复杂的问题,研究材料在热荷载作用下的损伤行为需综合考虑材料内部各物理力学参数在耦合场中的变化关系。

## 参考文献(References):

- [1] Silling S A, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics [J]. *Computers & Structures*, 2005, **83**(17-18): 1526-1535.
- [2] Bobaru F, Duangpanya M. A peridynamic formulation for transient heat conduction in bodies with evolving discontinuities [J]. *Journal of Computational Physics*, 2012, **231**(7): 2764-2785.
- [3] Bobaru F, Duangpanya M. The peridynamic formulation for transient heat conduction [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, **53**(19-20): 4047-4059.
- [4] Oterkus S, Madenci E, Agwai A. Fully coupled peridynamic thermomechanics [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2014, **64**: 1-23.
- [5] Oterkus S, Madenci E, Agwai A. Peridynamic thermal diffusion [J]. *Journal of Computational Physics*, 2014, **265**: 71-96.
- [6] D'Antuono P, Morandini M. Thermal shock response via weakly coupled peridynamic thermo-mechanics [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2017, **129**: 74-89.
- [7] Wang Y T, Zhou X P, Zhang T. Size effect of thermal shock crack patterns in ceramics: Insights from a non-local numerical approach [J]. *Mechanics of Materials*, 2019, **137**(10): 103133.
- [8] He D W, Huang D J, Jiang D. Modeling and studies of fracture in functionally graded materials under thermal shock loading using peridynamics [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2021, **111**: 102852.
- [9] 顾鑫, 章青, Madenci E. 多物理场耦合作用分析的近场动力学理论与方法 [J]. *力学进展*, 2019, **49**(1): 576-598. (GU Xin, ZHANG Qing, Madenci E. Review of peridynamics for multi-physics coupling modeling [J]. *Advances in Mechanics*, 2019, **49**(1): 576-598. (in Chinese))
- [10] 黄丹, 章青, 乔丕忠, 等. 近场动力学方法及其应用 [J]. *力学进展*, 2010, **40**(4): 448-459. (HUANG Dan, ZHANG Qing, QIAO Pi-zhong, et al. A review on peridynamics(PD) method and its application [J]. *Advances in Mechanics*, 2010, **40**(4): 448-459. (in Chinese))
- [11] 刘文洋, 杨刚. 基于近场动力学的动态断裂数值仿真 [A]. 第一届无网格粒子类方法进展与应用研讨会论文集 [C]. 2016. (LIU Wen-yang, YANG Gang. Numerical simulation of dynamic fracture based on peridynamics [A]. Proceedings of the 1<sup>st</sup> Symposium on Meshfree and Particle Method [C]. 2016. (in Chinese))
- [12] 黄小华, 李双, 金艳丽, 等. 平行双裂纹扩展的单键双参数近场动力学研究 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2020, **41**(6): 832-839, 936. (HUANG Xiao-hua, LI Shuang, JIN Yan-li, et al. Propagation of central parallel cracks using two-parameter bond-based peridynamics [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2020, **41**(6): 832-839, 936. (in Chinese))
- [13] Jiang C P, Wu X F, Li J, et al. A study of the mechanism of formation and numerical simulations of crack patterns in ceramics subjected to thermal shock [J]. *Acta Materialia*, 2012, **60**(11): 4540-4550.
- [14] Li J, Song F, Jiang C P. Direct numerical simulations on crack formation in ceramic materials under thermal shock by using a non-local fracture model [J]. *Journal of the European Ceramic Society*, 2013, **33**(13-14): 2677-2687.
- [15] Giannakeas I N, Papathanasiou T K, Bahai H. Simulation of thermal shock cracking in ceramics using bond-based peridynamics and FEM [J]. *Journal of the European Ceramic Society*, 2018, **38**(8): 3037-3048.

## Thermal-mechanical coupling damage behavior of material based on peridynamics

SHAO Bin, JIANG Cui-xiang\*, ZENG Jin-bao

(College of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

**Abstract:** In order to study the damage behavior of materials under thermal loading, a two-parameter bond-based peridynamics thermal-mechanical coupling model is proposed and the fracture criterion of the bond is given in this paper. This model includes the relationship of the bond's tangential deformation with the temperature. Compared with the bond-based peridynamics thermal-mechanical coupling model, the materials without a fixed Poisson's ratio are considered in this model, so that this model can be applied to study the effects of Poisson's ratio on damage behavior of materials under thermal loading. The damage behavior simulation of a ceramic plate under thermal shock loading is carried out, which shows that the crack initiation and propagation patterns obtained by this model are in agreement with the experimental results. Further researches on the influence of Poisson's ratio on material damage behavior show that, increasing Poisson's ratio results in earlier initiation of cracks, growth of the crack spacing and increase of the leading crack length, which indicates that the Poisson's ratio significantly influences the material damage behavior under thermal loading.

**Key words:** bond-based peridynamics; thermal-mechanical coupling; Poisson's ratio; ceramic; crack

~~~~~  
(上接第 794 页)

## Calculation of complex modes of non-proportionally damped systems using real modes

WEI Xiang-tian, WU Bai-sheng\*, ZHONG Hui-xiang

(School of Electro-Mechanical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** In this paper, a new method for calculating complex modes of non-proportionally damped systems using real modes is proposed. First, an embedded parameter is introduced to directly connect the undamped system with the damped system, and then the modal normalization condition is constructed. The eigenvalues and eigenvectors of the non-proportionally damped system are expanded as the power series of this parameter to obtain the governing equations of the expansion coefficients. The eigenvector expansion coefficients can be determined by solving systems of equations with the same symmetric real-coefficient matrix by Nelson's method for each eigenpair. The proposed approach involves only the modes of interest, no modal truncation, but no generalized inversion, and no matrix expansion. Two numerical examples are given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** non-proportional damping; complex mode; perturbation expansion; mode normalization; Nelson's method