

DOI: 10.7511/jslx20230208001

考虑静强度的复合材料疲劳寿命预测 及概率特性分析

赵维涛*, 刘春升, 朱律婧

(沈阳航空航天大学 航空宇航学院, 沈阳 110136)

摘要:为考虑初始静强度对疲劳寿命的影响,基于经典剩余强度理论,构建同时考虑初始静强度和应力的复合材料疲劳寿命预测模型。建立的寿命预测模型能够表征疲劳寿命与初始静强度和应力之间的内在关系,可退化为经典S-N曲线。疲劳寿命与初始静强度呈非线性关系,疲劳寿命与应力呈高度非线性关系,疲劳寿命的概率分布可根据初始静强度和应力的概率分布利用MCS获得。算例表明,初始静强度和应力的概率特性对剩余强度和疲劳寿命的概率特性均有影响,相比初始静强度,应力对疲劳寿命概率特性的影响更加显著。

关键词:疲劳寿命;复合材料;静强度;概率特性;S-N曲线

中图分类号: O213.2; O346.2

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)04-0696-06

1 引言

复合材料具有比金属更好的力学性能,在航空航天等领域得到广泛应用。在复合材料疲劳寿命预测方面,学者们做了大量研究工作。Schaff等^[1]提出了复合材料在疲劳载荷作用下的剩余强度和寿命模型预测。Gao等^[2]基于干涉理论建立了剩余强度概率模型。Chen等^[3]基于剩余强度模型和疲劳寿命曲线,建立了应力峰值概率密度函数和随机过程功率谱密度模型。Wu等^[4]利用强度、刚度退化模型和损伤等效原理建立了疲劳累积损伤模型。Zheng等^[5]利用改进的Puck准则给出了复合材料层合板疲劳寿命的渐进疲劳损伤模型。Gao等^[6]描述了强度和刚度退化引起损伤的发展过程,提出了复合材料疲劳损伤模型。Zhao等^[7]提出了以剩余强度为变量的疲劳损伤模型。Alizadeh等^[8]研究了复合材料层合板分层面积对结构承载能力的影响,建立了剩余强度模型。Dalli等^[9]研究了尺寸效应对复合材料剩余强度的影响。

邱爽^[10]基于复合材料层合板疲劳损伤演化机制,提出了一种考虑多种影响因素的剩余刚度退化模型。田昆^[11]结合复合材料失效准则、剩余强度

和剩余刚度模型,模拟累积损伤过程,建立了疲劳寿命预测模型。拓宏亮等^[12]结合失效准则和材料性能退化模型建立了复合材料层合板疲劳损伤演化过程模型。汪厚冰等^[13]通过研究含离散源损伤的复合材料壁板剩余强度,提出了在内压-轴压联合载荷下的剩余强度模型。马存旺等^[14]基于粘聚区模型的观点,建立了复合材料结构分层疲劳全寿命预测方法。张文姣^[15]建立了复合材料疲劳损伤模型,研究平均应力、铺层和加载方式对单向板疲劳性能的影响。刘建明等^[16]结合剩余强度理论、非线性损伤累积理论和正则化疲劳寿命模型,对螺栓连接结构进行了疲劳寿命预测。

对于基于损伤或剩余强度/刚度的复合材料结构疲劳寿命预测模型,不但需要疲劳寿命实验数据,而且还需要在实验过程测定损伤量或剩余强度/刚度,进而对模型中的相关参数进行确认。由于复合材料的可设计性,如不同铺层数量、不同纤维角度和不同铺层厚度,预测模型中的相关参数是否具有普适性还需要大量的工程实际加以验证。参照金属疲劳,基于S-N曲线的疲劳寿命预测方法已由工程实际认可。本文基于经典剩余强度模型,构建考虑初始静强度的复合材料疲劳寿命模型,表

收稿日期:2023-02-08; 修改稿收到日期:2023-06-12.

基金项目:国家自然科学基金(12272240)资助项目.

作者简介:赵维涛*(1977-),男,博士,教授(E-mail:zhwt201@163.com).

引用本文:赵维涛,刘春升,朱律婧.考虑静强度的复合材料疲劳寿命预测及概率特性分析[J].计算力学学报,2024,41(4):696-701.

ZHAO Wei-tao, LIU Chun-sheng, ZHU Jin-jing. Prediction and probability characteristic analysis of fatigue life for composite materials considering static strength[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(4): 696-701.

征疲劳寿命与初始静强度和加载应力之间的内在关系。在模型构建过程中,仅需常规的疲劳和初始静强度实验数据,不需要损伤量或剩余强度/刚度实验数据,建立的寿命预测模型可以退化为经典S-N曲线。

2 剩余强度与疲劳寿命

2.1 剩余强度

一般情况下,材料剩余强度应满足以下三个基本条件,(1) 剩余强度与初始静强度有关,初始静强度服从一定的统计分布;(2) 初始未加载时,剩余强度等于初始静强度;(3) 当材料发生破坏,剩余强度等于加载最大应力。

Schaff 等^[1]给出了复合材料经典剩余强度模型,其表达式为

$$R(n) = R(0) - [R(0) - \sigma_{\max}](n/N) \quad (1)$$

式中 n 为载荷循环次数, N 为材料破坏时的载荷循环次数, $R(n)$ 为载荷循环 n 次后的剩余强度值, σ_{\max} 为载荷循环下的最大应力。

材料破坏时的载荷循环次数 N 与应力水平有关,结合式(1),剩余强度模型可以表示为

$$R(n) = R(0) - f(R(0), \sigma_{\max})n \quad (2)$$

式中 $f(R(0), \sigma_{\max})$ 为初始静强度 $R(0)$ 和最大应力 σ_{\max} 的函数。

由式(1)可知,建立经典剩余强度模型需要不同应力水平下的剩余强度实验数据,而获得剩余强度实验数据必然增加实验成本,因此假定 $f(R(0), \sigma_{\max})$ 可表示为

$$f(R(0), \sigma_{\max}) = R(0)k_1\sigma_{\max}^{k_2} \quad (3)$$

式中 k_1 和 k_2 为材料常数,可由实验数据拟合得到。

将式(3)代入式(2),有

$$R(n) = R(0) - R(0)k_1\sigma_{\max}^{k_2}n \quad (4)$$

2.2 疲劳寿命与S-N曲线

将 $n = N, R(N) = \sigma_{\max}$ 代入式(4),则材料破坏时的载荷循环次数 N 为

$$N = (R(0) - \sigma_{\max}) / (R(0)k_1\sigma_{\max}^{k_2}) \quad (5)$$

由式(5)可得

$$k_1\sigma_{\max}^{k_2} = (R(0) - \sigma_{\max}) / (R(0)N) \quad (6)$$

将式(6)代入式(4),有

$$R(n) = R(0) - R(0)k_1\sigma_{\max}^{k_2}n = R(0) - [R(0) - \sigma_{\max}](n/N) \quad (7)$$

对比式(1,4,7)可知,由式(4)表达的剩余强度模型是经典剩余强度模型的另一种表达。

式(5)可以进一步表示为

$$Nk_1\sigma_{\max}^{k_2} = (R(0) - \sigma_{\max}) / R(0) = \varphi \quad (8)$$

式中 φ 为强度衰减率,其表达式为

$$\varphi = (R(0) - \sigma_{\max}) / R(0) \quad (9)$$

由式(8)可知,当 $\varphi = 1$ 时,有

$$Nk_1\sigma_{\max}^{k_2} = 1 \quad (10)$$

对比式(8,10)可知,本文建立的疲劳寿命与应力之间的关系表达式(S-N曲线)可退化为经典S-N曲线。相比经典S-N曲线,本文方法考虑了初始强度对疲劳寿命的影响,能够表征疲劳寿命与材料初始强度和应力之间的内在关系。

2.3 概率特性

由式(4)可知,当不考虑应力随机性时,剩余强度与初始强度具有相同的概率分布;由式(5)可知,疲劳寿命概率分布与初始强度概率分布是非线性关系;由式(4,5)可知,剩余强度和疲劳寿命的概率分布均与应力概率分布呈高度非线性关系。

3 算例

算例1 文献[10]对铺层为 $[\pm 45]_{16}$ 碳纤维复合材料层合板进行了静拉伸实验和拉-拉疲劳实验。静拉伸实验结果为{83.35, 79.55, 77.79, 82.16, 80.17},均值 $R(0)$ 为 80.60 MPa,强度变异系数 $V_{R(0)} = 0.0272$ 。在 $0.8R(0), 0.7R(0)$ 和 $0.6R(0)$ 应力水平下的疲劳寿命分别为{2015, 2680, 2415}, {5110, 5890, 6025} 和 {21567, 25787, 17870}。基于实验数据,利用MCS(抽样 10^7)探讨剩余强度与疲劳寿命的概率特性,假设初始静强度和应力均服从正态分布。

(1) S-N曲线

基于实验数据,利用式(8,10)拟合的曲线如图1所示。相比实验数据,本文方法和经典S-N曲线方法的预测误差分别为-8.60%, 16.47%, -7.98%和-5.83%, 10.16%, -5.57%,平均绝对值误差分别为11.02%和7.19%。从预测精度可以看出,本文方法与经典S-N曲线方法大致相同。

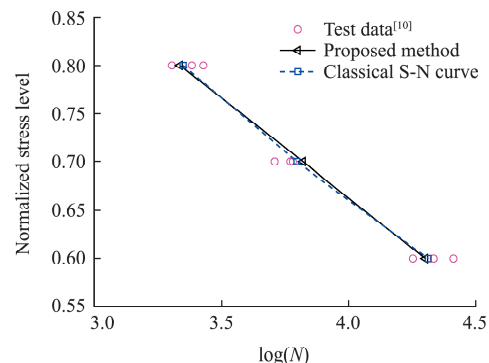


图1 S-N曲线(算例1)
Fig. 1 S-N curve (example 1)

(2) 剩余强度概率特性

① 应力均值对剩余强度的影响。应力均值为 $0.6R(0), 0.7R(0)$ 和 $0.8R(0)$, 应力变异系数 $V_\sigma = 0.1$; $R(0) = 80.60$ MPa, 变异系数 $V_{R(0)} = 0.0272$; 加载次数 $n = 2.5 \times 10^3$ 。基于本文方法, 剩余强度的概率密度曲线如图 2 所示。可以看出, 在低应力水平 $0.6R(0)$ 下, 剩余强度服从正态分布, 但在高应力水平 $0.8R(0)$ 下, 剩余强度不服从正态分布。

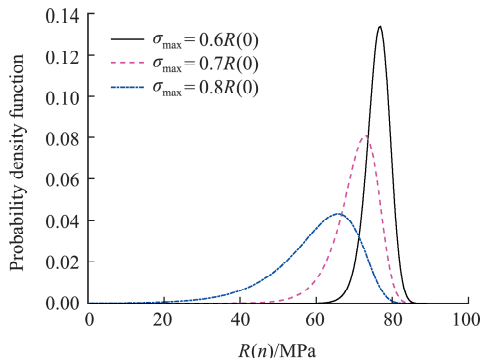


图 2 不同应力均值下的剩余强度
Fig. 2 Residual strength under different stress means

② 应力变异系数 CV (Coefficient of Variation) 对剩余强度的影响。应力均值为 $0.7R(0)$, $V_\sigma = 0.05, 0.10$ 和 0.15 ; $R(0) = 80.60$ MPa, $V_{R(0)} = 0.0272$; 加载次数 $n = 5.0 \times 10^3$ 。剩余强度的概率密度曲线如图 3 所示。可以看出, 应力变异系数不同, 剩余强度的分布形式是不同的, 应力变异系数越高, 剩余强度分散性越大。

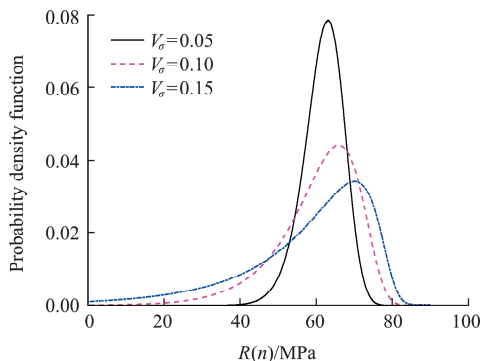


图 3 不同应力变异系数下的剩余强度
Fig. 3 Residual strength under different CV of stress

③ 初始静强度变异系数对剩余强度的影响。 $R(0) = 80.60$ MPa, $V_{R(0)} = 0.05, 0.10$ 和 0.15 ; 应力均值为 $0.7R(0)$, $V_\sigma = 0.1$; 加载次数 $n = 5.0 \times 10^3$ 。剩余强度的概率密度曲线如图 4 所示。可以看出, 初始静强度变异系数不同, 剩余强度的分布形式略有不同, 初始静强度变异系数越高, 剩余强度分散性越大。

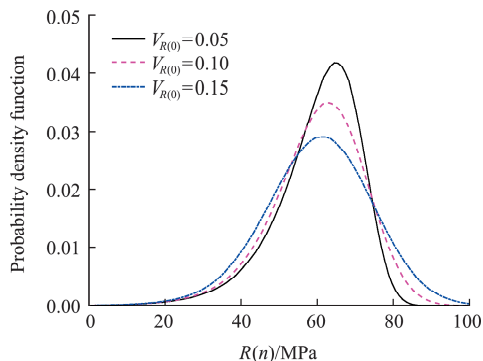


图 4 不同初始静强度变异系数下的剩余强度
Fig. 4 Residual strength under different CV of initial static strength

(3) 疲劳寿命概率特性

① 应力均值对疲劳寿命的影响。应力均值为 $0.6R(0), 0.7R(0)$ 和 $0.8R(0)$, $V_\sigma = 0.1$; $R(0) = 80.60$ MPa, $V_{R(0)} = 0.0272$ 。疲劳寿命的概率密度曲线如图 5 所示。可以看出, 随着应力均值的增加, 疲劳寿命均值快速降低。

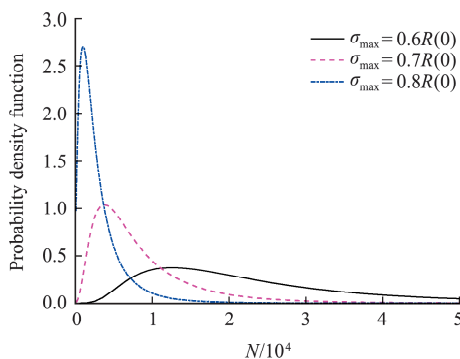


图 5 不同应力均值下的疲劳寿命
Fig. 5 Fatigue life under different stress means

② 应力变异系数对疲劳寿命的影响。应力均值为 $0.7R(0)$, $V_\sigma = 0.05, 0.10$ 和 0.15 ; $R(0) = 80.60$ MPa, $V_{R(0)} = 0.0272$ 。疲劳寿命的概率密度曲线如图 6 所示。可以看出, 应力变异系数越大, 疲劳寿命分散性越大。

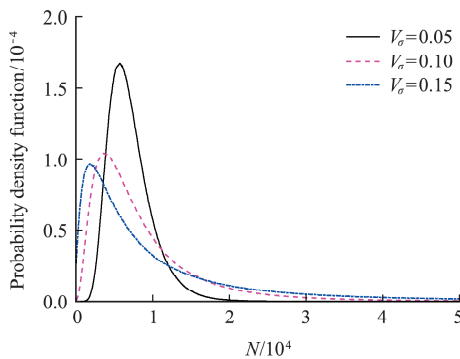


图 6 不同应力变异系数下的疲劳寿命
Fig. 6 Fatigue life under different CV of stress

③ 初始静强度变异系数对疲劳寿命的影响。 $R(0) = 80.60 \text{ MPa}$, $V_{R(0)} = 0.05, 0.10$ 和 0.15 ; 应力均值为 $0.7R(0)$, $V_\sigma = 0.1$ 。疲劳寿命的概率密度曲线如图7所示。可以看出,初始静强度变异系数不同,疲劳寿命的概率密度曲线略有不同,初始静强度变异系数越高,疲劳寿命分散性越大。

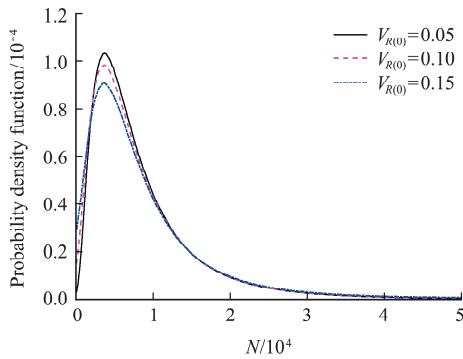


图7 不同初始静强度变异系数下的疲劳寿命
Fig. 7 Fatigue life under different CV of initial static strength

(4) 讨论

综合图2~图7可看出,应力水平的概率特性对剩余强度和疲劳寿命的概率特性均具有显著影响;初始静强度的概率特性对剩余强度和疲劳寿命的概率特性具有一定影响,但这种影响相对应力而言要小一些。具体原因如下,在给定应力水平的条件下,初始静强度按照同一规律进行衰减,剩余强度的分散性变化较小,进而导致疲劳寿命的分散性变化较小;在给定初始静强度的条件下,应力作用会加大剩余强度的分散性,加之应力具有一定的分散性,进而导致疲劳寿命的分散性变化较大。

算例2 文献[17]对铺层为 $[45/90/-45/0/45/0-45/90/0]_s$ 的T700/MTM46复合材料层合板进行了静拉伸实验和拉-拉疲劳实验。静拉伸实验结果为 $831.0, 850.3, 840.6$, 均值 $R(0)$ 为 840.63 MPa , $V_{R(0)} = 0.0115$ 。在 $0.9R(0), 0.85R(0), 0.8R(0), 0.75R(0), 0.7R(0)$ 和 $0.65R(0)$ 应力水平下的疲劳寿命分别为 $\{1016, 980, 2816, 1540, 672\}, \{38233, 20700, 8597, 17790, 5097\}, \{49903, 21322, 159000, 70701, 214001\}, \{626274, 858430, 326270, 192971, 407410\}, \{810298, 310298, 776061, 980668\}$ 和 $\{981166\}$ 。计算过程中,假设初始静强度和应力均服从正态分布。

(1) S-N曲线

基于实验数据,利用式(8,10)拟合的曲线如图8所示。相比实验数据,本文方法和经典S-N曲线方法的预测误差分别为 $46.61\%, -37.31\%, -52.17\%, -55.09\%, 69.05\%$ 和 $98.46\%, -40.61\%, -56.40\%$,

$-57.31\%, 77.81\%$, 平均绝对值误差分别为 58.4% 和 66.11% 。从预测精度可以看出,本文方法与经典S-N曲线方法大体相同。

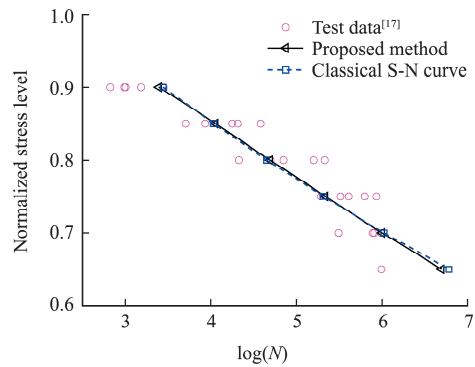


图8 S-N曲线(算例2)
Fig. 8 S-N curve (example 2)

(2) 疲劳寿命分布类型的确定

初始静强度的变异系数已由实验获得,为确定应力的变异系数,采用如下方法,基于实验数据计算在不同应力水平下疲劳寿命的变异系数,在应力水平为 $0.8R(0)$ 下疲劳寿命的变异系数(0.7827)最大;基于式(5),调整应力变异系数,确保采用MCS仿真给出的疲劳寿命变异系数为 0.7827 。经计算,应力变异系数为 0.0291 。

取应力均值为 $0.8R(0)$, 变异系数 $V_\sigma = 0.0291$; $R(0) = 840.63 \text{ MPa}$, $V_{R(0)} = 0.0115$ 。采用对数正态分布和威布尔分布进行拟合如图9所示。可以看出,对数正态分布优于威布尔分布。对于其他应力水平,拟合结果表明,对数正态分布均优于威布尔分布。文献[17]利用实验数据采用对数正态分布和威布尔分布对寿命进行拟合,结果表明对数正态分布总体上优于威布尔分布,与本文结论一致。

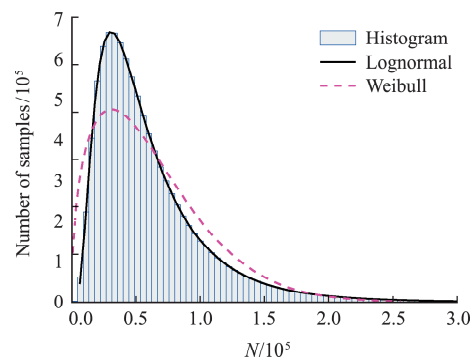


图9 疲劳寿命分布类型
Fig. 9 Distribution type of fatigue life

(3) P-S-N曲线

利用对数正态分布,求得具有存活率S-N曲线如图10所示。可以看出,在存活率为 10% 和 90% 两条曲线之间包含了大部分实验数据。在工程实

际中,更加关注的是 90%存活率的 S-N 曲线,在 90%存活率曲线下方有 3 个试验数据,占总实验数据的百分比为 $3/25=12\%$,效果较好。

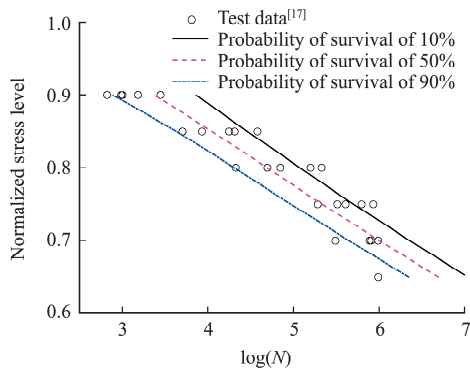


图 10 具有存活率的 S-N 曲线
Fig. 10 S-N curve with survival probability

(4) 讨论

① 算例 2 利用疲劳寿命实验数据确定应力变异系数并假定其服从正态分布,在实际工程中可根据统计数据或已有经验确定应力的变异系数和概率分布类型。

② 经典 S-N 曲线是通过实验获得的,但在实验过程中,载荷往往是确定量,难以充分考虑应力分散性对疲劳寿命概率特性的影响。因此,对于应力具有较大分散性的结构,如飞行器结构,由常规疲劳实验给出的具有 90%存活率 S-N 曲线的可信度不高,使用时需慎重。其原因为应力分散性越大,疲劳寿命分散性越大,90%存活率对应的疲劳寿命越小。

③ 由常规疲劳实验给出的中值 S-N 曲线可信度较高,已在工程实际中广泛使用。当应力具有较大分散性时,若仅能获得经典中值 S-N 曲线,可从经典中值 S-N 曲线上提取数据,然后构建本文的寿命预测模型,无需重新开展疲劳寿命实验。

4 结 论

(1) 基于经典剩余强度模型,建立同时考虑初始静强度和应力的复合材料疲劳寿命模型,表征疲劳寿命与初始静强度与加载应力之间的内在关系。在模型构建过程中,仅需常规疲劳和初始静强度实验数据,建立的寿命预测模型可以退化为经典 S-N 曲线,其适用范围和限制条件与经典 S-N 曲线模型相同。

(2) 算例中假定初始静强度和应力均服从正态分布,在实际工程中可根据统计数据或已有经验确定应力的变异系数和概率分布类型。算例表明,

初始静强度和应力的概率特性对剩余强度和疲劳寿命的概率特性均具有影响,相对初始静强度,应力的概率特性对疲劳寿命概率特性的影响更加显著。

(3) 在常规疲劳实验中,载荷往往是确定量,难以充分考虑应力分散性对疲劳寿命概率特性的影响。当应力具有较大分散性时,在实际工程中若仅能获得经典中值 S-N 曲线,可由经典中值 S-N 曲线上提取数据并构建提出的寿命预测模型,无需重新开展疲劳寿命实验,进而开展疲劳寿命概率特性分析以及疲劳可靠性等工作。

参考文献(References):

- [1] Schaff J R, Davidson B D. Life prediction methodology for composite structures—Part I: Constant amplitude and two-stress level fatigue [J]. *Journal of Composite Materials*, 1997, **31**(2): 128-157.
- [2] Gao J X, An Z W. A new probability model of residual strength of material based on interference theory [J]. *International Journal of Fatigue*, 2019, **118**: 202-208.
- [3] Chen X J, Sun Y, Wu Z W, et al. An investigation on residual strength and failure probability prediction for plain weave composite under random fatigue loading [J]. *International Journal of Fatigue*, 2019, **120**: 267-282.
- [4] Wu F Q, Yao W X. A fatigue damage model of composite materials [J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, **32**(1): 134-138.
- [5] Zheng T, Guo L C, Wang Z X, et al. A reliable progressive fatigue damage model for life prediction of composite laminates incorporating an adaptive cyclic jump algorithm [J]. *Composites Science and Technology*, 2022, **227**: 109587.
- [6] Gao J X, Zhu P N, Yuan Y P, et al. Strength and stiffness degradation modeling and fatigue life prediction of composite materials based on a unified fatigue damage model [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2022, **137**: 106290.
- [7] Zhao X K, Dong Q, Chen X Q, et al. Evaluation of fatigue performance of cement-treated composites based on residual strength through discrete element method [J]. *Construction and Building Materials*, 2021, **306**: 124904.
- [8] Alizadeh F, Mazruee Sebdani R, Guedes Soares C. Numerical analysis of the residual ultimate strength of composite laminates under uniaxial compressive load [J]. *Composite Structures*, 2022, **300**: 116161.
- [9] Dalli D, Catalanotti G, Varandas L F, et al. Compres-

- sive intralaminar fracture toughness and residual strength of 2D woven carbon fibre reinforced composites: New developments on using the size effect method[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2020, **106**:102487.
- [10] 邱爽. CFRP层合板疲劳寿命预测方法[D]. 江苏理工学院, 2018. (QIU Shuang, Prediction Method of Fatigue Life of CFRP Laminates[D]. Jiangsu University of Technology, 2018. (in Chinese))
- [11] 田昆. 纤维增强复合材料层合板强度与疲劳渐进损伤分析[D]. 哈尔滨工业大学, 2018. (TIAN Kun, Analysis of Strength and Fatigue Progressive Damage of Fiber Reinforced Composite Laminates [D]. Harbin Institute of Technology, 2018. (in Chinese))
- [12] 拓宏亮, 吴涛, 卢智先, 等. 复合材料层合板疲劳寿命预测方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2022, **40**(3): 651-660. (TUO Hong-liang, WU Tao, LU Zhixian, et al. Study on fatigue life prediction method of composite laminates [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2022, **40**(3): 651-660. (in Chinese))
- [13] 汪厚冰, 王夏涵, 林国伟, 等. 含离散源损伤的复合材料壁板的剩余强度评估[J]. 航空学报, 2022, **43**(6): 452-461. (WANG Hou-bing, WANG Xia-han, LIN Guo-wei, et al. Residual strength evaluation of curved hat-stiffened composite panels with discrete-source damage[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, **43**(6): 452-461. (in Chinese))
- [14] 马存旺, 鲁国富, 李光亮, 等. 整体复合材料结构分层疲劳全寿命预测方法研究[J]. 计算力学学报, 2013, **30**(3): 455-460. (MA Cun-wang, LU Guo-fu, LI Guang-liang, et al. Study on prediction method for delamination fatigue total lives of integrated composite structures [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, **30**(3): 455-460. (in Chinese))
- [15] 张文斌. 纤维增强复合材料的疲劳损伤模型及分析方法[D]. 哈尔滨工业大学, 2015. (ZHANG Wen-jiao. Fatigue Damage Model and Analysis Method of Fiber Reinforced Composites[D]. Harbin Institute of Technology, 2015. (in Chinese))
- [16] 刘建明, 万小鹏, 赵美英. 层合板螺栓连接结构疲劳寿命预测[J]. 航空学报, 2015, **36**(6): 1867-1875. (LIU Jian-ming, WAN Xiao-peng, ZHAO Mei-ying. Fatigue life prediction of laminated bolted joint structures[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, **36**(6): 1867-1875. (in Chinese))
- [17] Feng Y, Ma B L, Zhang T J, et al. Reliability fatigue life and a new S-N curve model of composite laminates under tensile-tensile fatigue load[J]. *Applied Composite Materials*, 2021, **28**(1): 129-148.

Prediction and probability characteristic analysis of fatigue life for composite materials considering static strength

ZHAO Wei-tao*, LIU Chun-sheng, ZHU Jin-jing

(Faculty of Aerospace Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: In order to consider the influence of initial static strength on fatigue life, a fatigue life prediction model of composite materials is established considering both initial static strength and stress based on the classical residual strength theory. The proposed life prediction model can represent the internal relationships between fatigue life and initial static strength and between fatigue life and stress, and can cover the classical S-N curve. The relationship between fatigue life and initial static strength is nonlinear, and the relationship between fatigue life and stress is highly nonlinear. The probability distributions of fatigue life can be obtained by using MCS according to the probability distribution of the initial static strength and stress. Numerical examples show that the probabilistic characteristics of the initial static strength and stress have an effect on the residual strength and the probabilistic characteristics of fatigue life, and the stress has a more significant effect on the probabilistic characteristics of fatigue life than the initial static strength.

Key words: fatigue life; composite material; static strength; probabilistic characteristics; S-N curve