

DOI: 10.7511/jslx20240118002

极地海冰动力过程的多面体离散元方法

李继¹, 王嗣强¹, 王安良², 季顺迎^{*1}

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析优化与 CAE 软件全国重点实验室, 大连 116024;

2. 国家海洋环境预报中心, 北京 100081)

摘要: 极地海冰影响局部海域的通航条件乃至地质尺度上的气候预测, 由于基于连续介质理论的海冰数值模式如网格方法难以应对浮冰尺度的模拟, 近年来离散元方法越来越多用于海冰动力学领域。本文使用基于表面网格划分的多面体描述浮冰, 通过使用 GJK (Gilbert-Johnson-Keerthi) 算法以进行初步接触判断并提高计算效率, 采用基于能量守恒接触理论确定单元间接触力, 由此建立了极地海冰多面体离散元方法。将该方法应用于极地海冰动力过程模拟, 并考虑 Hopkins 提出的冰脊形成导致的海冰间塑性接触力。首先通过两个浮冰间碰撞模拟以验证接触力计算的正确性, 再通过对单向均匀风场下浮冰挤压的模拟验证冰脊生成的模拟能力, 最后研究冻结强度参数对剪切风场下冰盖断裂和冰脊生成的影响。结果表明, 极地海冰多面体离散元方法能够合理地反映地质尺度海冰的动力过程, 并且可有效地模拟冰盖线性运动引起的冰隙和冰脊等动力特征。

关键词: 海冰动力学; 离散元方法; 冰脊模型; 海冰断裂

中图分类号: O347.7; O373

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)04-0651-08

1 引言

极地海域覆盖有厚度和尺寸分布不均的海冰, 不同尺度下海冰的漂移都呈现出颗粒介质流动特点^[1], 且伴随着季节快速演化^[2]。海冰作为气候系统重要分量, 近年来在北极区域表现为范围减少、厚度降低以及覆盖面积减少, 这使得海面反照率降低, 加剧对太阳辐射的吸收, 并进一步导致极地温度升高^[3], 这对高空间分辨率下海冰的数值模拟提出了更高的挑战。地质尺度上海冰动力学的建模通常采用有限差分^[4]、有限元^[5,6]和混合有限差分-有限元^[7]等连续介质方法求解海冰漂移运动方程, 同时将海冰的厚度分布、尺寸分布等统计特征代入函数中进行参数化计算^[8,9]。然而, 连续介质方法难以对海冰的冰隙、堆积和成脊等现象进行模拟。极地海域地理位置特殊性以及气候环境的影响使得对海冰的观测数据多是通过卫星和不同现场测量的组合, 难以对局部海域的高分辨率海冰场建模^[10-12]。离散元方法相比于连续介质方法能够表征浮冰尺度海冰的运动和对动力学特征进行更精

确描述, 近年来在对地理尺度上的海冰模拟有了更多的发展^[13,14]。

离散元方法最早由 Cundall 等^[15]提出并应用于岩土工程, 后续广泛应用于地质^[16,17]和冰工程^[18-20]等领域, 单元的几何形态由最初的二维圆形逐渐发展到三维球体^[21]、多面体^[22]和扩展多面体^[23]等任意形态^[24-26]。最早由 Shen 等^[27]将离散元引入极地海冰的计算, 使用二维圆盘单元研究海冰的碰撞动力学, Hopkins^[28,29]将二维多边形离散元用于极地海冰的直接计算, 并研究了冰脊形成乃至海盆尺度的海冰模拟。最近, 伴随着计算机技术发展, 基于圆盘单元^[30]、水平集单元^[31]和可破碎多边形^[32]的离散元方法逐渐应用于海冰的模拟。结合卫星观测数据, 离散元方法可以对全北极海冰进行更高空间分辨率的模拟。

本文在基于表面三角网格划分的多面体单元基础上^[33,34], 引入浮冰块单元之间的冻结破碎模型, 建立了描述任意浮冰和冰盖几何形态的海冰离散元方法。为适用于地理尺度上海冰的建模, 简化了三维海冰单元间基于能量守恒接触理论的接触

收稿日期: 2024-01-18; 修改稿收到日期: 2024-03-12.

基金项目: 国家自然科学基金(52192693; 52192690; 42176241); 工信部高性能船舶专项(2021-342)资助项目.

作者简介: 季顺迎* (1972-), 男, 博士, 教授, 博士生导师(E-mail: jisy@dlut.edu.cn).

引用本文: 李继, 王嗣强, 王安良, 等. 极地海冰动力过程的多面体离散元方法[J]. 计算力学学报, 2024, 41(4): 651-658.

LI Ji, WANG Si-qiang, WANG An-liang, et al. A polyhedral discrete element method for sea ice dynamic process in polar regions [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(4): 651-658.

体积求解,引入了大气洋流驱动力模型,并结合文献[28,29]提出的冰脊形成参数化模型以模拟海冰碰撞过程中的运动行为。采用本方法对浮冰之间的碰撞过程进行模拟,验证了接触力计算的合理性。通过对单向风场和剪切风场作用下海冰碰撞和断裂过程进行模拟,验证了海冰离散元方法的可行性和稳定性。

2 基于能量守恒接触理论的极地海冰离散元方法

Feng 等^[33]基于接触过程中能量守恒的思想建立基于重叠面积和接触体积的法向接触力计算框架^[34],其接触力通过体积相关的能量函数定义,避免了多面体角点接触存在的接触力突变问题,且同时允许多个接触位置的存在,对凹形和凸形单元进行同样的接触检测过程,解决了任意形态的单元接触问题^[35]。在此基础上,Qiao 等^[36]根据应变能密度对接触力模型进行修改适应离散元工程计算。本文采用基于三角表面网格划分的任意形态多面体单元表征海冰单元,基于能量守恒接触理论求解接触力。通过引入冻结破坏模型和冰脊力模型表征冰盖破坏和冰脊形成,进一步建立适用于极地海冰动力模拟的离散元方法。

2.1 海冰动力学控制方程

自然条件下海冰的分布具有明显规律,夏季在边缘冰区浮冰呈现出符合幂函数尺寸分布的多边形新生碎冰;而在北极中央冰盖则覆盖有不易融化的多年冰,大气和洋流驱动场在平整冰中造成冰隙和冰脊等线性的动力特征同样将冰盖分割为多边形形态。将多边形块状离散元单元看作浮冰,则动力过程控制方程可表示为

$$m(\partial \mathbf{u} / \partial t) = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_w + \mathbf{F}_k \quad (1)$$

式中 \mathbf{u} 为单元运动速度, \mathbf{F}_c 为离散元单元间作用力。 \mathbf{F}_a 和 \mathbf{F}_w 分别为由大气和洋流造成的拖曳力, \mathbf{F}_k 为地球自转引起的科氏力,计算公式为

$$\mathbf{F}_a = \boldsymbol{\tau}_a \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{2} c_a \rho_a A (\mathbf{u} - \mathbf{u}_a) |(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)| \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_w = \boldsymbol{\tau}_w \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{2} c_w \rho_w A (\mathbf{u} - \mathbf{u}_w) |(\mathbf{u} - \mathbf{u}_w)| \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_k = m f \mathbf{k} \times \mathbf{u} \quad (4)$$

式中 A 为海冰上下表面的面积, $\boldsymbol{\tau}_a$ 和 $\boldsymbol{\tau}_w$ 分别为单位面积上大气和洋流施加给海冰的应力, \mathbf{u}_w 和 \mathbf{u}_a 分别为海面处的洋流和大气速度, c_a 和 c_w 分别为拖曳力计算的系数, ρ_a 和 ρ_w 分别为大气和海水密度, f 为科氏力计算的系数, \mathbf{k} 为垂直海面的单位

矢量。

2.2 接触检测及法向接触力计算

离散元方法的接触检测一般分为多个步骤,逐步提高精细程度以获取局部区域接触特征,提高计算效率。通过建立单元间的邻居列表初步判断可能接触的单元,一般使用空间网格法、包围球和包围盒算法等,执行该步骤能够有效地减少潜在接触对数目。采用包围球以及 GJK 碰撞检测理论进行初步判断, GJK 理论只适用于凸几何体是否重叠的判断,而基于能量守恒接触理论可进行任意形态几何体的接触检测,但基于支持函数的 GJK 算法执行过程仅使用所有表面点构造单纯形,故通过任意凹凸不平单元的输入可以得到最大凸包是否重叠的判断结果。 GJK 理论较为成熟,在此不做更细的介绍,主要介绍海冰单元之间基于能量守恒接触理论的法向接触力计算。

如图 1 所示,漂浮于海面的柱状多面体形态浮冰单元 A 和 B 分别具有均匀厚度 h_A 和 h_B , A 与 B 发生接触并具有接触重叠面 S (S 不一定由单一平面组成)以及重叠几何区域 Ω 。重叠区域 Ω 的体积定义为 V_c ,根据能量守恒接触理论,重叠区域 Ω 的表面写作 Γ_Ω 。

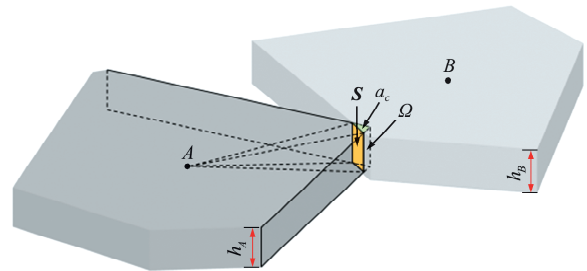


图 1 浮冰单元之间的接触力计算

Fig. 1 Calculation of contact force between floating ice elements

根据能量守恒接触理论,单元之间的法向接触力 \mathbf{F}_n 由能量函数 ω 定义, ω 可定义为接触体积相关的幂函数,即

$$\omega = \omega(V_c) = k_n V_c^m \quad (5)$$

式中 k_n 为体积相关的法向刚度,指数 m 应满足条件 $m \geq 1$,则法向接触力可由位置坐标 x 处单元的能量函数 ω 对体积求导得出^[34]

$$\mathbf{F}_n = -\nabla_x \omega(V_c) = -\omega'(V_c) \mathbf{S}_n = m k_n V_c^{m-1} \mathbf{S}_n \quad (6)$$

式中 \mathbf{S}_n 为接触面积,其与接触重叠区域表面 Γ_Ω 和交面 S 相关,可写为

$$\mathbf{S}_n = \int_{\Gamma_i} (\Gamma_\Omega - S) d\Gamma \quad (7)$$

式中 Γ_i 为构成 $(\Gamma_\Omega - S)$ 面的第 i 条边。根据高斯通量定理, \mathbf{S}_n 也可通过对面 S 进行积分。接触中心点 x_c 和接触法向 \mathbf{n} 计算为

$$\mathbf{n} = \mathbf{S}_n / \|\mathbf{S}_n\| \quad (8)$$

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x} + (\mathbf{n} \times \mathbf{G}_n) / \|\mathbf{F}_n\| + \lambda \mathbf{n} \quad (9)$$

式中 参数 λ 确定了接触线上具体的接触点位置, \mathbf{G}_n 为接触面静力矩

$$\mathbf{G}_n = \int_{\Gamma_i} \mathbf{r} \times \mathbf{n}_{\Gamma_i} d\Gamma \quad (10)$$

式中 \mathbf{n}_{Γ_i} 为交线 Γ_i 的单位矢量, \mathbf{r} 为质心指向表面的向量。其中, 当能量函数体积相关指数为 1.0 时, $\mathbf{F}_n = m k_n \mathbf{S}_n$, 此时接触体积与接触力无关, 接触力仅和变量 \mathbf{S}_n 有关, 忽略了具体接触区域的几何形态。考虑海冰接触区域的几何形态, 本文取 $m = 3.0$, 得到与接触体积有关的法向力计算公式 $\mathbf{F}_n = 3k_n V_c^2 \mathbf{S}_n$ 。图 1 中海冰单元接触体积 V_c 可以简化为

$$V_c = a_c \cdot \min(h_A, h_B) \quad (11)$$

式中 a_c 为二维浮冰的几何交面面积, 使用多面体表征的单元形态, 根据 Feng^[35] 提出的基于几何特征简化格式求解方法, \mathbf{S}_n 和 \mathbf{G}_n 可计算为

$$\mathbf{S}_n = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} \mathbf{x} \times d\Gamma = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i \times \mathbf{x}_{i+1} \quad (12)$$

$$\mathbf{G}_n = -\frac{1}{3} \oint_{\Gamma} \mathbf{x} \cdot \mathbf{x} d\Gamma = -\frac{1}{3} \sum_{i=1}^m (\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_{i+1} + \frac{1}{3} \Delta \mathbf{x}_i \cdot \Delta \mathbf{x}_i) \Delta \mathbf{x}_i \quad (13)$$

式中 \mathbf{x} 为构成多面体接触表面 \mathbf{S} 各边上的角点向量, 即图 1 中由质心指向 \mathbf{S} 面角点的向量, 在表面剖分为三角面的多面体中可通过三角面求交集得到。

2.3 冰脊参数化和切向接触力计算

单元间法向接触力如图 2 所示, 根据 Hopkins^[28] 提出的冰脊塑性力计算模型, 接触过程由左侧黏弹性模型和右侧弹簧-阻尼-棘轮滑块共同组成。结合基于体积的能量守恒接触理论, 单元之间的法向力应同时考虑黏弹性状态和冰脊生成状态, 分别为

$$\mathbf{F}_n = m k_{ne} V_c^{m-1} \mathbf{S}_n + \eta \dot{V}_c \quad (14)$$

$$\dot{V}_c + \frac{k_{ne}}{\eta} V_c = \frac{1}{k_{np}} \dot{F}_n + \frac{1}{\eta} \left(1 + \frac{k_{ne}}{k_{np}}\right) F_n - \frac{1}{\eta} \frac{k_{ne}}{k_{np}} V_c k_r \quad (15)$$

式中 η 为阻尼系数, k_{ne} , k_{np} 和 k_r 分别为体积相关的弹性刚度、塑性刚度以及冰脊强度, V_c 和 \dot{V}_c 为接触体积和其变化率。式(14)计算黏弹性状态下海冰的接触力, 而式(15)计算发生海冰堆积、破碎形成冰脊时的接触力, 二者中取较小力定义为当前时间步的法向力。当黏弹性计算力较小时, 则海冰未形成冰脊; 当式(15)求出力较小则认为浮冰碰撞形成了冰脊。式(14)代入计算可得, 式(15)使用差分

法求解。

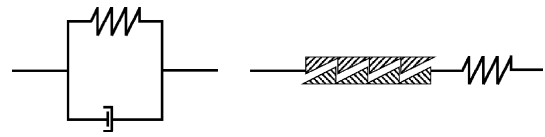


图 2 单元法向接触力模型
Fig. 2 Normal contact force model between elements

单元之间的切向力通过以下 Mindlin 模型结合 Mohr-Coulomb 准则给出

$$\mathbf{F}_t = \min(k_s |\delta_n|^{\kappa-1} \delta_s, \mu \mathbf{F}_n) \delta_s / |\delta_s| \quad (16)$$

式中 k_s 为切向刚度, μ 为摩擦系数, δ_s 为切向滑动距离, δ_n 为法向重叠量, κ 取为 1.5。

2.4 冻结破坏模型

采用基于刚体有限元理论开发的单元间黏结模型模拟海冰的冻结和破坏^[19]。该模型主要建立在单元表面与其平行的相邻面之间, 初始贴近的单元表面判断为冻结面后, 浮冰冻结成为平整冰盖, 经过冻结形成的冰盖可在外力作用下破坏。

如图 3 所示, 单元 O 与另一平面进行冻结, 初始两面 $ABCD$ 与 $A'B'C'D'$ 重合。单元间的相对位移将导致任意面角点之间出现平行于面 $ABCD$ 的位移 δ_s 和垂直于面的位移 δ_n 。 O' 为面 $ABCD$ 中心, OO' 长度为 L , 则单元角点处应力计算为

$$\sigma_n = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\delta_n}{L} \quad (17)$$

$$\sigma_s = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\delta_s}{L} \quad (18)$$

式中 E 为材料弹性模量, ν 为泊松比, 当两单元冻结计算中 L 取为两单元质心到重叠面的距离之和, 单元在该角点受到的合力由角点应力与冻结面积相乘得到。当法向和切向应力满足式(19), 则冻结面角点之间发生断裂,

$$\left(\frac{\langle \sigma_n \rangle}{\bar{\sigma}_n}\right)^2 + \left(\frac{\langle \sigma_s \rangle}{\bar{\sigma}_s}\right)^2 \geq 1 \quad (19)$$

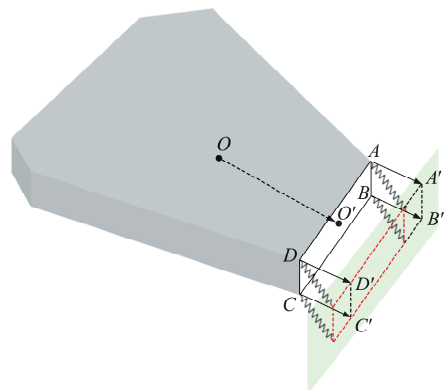


图 3 浮冰单元之间的冻结
Fig. 3 Freezing between ice elements

式中 $\bar{\sigma}_n$ 和 $\bar{\sigma}_s$ 为法向和切向冰强度。切向冰强度根据 Mohr-Coulomb 准则计算得到, 表示为 $\bar{\sigma}_s = C - \tan\theta \cdot \bar{\sigma}_n$, 其中 C 为黏聚力, θ 为内摩擦角。 $\langle \rangle$ 是 Macaulay 括号, 表示不考虑压缩导致的海冰断裂情况。当冻结面冻结点数量少于 2 时, 则认为两海冰之间的冻结失效。

3 海冰在风场中断裂过程数值验证

首先以两块矩形海冰单元匀速碰撞以验证冰脊力的计算, 再对单向风场下无冻结碎冰场中的冰脊生成过程进行模拟, 最后考虑冰单元之间的冻结情况, 研究剪切风场导致的平整冰盖内冰间水道和冰脊的形成过程。

3.1 冰脊接触力验证

首先通过两个方形浮冰的碰撞过程来验证冰脊形成的塑性接触力, 如图 4 所示。考虑漂浮于海面的两正方形浮冰单元, 边长均为 20 km, 厚度均为 1.0 m, 在不考虑拖曳力作用下以 1.0 m/s 的初始速度发生相对碰撞。

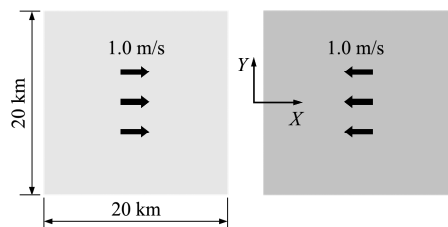


图 4 两个方形浮冰相对碰撞
Fig. 4 Collision of two square floes

计算采用的离散元参数列入表 1, 其中弹性模量和泊松比用来计算黏弹性接触模型的法向力。刚度参数 k_{ne} , k_{np} 和 k_r 参考 Hopkins 模型中各参数比值^[28], 实际上三种基于体积的刚度应通过实验得到或构造离散元算例校准。 k_{np} 取值 10 N/m^3 和 k_{np} 取值 $5.0 \times 10^5 \text{ N/m}^3$ 时, 浮冰碰撞过程中接触力随时间的变化如图 5 和图 6 所示。其中黑色线为根据黏弹性模型计算出的接触力, 红色线为根据

表 1 浮冰相对碰撞主要计算参数

Tab. 1 Main calculation parameters of the relative collision between two ice floes

参数	数值
弹性模量 E/GPa	1.0
泊松比 ν	0.3
海冰密度 $\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	920
摩擦系数 μ	0.1
弹性刚度 $k_{ne}/\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$	1.0×10^7
塑性刚度 $k_{np}/\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$	$10, 5.0 \times 10^5$
冰脊强度 $k_r/\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$	2.0×10^6
阻尼系数 $\eta/\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$	5.0×10^6

黏弹性模型算出的接触力, 阻尼的存在使得接触力曲线不对称, 实际计算时取两者的较低值。

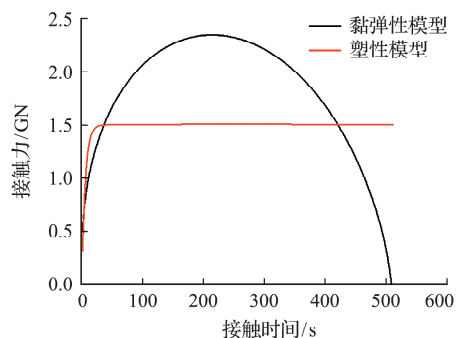


图 5 $k_{np} = 10 \text{ N/m}^3$ 时接触力随时间变化
Fig. 5 Contact force variation with time when $k_{np} = 10 \text{ N/m}^3$

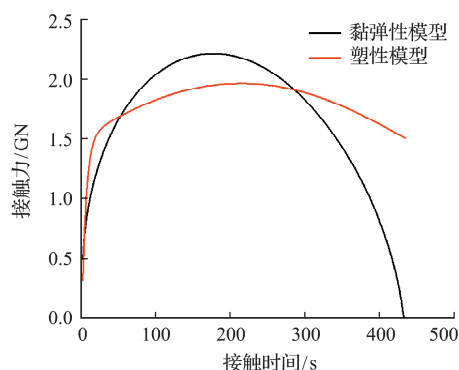


图 6 $k_{np} = 5 \times 10^5 \text{ N/m}^3$ 时接触力随时间变化
Fig. 6 Contact force variation with time when $k_{np} = 5 \times 10^5 \text{ N/m}^3$

对比图 5 和图 6 可以看出, 塑性阶段刚度 k_{np} 影响接触力进入塑性硬化阶段后的接触力增长斜率。较高的 k_{np} 使得在实际接触力计算中更晚进入塑性增强, 但更早退出塑性阶段; 较低的 k_{np} 可导致无明显硬化阶段, 进入塑性后接触力恒定, 且导致由开始接触到单元分离时间的增加。

二元碰撞过程中总动能的变化如图 7 所示, 红色曲线为 $k_{np} = 10 \text{ N/m}^3$ 情况, 黑色曲线为 $k_{np} = 5 \times 10^5 \text{ N/m}^3$ 情况。可以看出, 由于阻尼存在, 两种情况下都有动能的损失, 且在硬化阶段两单元损失的动能更多。

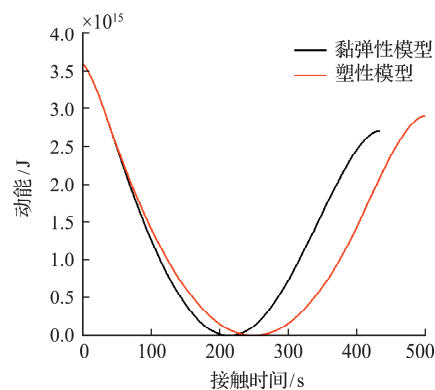


图 7 接触过程中两浮冰总动能变化
Fig. 7 Total kinetic energy of two contact ice floes

3.2 单向风场下冰脊生成的离散元模拟

通过构造单一方向恒定风场下海冰被拖曳向边界的算例来验证本方法的稳定性和冰脊生成模拟能力。如图 8 所示,100 km 方形区域内,将厚度为 1 m 的碎冰置于海面,碎冰由方形区域进行 Voronoi 切割生成随机几何形态的二维多边形,并在垂直海面方向拉伸得到。海冰场四周具有固定边界,不考虑洋流速度,单向恒定风速 5 m/s 的风场将碎冰场拖曳至下边界。当接触进入塑性阶段后生成冰脊,冰脊生成存在塑性增强阶段,采用的主要离散元参数列入表 2。

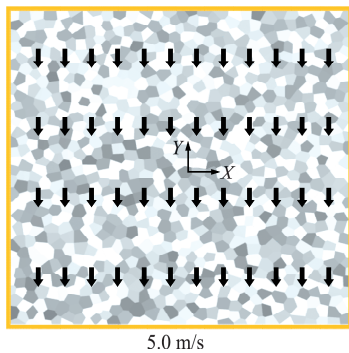


图 8 单向风场下冰脊生成模拟
Fig. 8 Ridge formation simulation under unidirectional wind

表 2 冰脊生成主要计算参数

Tab. 2 Main calculation parameters of ice ridge generation

参数	数值
单元数	1000
风速/ $m \cdot s^{-1}$	5
海冰平均尺寸/ km^2	10
弹性刚度 $k_{ne}/N \cdot m^{-3}$	1.0×10^7
塑性刚度 $k_{np}/N \cdot m^{-3}$	5.0×10^5
冰脊强度 $k_r/N \cdot m^{-3}$	8.0×10^6
阻尼系数 $\eta/N \cdot s \cdot m^{-3}$	5.0×10^6
风拖曳系数 c_a	0.001
洋流拖曳系数 c_w	0.005
大气密度 $\rho_a/kg \cdot m^{-3}$	1.293
海水密度 $\rho_w/kg \cdot m^{-3}$	1000

模拟时间为 14000 s,图 9 所示为 1000 s,5000 s, 10000 s 和 14000 s 时在区域内生成冰脊的情况。冰脊长度计算为接触面 S 的面积 A_s 与冰厚 h 的比值,即 $L_r = A_s/h$,冰脊宽度计算为单元重叠体积 V_c 与冰厚 h 和冰脊长度 L_r 的比值,即 $W_r = V_c/(h \times L_r)$,图 9 中线宽表示冰脊宽度。可以看出,由于风场作用,海冰在靠近下边界处受到的挤压更严重,形成的冰脊更密集且具有较大尺寸。形成冰脊的方向与单元发生塑性接触的接触面方向相同,初始与风场多为垂直方向,由于侧边界存在,随着

在下边界堆积海冰体积增加,垂直风向的挤压会导致沿着风向的冰脊生成。采用黏弹塑性接触模型计算的冰脊中海冰单元强度更高,所以图 9 中模拟后期冰脊厚度和宽度不会继续增加。

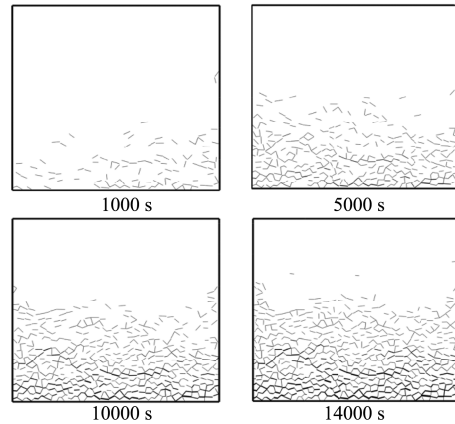


图 9 模拟过程中冰脊生成情况
Fig. 9 Ridge formation during the simulation process

图 10 为冰脊数量随模拟时间的变化。初始冰脊生成速度最快,具有恒定的生成速度。随着模拟进行,曲线斜率具有下降的趋势,这是由于在已形成冰脊的密集冰场内,发生碰撞的浮冰总量不会发生变化。

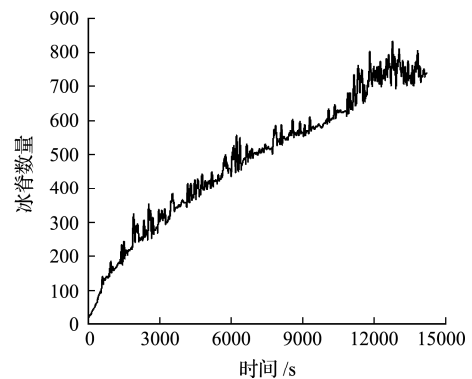


图 10 冰脊数量变化
Fig. 10 Variation in the number of ice ridges

3.3 剪切风场下海冰动力特征生成

剪切风场下海冰断裂过程如图 11 所示。100 km 方形区域内存在有厚度为 1 m、由碎冰冻结成的冰盖。海冰场具有两对侧固定边界,无洋流速度,受到随 Y 轴渐变的剪切风场拖曳,上下边界处风速互为反向且均为 10 m/s。

离散元计算参数与表 2 一致,在上述固定风场条件下研究海冰的冻结强度参数 σ_n 对断裂和冰脊形成的影响。法向冻结强度 σ_n 分别取 30 kPa, 50 kPa, 70 kPa, 90 kPa 和 110 kPa,黏聚力 C 取为法相冻结强度的 2 倍,内摩擦系数 $\tan \theta$ 取 0.3。

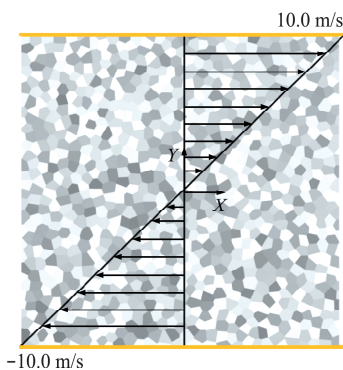


图 11 剪切风场下海冰动力过程模拟

Fig. 11 Sea ice simulation under a shearing wind

不同冻结强度下冰场经过 10000 s 运动后形成的冰隙和冰脊情况如图 12 所示。在渐变的剪切风场作用下,冰盖由边界风速最大区域产生断裂并向中心区域延伸,导致水道的形成。冰隙主要沿着冰场对角的方向分布,将冰盖切割为细长的浮冰形态。高冻结强度下形成水道较少,较低的冻结强度下会形成多条贯通冰场的冰间水道。在风场作用下,将进一步导致部分裂隙两侧浮冰挤压生成冰脊。较低的冻结强度导致破碎后未冻结浮冰的增加,同时也增加了后续挤压形成冰脊的数量。

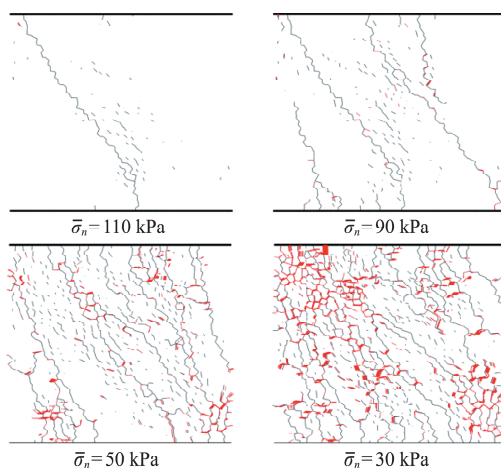


图 12 不同海冰冻结强度下冰脊和断裂

Fig. 12 Ridge and fracture under different bond strengths

图 13 和图 14 分别为水道数量和冰脊数量随着模拟时间的演化。可以看出,断裂和冰脊都是在模拟一定时间后才出现,且冰脊出现的时间晚于冻结破坏的时间。这是由于本文的冻结模型中没有考虑冰盖内部挤压导致的断裂,冰脊只能在式(19)的拉剪断裂准则判定后由碎冰进一步剪切和压缩形成,这也使得整个模拟过程中冰隙数量始终大于冰脊数量。高冻结强度下发生断裂产生冰隙明显更晚,如图 13 所示,且生成速度低于低冻结强度情况。随着模拟时间进行,不同黏结强度下海冰断裂

形成冰隙的速度均在降低。

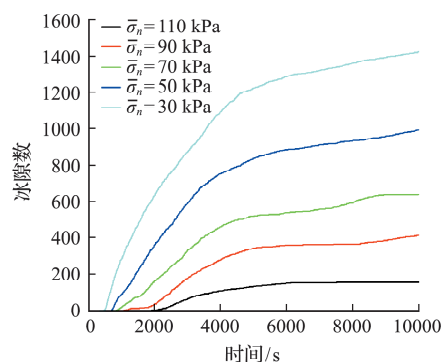


图 13 不同海冰冻结强度下冰隙数量随时间变化

Fig. 13 Evolution of crevasse number under different bond strengths

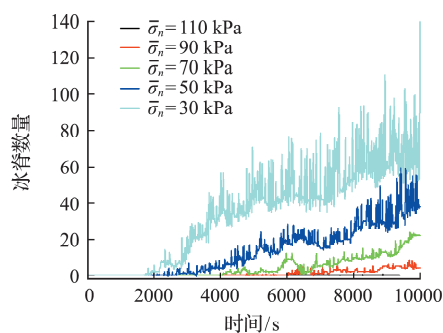


图 14 不同海冰冻结强度下冰脊数量随时间变化

Fig. 14 Evolution of ridge number under different bond strengths

图 14 中冰脊数量随时间的变化存在波动,这是由于浮冰单元在进入冰脊引起的塑性后仍可能再次分离,导致之前生成的冰脊不再统计。从冰脊生成速度趋势来看,低冻结强度导致更多的冰脊,较高的冻结强度可能导致无法破碎而无法产生冰脊。由于无法在冻结条件下产生压缩冰脊,低冻结强度导致的破碎浮冰增加是冰脊数量增加的原因。

4 结论

本文基于能量守恒接触理论发展了一种用于模拟海冰动力学的多面体离散元方法。该方法采用多面体模型描述海冰的几何形态,并引入了海冰冻结-破坏模型及接触力塑性增强的冰脊模型。针对冰脊力模型进行了两个单元的碰撞试验,模拟冰脊的生成过程。结果表明,系统总能量在阻尼作用下会有明显的衰减。此外,进一步模拟了单向风场作用下碎冰场的运动行为,揭示了浮冰单元间的挤压过程是冰脊形成的主要原因。通过对平整冰在剪切风场作用下的断裂和冰脊形成的模拟,证明了本方法能够同时描述这两种现象。海冰动力过程的模拟结果表明,冰隙的形成方向与施加的风场有明显的相关性,而冰脊主要是由冰隙形成后浮冰之

间的剪切和压缩作用产生的,更高的冻结强度使得海冰更难发生断裂和形成冰脊,并进一步分析了地理尺度上海冰的动力特征。在未来研究中,将依据特定海域的海冰观测图像构建初始浮冰场,结合大气和洋流数据进而准确地模拟海冰的漂移和动力特征。

参考文献(References):

- [1] Hibler W D III. Sea ice fracturing on the large scale [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2001, **68** (17-18):2013-2043.
- [2] 刘骥平,雷瑞波,宋米荣,等. 适应极地快速变化海冰模式的研发与挑战[J]. *大气科学学报*, 2021, **44**(1): 12-25. (LIU Ji-ping, LEI Rui-bo, SONG Mi-rong, et al. Development and challenge of sea ice model adapting to rapid polar sea ice changes[J]. *Transactions of Atmospheric Sciences*, 2021, **44**(1): 12-25. (in Chinese))
- [3] Zhang J L. Sea ice properties in high-resolution sea ice models [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2021, **126**(1): e2020JC016686.
- [4] Hibler W D III. A dynamic thermodynamic sea ice model[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1979, **9**(4): 815-846.
- [5] Danilov S, Wang Q, Timmermann R, et al. Finite-element sea ice model (FESIM), version 2[J]. *Geoscientific Model Development*, 2015, **8**(6): 1747-1761.
- [6] Wang L R, Ikeda M. A Lagrangian description of sea ice dynamics using the finite element method [J]. *Ocean Modelling*, 2004, **7**(1-2): 21-38.
- [7] Palle S, Aliabadi S. Numerical simulation of ocean ice dynamics using hybrid FE/FV methods [A]. The 9th International Conference on Advanced Engineering Computing and Applications in Sciences [C]. 2015.
- [8] Flato G M. The thickness variable in sea-ice models [J]. *Atmosphere-Ocean (Canadian Meteorological & Oceanographic Society)*, 1998, **36**(1): 29-36.
- [9] Thorndike A S, Rothrock D A, Maykut G A, et al. The thickness distribution of sea ice[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1975, **80**(33): 4501-4513.
- [10] Rabatel M, Rampal P, Carrassi A, et al. Impact of rheology on probabilistic forecasts of sea ice trajectories; Application for search and rescue operations in the Arctic[J]. *The Cryosphere*, 2018, **12**(3): 935-953.
- [11] Bouillon S, Rampal P. On producing sea ice deformation data sets from SAR-derived sea ice motion[J]. *The Cryosphere*, 2015, **9**(2): 663-673.
- [12] Chen N, Fu S B, Manucharyan G. Lagrangian data assimilation and parameter estimation of an idealized sea ice discrete element model [J]. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 2021, **13**(10): e2021MS002513.
- [13] 季顺迎,李春花,刘 煜. 海冰离散元模型的研究回顾及展望 [J]. *极地研究*, 2012, **24**(4): 315-330. (JI Shun-ying, LI Chun-hua, LIU Yu. A review of advances in sea-ice discrete element models[J]. *Chinese Journal of Polar Research*, 2012, **24**(4): 315-330. (in Chinese))
- [14] Tuhkuri J, Polojärvi A. A review of discrete element simulation of ice-structure interaction [J]. *Philosophical Transactions Series A: Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, 2018, **376** (2129): 20170335.
- [15] Cundall P A, Strack O D L. Discussion: A discrete numerical model for granular assemblies [J]. *Géotechnique*, 1980, **30**(3): 331-336.
- [16] Åström J A, Vallot D, Schäfer M, et al. Termini of calving glaciers as self-organized critical systems [J]. *Nature Geoscience*, 2014, **7**: 874-878.
- [17] 刘广煜,徐文杰,佟 彬,等. 基于块体离散元的高速远程滑坡灾害动力学研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2019, **38**(8): 1557-1566. (LIU Guang-yu, XU Wen-jie, TONG Bin, et al. Study on dynamics of high-speed and long run-out landslide hazards based on block discrete element method [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2019, **38**(8): 1557-1566. (in Chinese))
- [18] Zhai B Y, Shen H T, Liu L, et al. DEM simulation of wave-generated river ice cover breakup [J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2024, **218**: 104084.
- [19] Liu L, Ji S Y. Bond and fracture model in dilated polyhedral DEM and its application to simulate breakage of brittle materials [J]. *Granular Matter*, 2019, **21**(3): 1-16.
- [20] Long X, Liu S W, Ji S Y. Breaking characteristics of ice cover and dynamic ice load on upward-downward conical structure based on DEM simulations [J]. *Computational Particle Mechanics*, 2021, **8**(2): 297-313.
- [21] 唐志平. 三维离散元方法及其在冲击力学中的应用 [J]. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2003, **33**(11): 989-998. (TANG Zhi-ping. Three-dimensional discrete element method and its application in impact mechanics [J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2003, **33**(11): 989-998. (in Chinese))
- [22] Govender N, Wilke D N, Kok S. Collision detection of convex polyhedra on the NVIDIA GPU architecture for the discrete element method [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, **267**: 810-829.
- [23] 刘 璐,季顺迎. 基于扩展多面体包络函数的快速接触搜索算法 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2019, **49**(6): 064601. (LIU Lu, JI Shun-ying. A fast detection algorithm based on the envelope function of dilated polyhedron [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2019, **49**(6): 064601. (in Chinese))
- [24] 王嗣强,乔 婷,张林凤,等. 基于水平集接触算法的任意形态颗粒材料球谐离散元方法 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2022, **52**(2): 38-53. (WANG Si-qiang, QIAO Ting, Zhang Lin-feng, et al. A discrete ele-

- ment method with spherical harmonics for irregular granular materials based on the level set contact algorithm[J]. *Scientia Sinica (Physics, Mechanics & Astronomica)*, 2022, **52**(2):38-53. (in Chinese))
- [25] 崔泽群, 陈友川, 赵永志, 等. 基于超二次曲面的非球形离散单元模型研究[J]. 计算力学学报, 2013, **30**(6): 854-859. (CUI Ze-qun, CHEN You-chuan, ZHAO Yong-zhi, et al. Study of discrete element model for non-sphere particles based on super-quadratics[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, **30**(6):854-859. (in Chinese))
- [26] Garboczi E J, Bullard J W. 3D analytical mathematical models of random star-shape particles via a combination of X-ray computed microtomography and spherical harmonic analysis[J]. *Advanced Powder Technology*, 2017, **28**(2):325-339.
- [27] Shen H H, Hibler W D III, Leppäranta M. The role of floe collisions in sea ice rheology[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1987, **92**(C7):7085-7096.
- [28] Hopkins M A. A discrete element Lagrangian sea ice model[J]. *Engineering Computations*, 2004, **21**(2/3/4):409-421.
- [29] Hopkins M A. The effects of individual ridging events on the ice thickness distribution in the Arctic ice pack [J]. *Cold Regions Science and Technology*, 1996, **24**(1):75-82.
- [30] Turner A K. A New Discrete Element Sea-Ice Model for Earth System Modeling[R]. Los Alamos National Laboratory (LANL), 2017.
- [31] Moncada R, Gupta M, Thompson A, et al. Level Set Discrete Element Method for modeling sea ice floes [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023, **406**:115891.
- [32] Manucharyan G E, Montemuro B P. SubZero: A sea ice model with an explicit representation of the floe life cycle[J]. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 2022, **14**(12):e2022MS003247.
- [33] Feng Y T, Han K, Owen D R J. Energy-conserving contact interaction models for arbitrarily shaped discrete elements [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012, **205**:169-177.
- [34] Feng Y T. An energy-conserving contact theory for discrete element modelling of arbitrarily shaped particles: Basic framework and general contact model[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, **373**:113454.
- [35] Feng Y T. An energy-conserving contact theory for discrete element modelling of arbitrarily shaped particles: Contact volume based model and computational issues[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, **373**:113493.
- [36] Qiao T, Li J, Ji S Y. A modified discrete element method for concave granular materials based on energy-conserving contact model [J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2022, **12**(2):100325.

A polyhedral discrete element method for sea ice dynamic process in polar regions

LI Ji¹, WANG Si-qiang¹, WANG An-liang², JI Shun-ying^{*1}

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis, Optimization and CAE Software for Industrial Equipment,

Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. National Marine Environmental Forecasting Center, Beijing 100081, China)

Abstract: Sea ice in polar regions has a significant impact on navigational conditions and even climate predictions at geological scales. Addressing the shortcomings of traditional continuum-based grid models for sea ice simulation, the discrete element method (DEM) has emerged as a popular tool in floe dynamics research. In this study, we establish a discrete element method suitable for simulating polar-scale sea ice dynamics. This method employs polyhedrons based on surface triangulation to describe floating ice. The Gilbert-Johnson-Keerthi (GJK) algorithm is employed to enhance computational efficiency. The contact forces between elements are determined based on the energy conservation theory. A bond-fracture model describes the formation of level ice from freezing floes, incorporating plastic forces during the ridge formation process as proposed by Hopkins. Firstly, the accuracy of the contact force calculations is verified through the simulations of collisions between two idealized floes. Subsequently, the capability to simulate ridge formation is validated through the floe field compression under a unidirectional uniform wind. Finally, the influence of bond strength parameters on sea ice fracturing and ridge formation under shear wind conditions is studied. The results indicate that this model effectively captures the dynamics of sea ice on a geological scale and accurately depicts linear kinematic features, such as crevices and ridges, caused by linear motion in ice covers.

Key words: sea ice dynamics; discrete element method; ridge model; sea ice fracture