

DOI: 10.7511/jslx20221114002

土体颗粒物流动物质点法模拟的弹塑性和非牛顿流体本构模型比较研究

王晶磊¹, 孙政^{1,2}, 杨宇杰¹, 周晓敏^{*1}

(1. 江西理工大学 土木与测绘工程学院, 赣州 341000;
2. 江西理工大学 江西省环境岩土与工程灾害控制重点实验室, 赣州 341000)

摘要: 土体颗粒物流动是一种典型的大变形破坏, 具有非牛顿流体的流动特征。准确模拟土体颗粒物的流动及冲击过程, 对滑坡和泥石流等地质灾害的防治具有重要意义。物质点法是一种无网格粒子类方法, 已在各类大变形问题中得到了广泛应用。以往土体颗粒物流动的模拟, 通常采用弹塑性本构模型, 但缺乏对非牛顿本构模型的模拟分析。本文引入非牛顿本构模型的模拟分析, 旨在为土体颗粒物流动模拟提供一种新的方法与思路。非牛顿本构模型的模拟分析是将非牛顿广义 Cross 模型引入三维物质点法, 通过人工阻尼力模拟颗粒间的摩擦力, 对土体颗粒物的坍塌、沿斜面滑动以及冲击障碍物等问题进行了动态模拟, 研究了其运动全过程, 并与弹塑性本构模型的模拟结果进行了对比验证。结果表明, 基于非牛顿流体本构模型的物质点法可以较好地模拟土体颗粒物加速、减速到再次稳定的流动全过程及其对障碍物的冲击效应。

关键词: 物质点法; 非牛顿流体; 非牛顿流体模型; 颗粒物流动; 弹塑性模型

中图分类号: O347.7

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)03-0452-06

1 引言

土体颗粒物流动问题, 如滑坡和泥石流等, 是一种常见的地质灾害, 准确模拟其流动及冲击过程对灾害防治具有重要意义。基于网格类的数值方法, 受限于网格畸变和复杂的网格重构过程, 难以有效地模拟土体颗粒物流动大变形过程; 基于非连续介质力学的离散元法(DEM)^[1]和非连续变形模型(DDA)^[2]等方法, 在碎屑流模拟、滑坡和泥石流分析等领域得到了广泛应用, 但此类方法计算量较大, 难以有效分析土体颗粒物的大规模流动以及冲击障碍物等问题; 基于连续介质力学的无网格粒子类方法, 对该类问题的模拟具有天然优势, 如光滑粒子流体动力学方法(SPH)^[3]在滑坡和泥石流等各类土体颗粒物流动问题中得到了广泛应用^[4], 但 SPH 需要通过耗时的邻域粒子搜索算法来实现控

制方程的建立和求导, 不利于三维及大规模问题的高效求解。

物质点法(MPM)^[5]是一种相对新兴的无网格粒子类方法, 已在流体流动^[6]和极限变形^[7,8]等问题中得到了广泛应用。物质点法采用一系列拉格朗日型的物质点来离散问题域, 同时采用欧拉背景网格来实现各物质点之间的相互作用和联系, 以及控制方程的建立和求解。基于物质点法模拟滑坡、泥石流等土体流动大变形运动过程^[9], 文献[10, 11]分别比较了物质点法和 SPH 法在高速冲击和流体流动问题中的求解精度和求解效率, 研究发现, 在保证求解精度的同时物质点法具有更高的求解效率。

1.1 弹塑性本构和非牛顿流体本构应用

土体的弹塑性本构是建立在弹性理论和塑性理论的基础之上, 其将土体的应变分为弹性与塑性

收稿日期: 2022-11-15; 修改稿收到日期: 2023-01-29。

基金项目: 国家自然科学基金(12262013; 11902127); 江西省主要学科学术和技术带头人培养计划-青年人才项目(20225BCJ23022); 国家级大学生创新创业训练项目(202010407006)资助。

作者简介: 周晓敏*(1988-), 女, 硕士, 讲师(E-mail: xmzhou@jxust.edu.cn)。

引用本文: 王晶磊, 孙政, 杨宇杰, 等. 土体颗粒物流动物质点法模拟的弹塑性和非牛顿流体本构模型比较研究[J]. 计算力学学报, 2024, 41(3): 452-457.
WANG Jing-lei, SUN Zheng, YANG Yu-jie, et al. A comparative study of elastoplasticity and non-Newtonian fluid constitutive models simulated by the material point method for soil granular flow problems[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, 41(3): 452-457.

两部分,并分别运用弹性理论和塑性增量理论的知识计算。弹塑性模型能够反映土体的剪胀性和各向异性等复杂的力学特性,也可描述在复杂加载条件下的变形和破坏机理。

非牛顿流体本构模型是在现有的流体力学计算程序的基础上改进的,以反映砂土液化后的剪应力与剪应变率的关系。计算流体动力学是以理论流体力学为基础,通过三大守恒方程(质量守恒方程、动量守恒方程和能量守恒方程)并结合数值计算方法,定量地描述流场的数值解。

1.2 土体流动问题的物质点法模拟研究

土体颗粒物的流动问题是当前物质点法的研究热点之一。孙玉进等^[12]采用物质点法对大变形滑坡全过程进行了动态模拟,揭示了滑动土体的高速远程输送特征。Bandara 等^[13]基于物质点法研究了土体变形与孔隙流体流动耦合。Hu 等^[14,15]分别基于显式相场和隐式相场物质点法分析了弹塑性岩土材料的动态冲击/接触断裂破坏过程。王斌等^[16]基于 Drucker-Prager 弹塑性本构模型的三维物质点法分析研究了滑坡泥石流对刚性障碍物的耦合效应。目前,在物质点法的研究中,对土体颗粒物的模拟多以弹塑性本构模型为主,一般可用非牛顿流体本构进行描述^[17]。当前,尚缺少基于非牛顿流体本构模型的三维物质点法的模拟研究。

2 非牛顿流体本构模型

土体颗粒物流动过程,如泥石流,既具有固体特性又包含流体特性,是一种典型的非牛顿流体,多采用 Bingham 模型描述其流变特性

$$\tau_{ij} = \mu_B \dot{\epsilon}_{ij} + \tau_B \quad (1)$$

式中 τ_{ij} 为切应力张量, $\dot{\epsilon}_{ij}$ 为变形率张量, μ_B 和 τ_B 分别为 Bingham 流体的粘度系数和屈服应力。

Bingham 模型是一种粘弹性非牛顿流体,通过引入等效粘度系数

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_B + \tau_B / \dot{\gamma} \quad (2)$$

式中 $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}$ 为剪切应变张量的二阶不变量。

利用等效粘度系数 μ_{eff} , 可将 Bingham 模型转化为牛顿流体模型形式

$$\tau_{ij} = \mu_{\text{eff}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (3)$$

则总的应力张量可写为

$$\sigma_{ij} = -P \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (4)$$

式中 P 为静水压力。

为避免求解压力泊松方程,提升计算效率,本文基于 Monaghan 等^[18]给出的人工状态方程求解流体的静水压力 P

$$P = \frac{\rho_0 c^2}{r} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^r - 1 \right] \quad (5)$$

式中 c 为人工声速, ρ_0 和 ρ 分别为流体的初始密度和当前密度, r 为常数,一般取为 7。

由式(2)可知,对于 Bingham 模型,当 $\dot{\gamma}$ 无限趋近零时,等效粘度系数 μ_{eff} 将趋近于无穷大,从而导致数值求解的不收敛。为解决这一问题,引入广义 Cross 模型以描述泥石流的非牛顿流体流动,其等效粘度系数可写为

$$\mu_{\text{eff}} = [\mu_0 + (A\dot{\gamma})^m \mu_\infty] / [1 + (A\dot{\gamma})^m] \quad (6)$$

式中 μ_0 和 μ_∞ 分别为流体在低剪切率和高剪切率下的粘度系数, A 和 m 为常系数。

当选取 $\mu_\infty = \mu_B$, $\mu_0 = 10000\mu_\infty$, $K = \mu_0 / \tau_B$, $m = 1$ 时,Cross 模型得到的等效粘度系数和切应力与 Bingham 模型基本一致。

为了消除颗粒物流动过程中的非物理数值振荡,本文引入一种线性人工阻尼力^[19]

$$f_p^{\text{damp}} = -\zeta_d \cdot m_p \cdot v_p \quad (7)$$

式中 m_p 和 v_p 分别为物质点的质量和速度, ζ_d 为人工阻尼系数

$$\zeta_d = (\xi/h) \cdot \sqrt{E/\rho} \quad (8)$$

式中 ζ 为无量纲的阻尼系数, h 为背景网格尺寸,对一维、二维和三维问题,分别取 $h = dx$, $h = \sqrt{dx \cdot dy}$ 和 $h = \sqrt[3]{dx \cdot dy \cdot dz}$ 。

可以看出,人工阻尼力的大小与物质点的运动速度和声速成正比,且方向与运动速度相反。

3 数值算例与讨论

本节提出的数值模型由弹塑性本构模型和非牛顿流体本构模型进行土体颗粒物流动模拟比较,并讨论非牛顿流体本构模型用来模拟土体颗粒物流动的可行性。

3.1 弹塑性本构模型三维验证算例

运用弹塑性本构模型结合三维物质点法进行土体颗粒物流动模拟。模型初始状态如图 1 所示,材

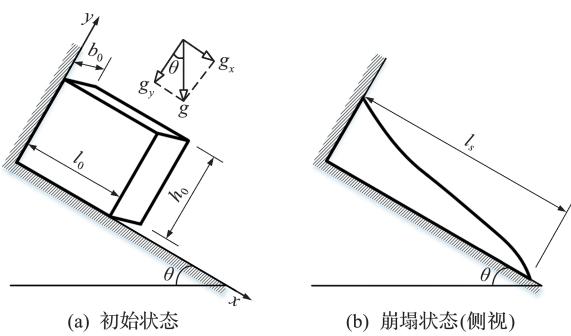


图 1 模型的几何尺寸及边界条件
Fig. 1 Geometric dimensions and boundary conditions of soil column parameter model

料参数列入表1,模型的初始高度 $h_0=0.14\text{ m}$,坡底长度 $l_0=0.2\text{ m}$,初始宽度 $b_0=0.1\text{ m}$,倾斜角 $\theta=10^\circ$,重力加速度为 $g=-9.8\text{ m/s}^2$ 。分别用无量纲时间 T^* 、无量纲前缘位置 X^* 和无量纲动能 K^* 跟踪土体颗粒物流动过程。

表1 模型的材料参数

Tab. 1 Material parameters of the model

$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$c/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	ν	C/kPa	$\varphi/^\circ$	$\xi/^\circ$
2500	100	0.62	0	28	0.001~0.002

注: ρ 为密度, c 为人工声速, ν 为泊松比, C 为粘聚力, φ 为内摩擦角, ξ 为阻尼系数。

基于 DP 本构模型结合三维物质点法,其模拟结果与实验结果^[20]进行比较,图2提出了无量纲前缘位置演化的网格收敛性,其中背景网格尺寸 h 分别设置为 0.01 m, 0.02 m 和 0.005 m, 可以看出,无量纲前缘位置 X^* 均与实验结果吻合较好;而对于无量纲动能 K^* , 其振幅随网格尺寸的变化而变化,随着背景网格的细化,收敛到 5%。

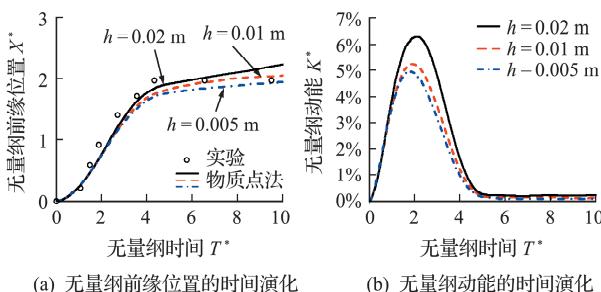


图2 不同网格尺寸,DP模型模拟结果与实验结果的比较
Fig. 2 Comparison of simulation results and experimental results of DP model with different mesh sizes

图3为三种背景网格尺寸在不同时刻形态的比较,以及粒子总数和总CPU时间的说明,在64位和

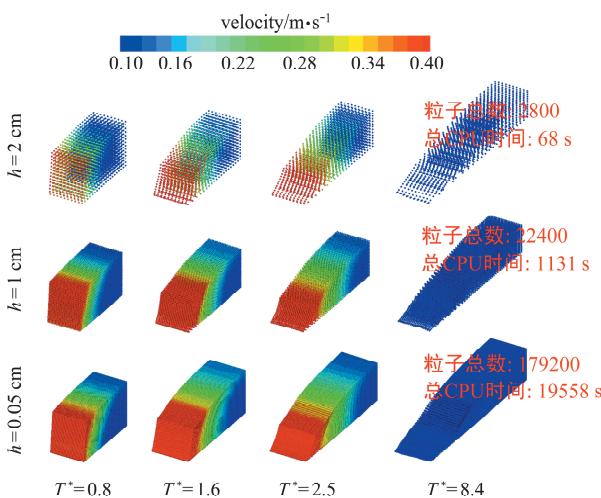


图3 DP模型在不同网格尺寸时,变形配置上绘制的速度等高线的比较

Fig. 3 Comparison of velocity contours drawn on deformation configurations for DP models with different mesh sizes

64GB 内存的 Linux 工作站上使用双英特尔 5218 CPU 和 128GB RAM 编译,CPU 时间由 Fortran 子例程序计算。可以看出,DP 本构模型的无量纲前缘位置 X^* 、无量纲动能 K^* 与实验结果吻合较好,其结合三维物质点法可以有效模拟土体颗粒物流动过程。

3.2 非牛顿流体本构与弹塑性本构比较研究

考虑到三维模型计算时间较长,为了节省时间,提高计算效率,非牛顿流体本构模型算例运用三维代码计算二维程序,其模拟结果与 DP 本构模型结果比较,来验证该方法的可行性。本节采用一个均质土体立柱算例分析。以背景网格尺寸为 0.01 m 为例,单元网格总数 8000 个,物质点总数 64000 个。模型几何尺寸和边界条件如图4所示,土体参数列入表2。

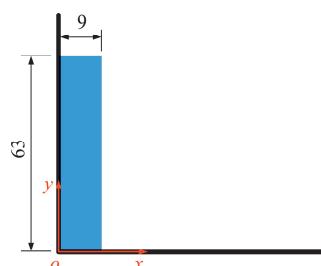


图4 模型的几何尺寸及边界条件(单位:cm)

Fig. 4 Geometric dimensions and boundary conditions of soil column parameter model(unit:cm)

表2 土体立柱参数

Tab. 2 Slope column parameters

$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	E/MPa	ν	C/kPa	$\varphi/^\circ$	$\Psi/^\circ$
2650	0.84	0.3	0	31	0

注: ρ 为密度, E 为弹性模量, ν 为泊松比, C 为粘聚力, φ 为内摩擦角, Ψ 为剪胀角。

通过比较 DP 和 Cross 得到的模拟结果,在 DP 模型的无量纲前缘位置 X^* 和无量纲动能 K^* 不变的情况下,通过调节粘度参数,让 Cross 演化曲线尽可能向 DP 曲线靠近。图5中,DP 网格尺

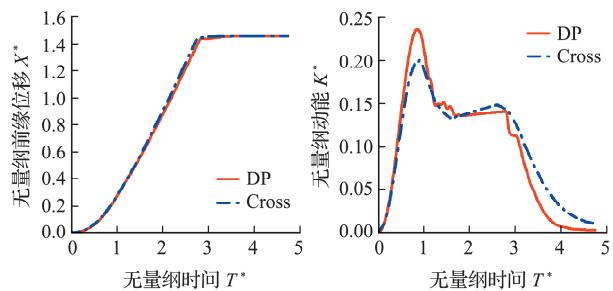


图5 DP 网格尺寸 $h=0.02\text{ m}$, Cross 粘度 $\mu=1.9$ 时, DP 和 Cross 模型的比较

Fig. 5 Comparison between DP and Cross models when DP mesh size $h=0.02\text{ m}$ and Cross viscosity $\mu=1.9$

寸 $h=0.02\text{ m}$, Cross 粘度 $\mu=1.9$ 时, 可以看出, 两模型的无量纲前缘位置和无量纲动能基本吻合。

其中粘度 μ 对应式(6)中高剪切速率下的粘度系数 μ_∞ 。同样原理, 如图 6~图 8 所示, 网格尺寸 h 为 $0.01\text{ m}, 0.005\text{ m}, 0.0025\text{ m}$, 粘度 μ 分别对应取 $1.2, 0.8, 0.6$ 时, 两模型的无量纲前缘位置 X^* 和无量纲动能 K^* 演化曲线也基本吻合。这表明, 所应用的两种模型都能够准确地反映土体颗粒物流动过程。

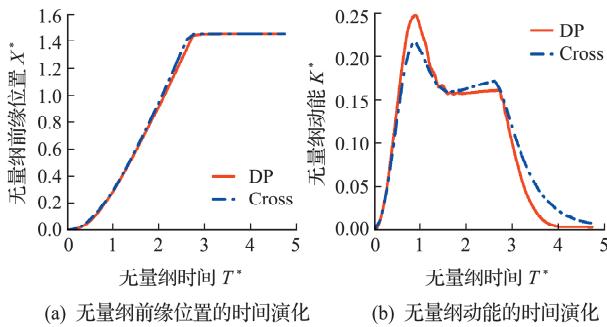


图 6 DP 网格尺寸 $h=0.01\text{ m}$, Cross 粘度 $\mu=1.2$ 时, DP 和 Cross 模型的比较

Fig. 6 Comparison between DP and Cross models when DP mesh size $h=0.01\text{ m}$ and Cross viscosity $\mu=1.2$

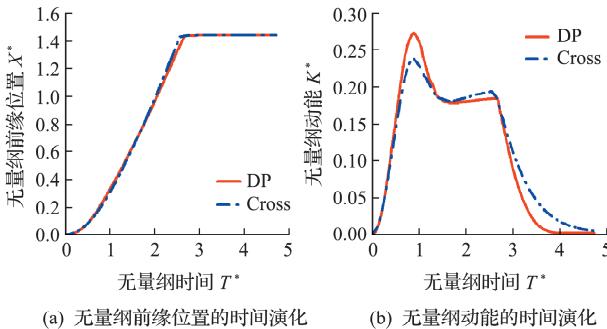


图 7 DP 网格尺寸 $h=0.005\text{ m}$, Cross 粘度 $\mu=0.8$ 时, DP 和 Cross 模型的比较

Fig. 7 Comparison between DP and Cross models when DP mesh size $h=0.005\text{ m}$ and Cross viscosity $\mu=0.8$

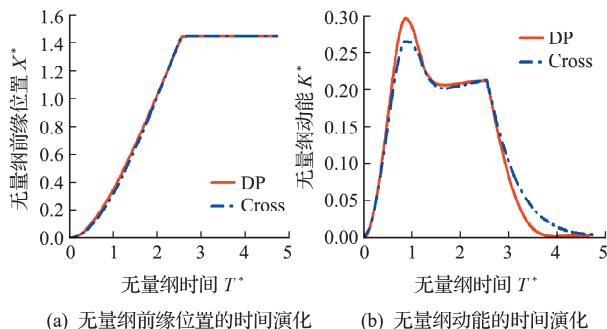


图 8 DP 网格尺寸 $h=0.0025\text{ m}$, Cross 粘度 $\mu=0.6$ 时, DP 和 Cross 模型的比较

Fig. 8 Comparison between DP and Cross models when DP mesh size $h=0.0025\text{ m}$ and Cross viscosity $\mu=0.6$

置上的速度等高线。可以看出, 每个时刻对应的两模型的云图大致相同。

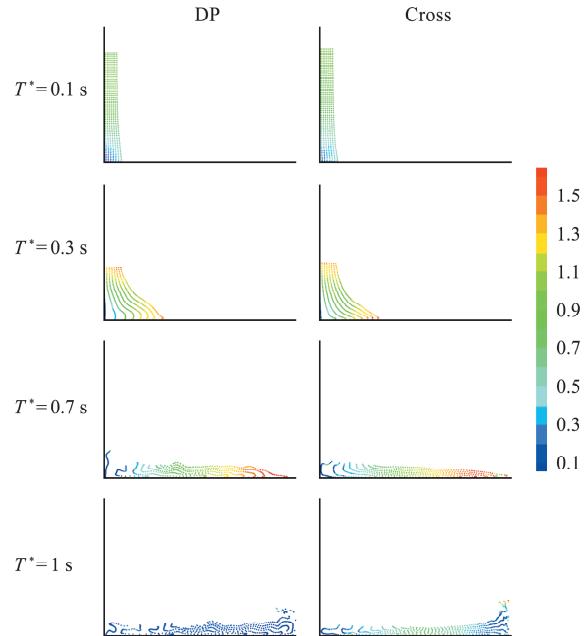


图 9 DP 和 Cross 模型在相同网格尺寸为 0.02 时, 不同时间点, 变形配置上绘制的速度等高线的比较

Fig. 9 Comparison of velocity contour lines drawn on deformation configuration at different time points under the same grid size of 0.02 for DP and Cross models

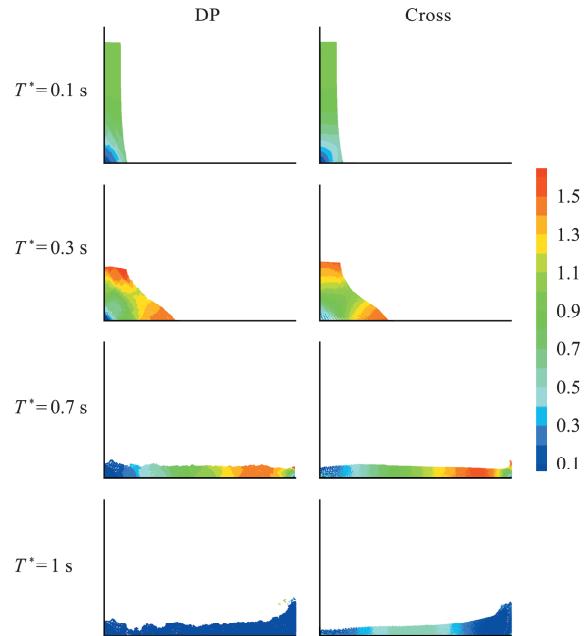


图 10 DP 和 Cross 模型在相同网格尺寸为 0.005 m 时, 不同时间点, 变形配置上绘制的速度等高线的比较

Fig. 10 Comparison of velocity contour lines drawn on deformation configuration at different time points under the same grid size of 0.005m for DP and Cross models

网格收敛性与粘度的线性拟合如图 11 所示, 可以看出, 相关系数 R^2 的值大于 0.99 且接近 1, 拟合函数与试验数据吻合度高, 说明所用试验模型的可行度高。

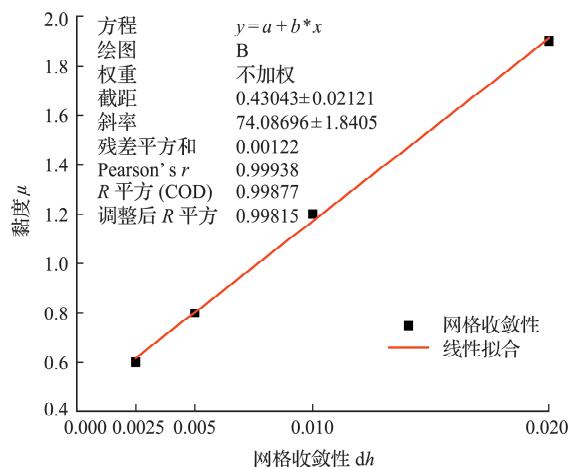


图 11 DP 和 Cross 模型的网格尺寸与粘度的线性拟合
Fig. 11 Linear fitting of mesh size and viscosity for DP and Cross models

4 结 论

本文运用弹塑性本构模型和非牛顿本构模型分别结合物质点法,进行土体颗粒物流动的模拟。并与弹塑性本构模型的模拟结果进行了对比。来验证非牛顿流体本构模型结合三维物质点法模拟土体颗粒物流动的合理性和可靠性。结果表明,基于非牛顿流体本构模型的物质点法也可以较好地模拟土体颗粒物流动的全过程。

参考文献(References):

- [1] Kwok C Y, Bolton M D. DEM simulations of soil creep due to particle crushing[J]. *Géotechnique*, 2013, **63**(16):1365-1376.
- [2] Wu A Q, Yang Q G, Ma G S, et al. Study on the formation mechanism of Tanjiashan landslide triggered by wenchuan earthquake using DDA simulation[A]. Analysis of Discontinuous Deformation—New Developments and Applications[C]. 2009.
- [3] Liu G R, Liu M B. *Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method* [M]. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003.
- [4] Chen J Y, Lien F S, Peng C, et al. GPU-accelerated smoothed particle hydrodynamics modeling of granular flow[J]. *Powder Technology*, 2020, **359**:94-106.
- [5] 廉艳平, 张帆, 刘岩, 等. 物质点法的理论和应用[J]. 力学进展, 2013, **43**(2):237-264. (LIAN Yanping, ZHANG Fan, LIU Yan, et al. Material point method and its applications[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, **43**(2):237-264. (in Chinese))
- [6] Sun Z, Huang Z L, Zhou X M. Benchmarking the material point method for interaction problems between the free surface flow and elastic structure[J]. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, 2019, **19**(1):1.
- [7] 张雄, 刘岩, 张帆, 等. 极端变形问题的物质点法研究进展[J]. *计算力学学报*, 2017, **34**(1):1-16. (ZHANG Xiong, LIU Yan, ZHANG Fan, et al. Recent progress of material point method for extreme deformation problems [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(1):1-16. (in Chinese))
- [8] Zhou X M, Sun Z. Quantitative assessment of landslide risk using Monte Carlo material point method [J]. *Engineering Computations*, 2020, **37**(5):1577-1596.
- [9] 杨婷婷, 杨永森, 邱流潮. 基于物质点法的土体流动大变形过程数值模拟[J]. *工程地质学报*, 2018, **26**(6):1463-1472. (YANG Ting-ting, YANG Yong-sen, QIU Liu-chao. MPM based numerical simulation of large deformation process of soil flow [J]. *Journal of Engineering Geology*, 2018, **26**(6):1463-1472. (in Chinese))
- [10] Ma S, Zhang X, Qiu X M. Comparison study of MPM and SPH in modeling hypervelocity impact problems [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2009, **36**(2):272-282.
- [11] Sun Z, Li H Q, Gan Y, et al. Material point method and smoothed particle hydrodynamics simulations of fluid flow problems: A comparative study [J]. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, 2018, **18**(1):1.
- [12] 孙玉进, 宋二祥. “12·20”深圳滑坡动态模拟[J]. *岩土工程学报*, 2018, **40**(3):441-448. (SUN Yu-jin, SONG Er-xiang. Dynamic simulation of “12·20” Shenzhen landslide [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(3):441-448. (in Chinese))
- [13] Bandara S, Soga K. Coupling of soil deformation and pore fluid flow using material point method[J]. *Computers and Geotechnics*, 2015, **63**:199-214.
- [14] Hu Z Q, Zhang H W, Zheng Y G, et al. Phase-field implicit material point method with the convected particle domain interpolation for brittle-ductile failure transition in geomaterials involving finite deformation [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, **390**:114420.
- [15] Hu Z Q, Zhang Z J, Zhou X, et al. Explicit phase-field material point method with the convected particle domain interpolation for impact/contact fracture in elastoplastic geomaterials [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023, **405**:115851.
- [16] 王斌, 冯夏庭, 潘鹏志, 等. 物质点法在边坡稳定性评价中的应用研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2017, **36**(9):2146-2155. (WANG Bin, FENG Xia-ting, PAN

- Peng-zhi, et al. Slope failure analysis using the material point method [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2017, **36**(9): 2146-2155. (in Chinese))
- [17] Wang B, Vardon P J, Hicks M A, et al. Development of an implicit material point method for geotechnical applications [J]. *Computers and Geotechnics*, 2016, **71**: 159-167.
- [18] Monaghan J J, Gingold R A. Shock simulation by the particle method SPH [J]. *Journal of Computational Physics*, 1983, **52**(2): 374-389.
- [19] Nguyen C T, Nguyen C T, Bui H H, et al. A new SPH-based approach to simulation of granular flows using viscous damping and stress regularisation [J]. *Landslides*, 2017, **14**(1): 69-81.
- [20] Moriguchi S, Borja R I, Yashima A, et al. Estimating the impact force generated by granular flow on a rigid obstruction[J]. *Acta Geotechnica*, 2009, **4**(1): 57-71.

A comparative study of elastoplasticity and non-Newtonian fluid constitutive models simulated by the material point method for soil granular flow problems

WANG Jing-lei¹, SUN Zheng^{1,2}, YANG Yu-jie¹, ZHOU Xiao-min^{*1}

(1. School of Civil and Surveying Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China;

2. Jiangxi Provincial Key Laboratory of Environmental Geotechnical Engineering and Disaster Control,

Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

Abstract: The flow of soil particles is a typical large deformation failure and has the flow characteristics of a non-Newtonian fluid. Accurately simulating the flow and impact process of soil particles is of great significance to the prevention and control of geological disasters such as landslide and debris flow. Material point method (MPM) is a kind of meshless particle method which has been widely used in various large deformation problems. In the past, the elastoplastic constitutive model is usually used to simulate the flow of soil particles, but there is not much analysis of the non-Newtonian constitutive model. In this paper, the non-Newtonian constitutive model is introduced to provide a new method and idea for soil particle flow simulation. In the simulation, generalized Cross non-Newtonian model 3 d material point method is used, with an artificial damping force representing the friction between the particles, to simulate the collapse of the soil particles, sliding along the slope, and hitting obstacles, and to study its movement process. The simulation results of the elastic-plastic constitutive model are compared for verification. The results show that the material point method based on the non-Newtonian fluid constitutive model can well simulate the whole process of soil particles acceleration, deceleration and stabilization and their impact on obstacles.

Key words: material point method(MPM); non-Newtonian fluid; Cross model; granular flow; Elastoplastic constitutive model