

DOI: 10.7511/jslx20221002001

# 基于混合物法则根土复合体本构模型的研究

蒋希雁<sup>\*1,2,3</sup>, 王万梅<sup>1,2,3</sup>, 刘杰<sup>1,2,3</sup>, 刘嘉璐<sup>1,2,3</sup>,  
张喆<sup>1,2,3</sup>, 阮梦柯<sup>1,2,3</sup>

(1. 河北建筑工程学院 土木工程学院, 张家口 075000;  
2. 河北省土木工程诊断改造与抗灾重点实验室, 张家口 075000;  
3. 河北省寒冷地区交通基础设施工程技术创新中心, 张家口 075000)

**摘要:**为探究根土复合体的应力-应变关系,将其视为两相体,根系采用线弹性模型,土体采用邓肯-张模型,并考虑根系与土体之间的相对滑移关系,基于混合物法则建立根土复合体本构模型。通过素土与不同含根量的根土复合体三轴压缩试验,得到其应力-应变关系,通过单根拉伸试验得到根系的弹性模量。结果发现,(1)根土复合体的极限主应力差随含根量的增加先增加后减小,含根量0.3%为最优含根量。(2)单根的直径与抗拉力、抗拉强度符合幂函数关系,与弹性模量符合多项式关系。(3)通过反分析的方法,建立滑移关系,得到模型计算值的应力-应变关系,发现模型计算值与试验值的拟合度( $R^2$ )为0.96。该研究为根土复合体本构模型的建立提供新思路,并为根土复合体的数值分析提供参数。

**关键词:**根土复合体;本构模型;邓肯-张模型;线弹性模型

**中图分类号:**TU43;S714.7;O343

**文献标志码:**A

**文章编号:**1007-4708(2024)02-0396-07

## 1 引言

随着植物防护措施在防治浅层土壤侵蚀和滑坡等方面的广泛应用,根系固土已成为当前领域的研究热点<sup>[1,2]</sup>。已有研究发现根系与土体形成了根土复合体,植物根系可以改变土体的物理力学性质,增加土体抗剪强度,减小土体变形<sup>[3]</sup>。根土复合体应力-应变关系是生态边坡稳定分析的理论基础,开展相关研究具有重要的理论意义和工程实用价值。

现阶段对根系加固效果的研究主要集中在强度理论方面,如 Wu 模型、FBM 模型<sup>[4]</sup>和 RBM 模型<sup>[5]</sup>。以上模型为黏聚力增长预估模型,基于摩尔-库仑强度公式,把根增加的土体抗剪强度转化为黏聚力增量,所以上模型可表示根土复合体破坏时抗剪强度,但不能完整表述应力-应变关系的变化过程。而本构模型不仅可得土体的黏聚力增长值,而且能够完整表述根土复合体的应力-应变关系。目前较为常用的本构模型有摩尔-库仑模

型、剑桥模型、邓肯-张模型和 K-G 模型。陈能<sup>[6]</sup>采用三轴压缩试验,利用修正剑桥模型,构建了能反映香根草根土复合体力学特性的本构模型。左学龙<sup>[7]</sup>基于邓肯-张模型和 K-G 模型,得到模型参数与含根量的关系。田青青<sup>[8]</sup>通过三轴压缩试验对林草混交根土复合体进行研究,构建了林草混交根土复合体的邓肯-张模型。

上述的本构模型大多把根土复合体视为均匀介质,忽略了根土之间的相互作用。Diambra 等<sup>[9]</sup>将纤维和砂看成两相体,分别采用线弹性模型和摩尔-库仑模型进行描述,采用混合物法则,建立复合模型。王磊等<sup>[10]</sup>为更好地描述加筋土应力-应变关系曲线非线性的特点,在 Diambra 等<sup>[9]</sup>基础上进行修正,土体采用修正剑桥模型,建立了纤维加筋土的本构模型。郭盼盼<sup>[11]</sup>采用三轴压缩试验,基于混合物法则建立短黄麻纤维加筋膨胀土的本构模型,其中纤维采用线弹性模型,土体采用修正的剑桥模型。上述研究纤维相均采用线弹性模型,基本相根据各自的研究方法和研究对象,采用了不同的本构模型。

本研究根据复合材料力学基本原理,把土体和根系视为两种不同介质,定义为基本相和加筋相,根据基本相的应力-应变曲线的特点,采用工程常用的邓肯-张模型,加筋相采用线弹性模型,基于混

收稿日期:2022-10-02;修改稿收到日期:2022-12-23.

基金项目:河北省高等学校科学技术研究重点项目  
(ZD20220126);河北建设科技研究指导  
基金(2022-2106)资助项目。

作者简介:蒋希雁<sup>\*</sup>(1968-),女,硕士,教授  
(E-mail:893214067@qq.com).

合物法则,建立根土复合体本构模型。依据本构模型得应力-应变关系曲线,将其与三轴固结不排水试验所得不同含根量下的根土复合体应力-应变关系曲线进行对比,验证所构建模型的适用性和有效性。

## 2 模型框架

模型流程如图1所示。具体公式见2.1~2.3节。

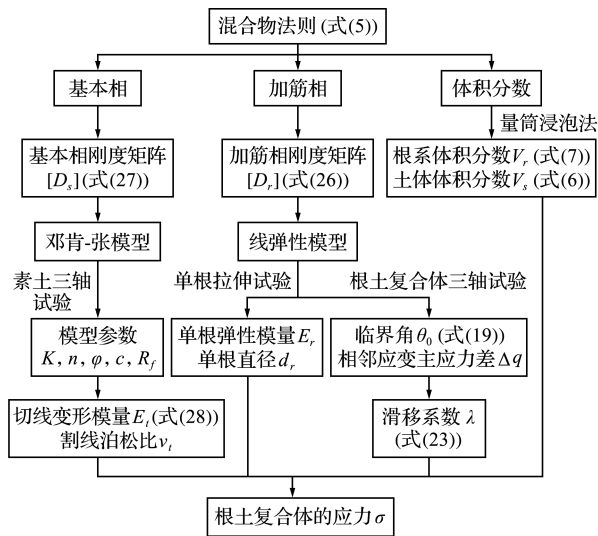


图1 流程

Fig. 1 Flow chart

### 2.1 模型假设

(1) 基本相和加筋相满足自身的本构模型

$$\sigma_s = [D_s] \epsilon_s, \sigma_r = [D_r] \epsilon_r \quad (1, 2)$$

式中  $\sigma_s$  与  $\sigma_r$  分别为基本相和加筋相的应力(单位:kPa),  $[D_s]$  和  $[D_r]$  分别为基本相和加筋相的刚度矩阵,  $\epsilon_s$  和  $\epsilon_r$  分别为基本相和加筋相的应变(单位:%)。

(2) 加筋相在基本相中均匀分布。

(3) 基本相的应变和加筋相的应变均服从Voigt's假设,即基本相和加筋相的应变相等。

$$\epsilon = \epsilon_s = \epsilon_r \quad (3)$$

式中  $\epsilon$  为根土复合体的应变(单位:%)。

(4) 混合物法则。根土复合体的受力为加筋相的受力和基本相的受力按体积分数相加。如式(4),应力增量表达如式(5)。

$$\sigma = v_s \sigma_s + v_r \sigma_r \quad (4)$$

式中  $\sigma$  为根土复合体的应力(单位:kPa),  $v_s$  为基本相的体积分数,  $v_r$  为加筋相的体积分数。

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} = v_s \begin{bmatrix} d\sigma_{1s} \\ d\sigma_{2s} \\ d\sigma_{3s} \end{bmatrix} + v_r \begin{bmatrix} d\sigma_{1r} \\ d\sigma_{2r} \\ d\sigma_{3r} \end{bmatrix} = \{v_s [D_s] + v_r [D_r]\} \begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中  $\sigma_1, \sigma_2$  和  $\sigma_3$  分别为大中小主应力(单位:kPa),  $\epsilon_1, \epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  分别为大中小主应力对应的应变(单位:%)。

体积分数的计算方法为

$$v_s = (V_s + V_v) / V = (V - V_r) / V \quad (6)$$

$$v_r = (V - V_v - V_s) / V = V_r / V \quad (7)$$

式中  $V, V_s, V_r$  和  $V_v$  分别为根土复合体、土颗粒、根系和孔隙的体积(单位:cm<sup>3</sup>)。

### 2.2 加筋相的刚度矩阵

加筋相刚度矩阵的推导主要是参考了Diambra模型<sup>[9]</sup>中纤维相刚度矩阵的推导,并在其基础上对分布函数进行修正。先取单根根系,假设根系的方向与径向夹角为 $\theta$ ,其中 $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 。单根的应变可以表示为轴向应变与径向应变之和。本研究采用三轴压缩试验,所以轴向应变和径向应变可分别表示为 $\epsilon_1$ 和 $\epsilon_3$ ,根系在 $\theta$ 角方向的应变增量可以表示为

$$d\epsilon_\theta = d\epsilon_1 \sin^2 \theta + d\epsilon_3 \cos^2 \theta \quad (8)$$

根系在 $\theta$ 角方向的应力增量为

$$d\sigma_{r,\theta} = E_r(\theta) d\epsilon_\theta \quad (9)$$

式中  $E_r(\theta)$  为分布在 $\theta$ 角方向根系弹性模量(单位:MPa)。

可将 $d\sigma_{r,\theta}$ 分解为轴向和径向的应力增量,即

$$d\sigma_{1r} = d\sigma_{r,\theta} \sin^2 \theta, d\sigma_{3r} = d\sigma_{r,\theta} \cos^2 \theta \quad (10, 11)$$

由部分根系受力情况可推导出所有根系的受力情况。由试验条件可知所有根系都是均匀分布的,而根系的受力情况与根系的位置无关,与根系的方向有关,所以可将所有根系的中点聚合到一点上,即根系形成一个球体。

Michalowski等<sup>[12]</sup>基于纤维在三轴中的分布情况,提出一个适用于径向分布纤维的分布函数 $\rho(\theta)$ ,其表示在积分单元内 $dV_c$ 的纤维体积浓度,如式(12),本文假设根系在地下不同角度近似为均匀分布,对式(12)进行修正,即式(13)。其中 $\rho'(\theta)$ 为修正后的分布函数,A为修正系数。

$$\rho(\theta) = \frac{3}{2} \bar{\rho} \cos^2 \theta, \rho'(\theta) = A \rho(\theta) \quad (12, 13)$$

式中  $\bar{\rho}$  为根系平均分布的体积分数,通过式(14)进行求解。

$$\bar{\rho} = V_r / V_c \quad (14)$$

式中  $V_c$  为根系围成球形区域的体积(单位:cm<sup>3</sup>)。

$E_{r,T}$  为加筋相的弹性模量之和,通过  $E_{r,T} = n_r E_r$  求解,其中  $n_r$  为根土复合体中加筋相包含的根系总数目,其具体表达如式(15), $E_r$  为单根的弹性模量。 $dV_c$  内根系的体积与根系总体积  $V_r$  的比

值等于  $E_r(\theta)$  与加筋相总弹性模量  $E_{rT}$  的比值。因此可得出  $E_r(\theta)$ , 如式(16)。

$$n_r = (4 v_r V) / (\pi d_r^2 l_f) \quad (15)$$

$$E_r(\theta) = [(dV_c \cdot \rho'(\theta)) / V_r] E_{rT} \quad (16)$$

式中  $d_r$  为根系直径(单位:mm),  $l_f$  为根系长度(单位:mm)。

在球形区域内进行积分,即可得所有根系在轴向和径向的应力增量,即

$$d\sigma_{1r} = \int_V d\sigma_{1r}(\theta) dV_c \quad (17)$$

$$d\sigma_{3r} = \int_V d\sigma_{3r}(\theta) dV_c \quad (18)$$

对于柔性的根系,只有在受拉时才会产生相应的力。因此,只需在受拉的  $\theta$  角范围进行积分,定义  $d\epsilon_\theta = 0$  对应的  $\theta$  角为  $\theta_0$ ,  $\theta_0$  称为临界角,

$$\theta_0 = \arctan \sqrt{-d\epsilon_3 / d\epsilon_1} \quad (19)$$

采用三轴压缩试验时,根系受拉的区域为  $0 \sim \theta_0$ , 所以  $\theta$  角积分区域为  $0 \sim \theta_0$ , 如图 2 所示的阴影区域。根系只在  $0 \sim \pm \theta_0$  起作用,所以  $A = 2\theta_0 / 360$ 。  $\alpha$  角为积分单元  $dV_c$  与  $x_0y$  平面的夹角,且根系沿  $z$  轴对称分布,所以  $\alpha$  角在  $0 \sim 2\pi$  内积分。 $dV_c$  的积分为

$$dV_c = [(l_f^3 \cos \theta) / 24] d\alpha d\theta \quad (20)$$

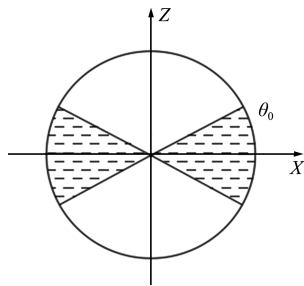


图 2 三轴压缩对应的角  $\theta_0$  的积分区域  
Fig. 2 Integral region of angle  $\theta_0$  corresponding to triaxial compression

将式(8~16,20)代入式(17,18)得

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{1r} \\ d\sigma_{2r} \\ d\sigma_{3r} \end{bmatrix} = \frac{E_r \theta_0 v_r V}{120 \pi^2 d_r^2 l_f} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{cases} A_{11} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \sin^4 \theta \cos^3 \theta d\alpha d\theta \\ A_{12} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cos^5 \theta d\alpha d\theta \\ A_{21} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cos^5 \theta d\alpha d\theta \\ A_{22} = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \cos^7 \theta d\alpha d\theta \end{cases} \quad (22)$$

假设根系和土体变形相同,在实际情况下,根

系的变形与土体的变形并不完全相同,所以需要引入一个表征根系与土体相对滑移关系的函数,基于试验结果反分析,得到反映根土滑移关系的关系式,如式(23)所示。根系应变与根土复合体应变之间的关系为

$$f_{ms} = \lambda \Delta q, d\epsilon_r = f_{ms} d\epsilon \quad (23,24)$$

式中  $f_{ms}$  为根土滑移关系,  $\lambda$  为滑移系数,  $\Delta q$  为根土复合体相邻应变对应主应力差的差值(单位:kPa)。

引入滑移函数后加筋相应力-应变关系为

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{1r} \\ d\sigma_{2r} \\ d\sigma_{3r} \end{bmatrix} = f_{ms} [D_r] \begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[D_r] = \frac{E_r \theta_0 v_r V}{120 \pi^2 d_r^2 l_f} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{22} \end{bmatrix} \quad (26)$$

### 2.3 基本相的刚度矩阵

基本相采用邓肯-张模型,  $[D_s]$  可以采用式(27)进行计算。

$$[D_s] = \frac{E_t}{(1 + \nu_t)(1 - 2\nu_t)} \begin{bmatrix} 1 - \nu_t & \nu_t & \nu_t \\ \nu_t & 1 - \nu_t & \nu_t \\ \nu_t & \nu_t & 1 - \nu_t \end{bmatrix} \quad (27)$$

式中  $E_t$  为切线变形模量,  $\nu_t$  为采用割线泊松比。其表达式为

$$E_t = K p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \varphi)}{2 c \cos \varphi + 2 \sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 \quad (28)$$

$$\nu_t = -d\epsilon_3 / d\epsilon_1 \quad (29)$$

共包含了 5 个参数,分别为  $K, n, c, \varphi$  和  $R_f$ , 可通过常规的三轴压缩试验进行求解。

## 3 材料与方法

### 3.1 试验材料

试验研究区选在河北省张家口地区,多年生小型黑麦草发芽率高,适应性强,是张家口地区常用的边坡防护草种。黑麦草种植一个月后,如图 3 (a)所示,选取其根系为研究对象,由于黑麦草根系



(a) 生长一个月成熟的黑麦草  
(a) Ryegrass grown for one month  
(b) 根系  
(b) Root

图 3 根系生长状况及整体挖掘后所得根系  
Fig. 3 Growth of root system and root system obtained after overall excavation

直径较小,不易从土体里完整剥离,所以采用整体挖掘的方法,再通过水洗,将根系从土体中完全剥离出来,得到根系如图3(b)所示,根系为二分支型,且主根长度为15 cm~18 cm,直径为0.15 mm~

0.45 mm,次根长度为3 cm~8 cm,直径为0.01 mm~0.22 mm,对单株根系,主次根质量比约为1:1。

本文所用土样为张家口地区的路基边坡土体,基本物理参数列入表1。

表1 颗粒筛分试验结果  
Tab.1 Particle screening test results

颗粒分布/%									最优含水率/%	最大干密度/ $g \cdot cm^{-3}$	液限/%	塑限/%	塑性指数	土的名称
20~10	10~5	5~2	2~1	1~0.5	0.5~0.25	0.25~0.1	0.1~0.075	<0.075						
5.4	10.4	12.1	8.0	11.8	10.2	42.0	0.1	0.1	14	1.84	29.7	18	11.7	粉质粘土

### 3.2 三轴试验

试验采用01-LH0501全自动三轴仪,采用固结不排水(CU)试验。试样直径为61.8 mm,高度为125 mm。采用重塑土试样,试验土样的压实度为85%,含水率为14%。通过前期准备试验发现,根系的长度为3 cm时,根土复合体抗剪强度最大,将主根与次根均剪成长度为3 cm根系段。

不同种植密度会产生不同的含根量,其对土体的性质产生显著的影响,按根系中主次根比例在土体中掺入根系,选取试样的含根量为0%,0.15%,0.3%,0.45%和0.6%,含根量为根系质量与土颗粒质量的比值,将每层根系与土均匀混合,分层击实。为拟合边坡浅层的情况,选用围压分别为25 kPa,50 kPa,75 kPa和100 kPa,试验按照土工试验方法标准GB/T 50123-2019<sup>[13]</sup>进行,加载速率为0.125 mm/min。

### 3.3 单根的拉伸试验

本试验采用艾德堡拉力计(KN-20),量程为20 N,最小分度为0.1 N,将根系剪成长度为5 cm的根系段,拉力计上下夹具分别夹取1 cm,夹具中间的长度为3 cm。研究采用在夹具位置用橡皮包裹根系的方法降低根系在夹具处断裂的可能性。当根系在中间三分之一处断裂时,记录此时根伸长的长度和断裂时的拉力,并视为有效数据。取下根系,用游标卡尺测量断裂位置附近根系的直径。

## 4 试验结果分析

### 4.1 三轴试验结果分析

邓肯-张模型可以反应土体非线性特点,只需

常规三轴试验即可求得模型参数<sup>[14]</sup>。因为不同围压下素土与根土复合体应力-应变曲线形状相似,所以取50 kPa下的应力-应变曲线为例。如图4所示,应力-应变曲线基本符合双曲线关系,拟合度 $R^2$ 大于0.99,因此符合邓肯-张双曲线模型,并求得素土的模型参数,结果列入表2。

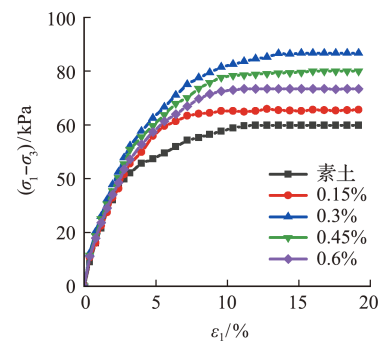


图4 围压50 kPa素土及根土复合体应力-应变关系曲线  
Fig.4 Stress-strain relationship curve of plain soil and root soil complex with confining pressure of 50 kPa

根土复合体应力-应变曲线为应变硬化型,以15%应变对应的主应力差为极限主应力差。如图5所示,在相同围压下,素土的极限主应力差最小,含根量为0.3%的根土复合体的极限主应力差最大,即为最优含根量。随着含根量的增加,根土复合体极限主应力差呈先增加后减小的趋势。

### 4.2 拉拔试验结果分析

植物根系作为生物材料,其具有复杂性、多向性、非均匀性和各向异性等特征<sup>[15]</sup>。图6为黑麦草单根抗拉力和直径之间的关系,两者符合幂函数关系,拟合度 $R^2$ 为0.995。图7为黑麦草单根的

表2 素土邓肯-张模型的相关参数

Tab.2 Correlation coefficients of Duncan Chang model of plain soil

围压/kPa	$a$	$b$	$E_i$	$R_f$	$R_f$ 平均数	$K$	$n$	$c$ /kPa	$\phi/^\circ$
25	0.0348	0.0221	28.7770	0.8993					
50	0.0310	0.0146	32.2685	0.8764					
75	0.0274	0.0108	36.4564	0.8583	0.8789	0.4057	0.2773	7.6384	16.4450
100	0.0232	0.0090	43.1965	0.8815					

抗拉强度和直径的关系曲线,两者符合幂函数关系,拟合度  $R^2$  为 0.931。假设根系为线弹性材料,图 8 为直径与弹性模量之间的关系,两者关系近似

为二次函数关系,拟合度  $R^2$  为 0.63。

本文所用根系的平均直径为 0.18 mm,平均抗拉力为 1.44 N,平均弹性模量为 233.53 MPa。

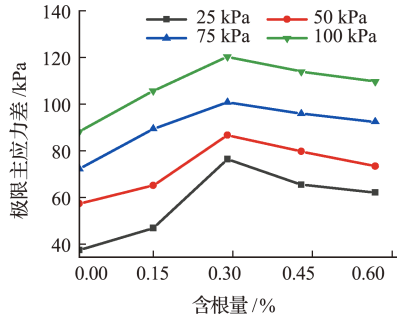


图 5 不同围压下含根量对极限主应力差的影响  
Fig. 5 Influence of root content on ultimate principal stress difference pressure under different confining pressures

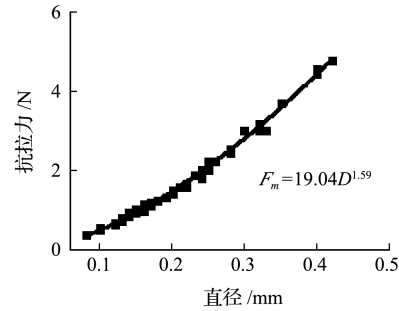


图 6 直径与抗拉力关系曲线  
Fig. 6 Relationship curve between diameter and tensile resistance

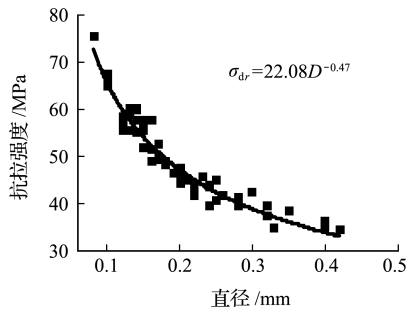


图 7 直径与抗拉强度关系曲线  
Fig. 7 Relationship curve between diameter and tensile strength

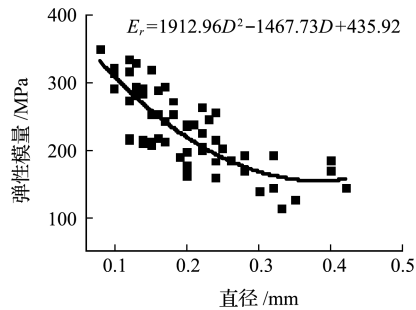


图 8 直径与弹性模量的关系曲线  
Fig. 8 Relationship curve between diameter and elastic modulus

### 5 计算值与试验值对比分析

通过模型的计算值与实验值进行反分析后,得到滑移函数关系的系数  $\lambda$  数值,当含根量为 0.15%, 0.3%, 0.45% 和 0.6% 时,滑移系数  $\lambda$  分别为 0.5, 1.2, 0.6 和 0.25。

由试验可得相关参数,依据式(25~29),对不同含根量下根土复合体的应力值进行计算,得应力-应变关系曲线,将计算的应力-应变关系曲线与试验的应力-应变关系曲线在同一坐标下对比,结果如图 9 所示。

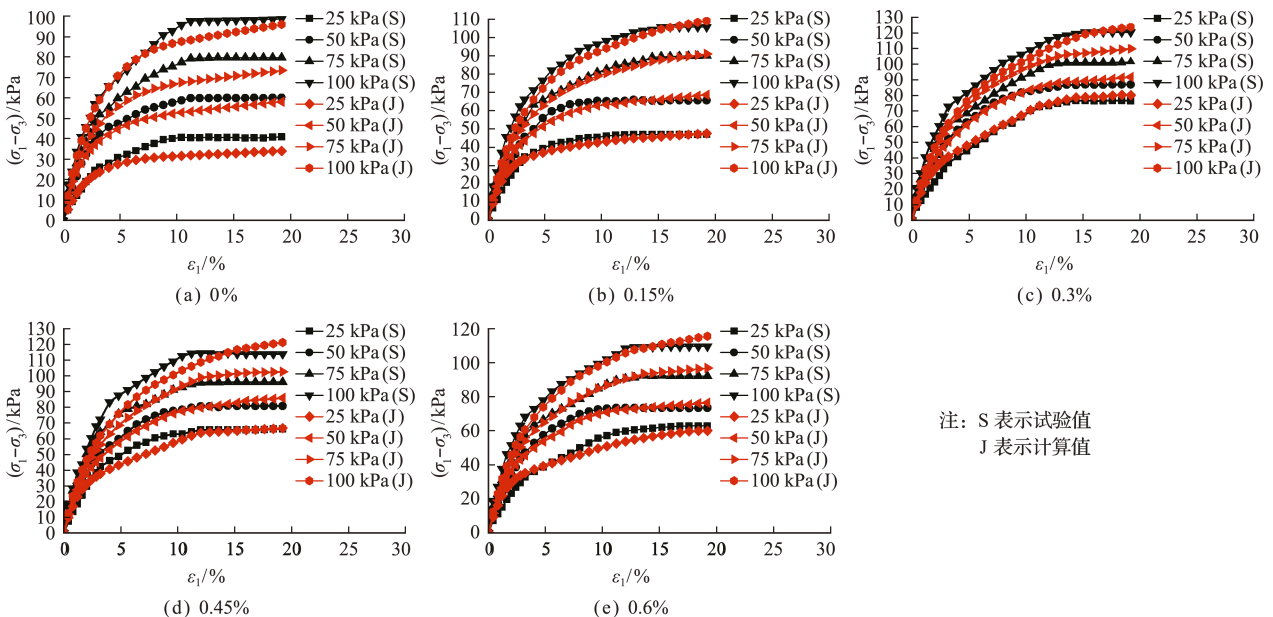


图 9 不同含根量下根土复合体应力计算与试验对比  
Fig. 9 Comparison of stress calculation and test of root soil complex under different root content

从图 9(a)可以看出,素土主应力差的计算值小于试验值,因为在计算的过程中,模型参数需要拟合,进而导致结果偏小。在根土复合体主应力差的计算过程中,应力-应变的计算值与试验值的关系近乎完全相同。因此可以证明该模型可以较好的拟合出根土复合体的应力-应变曲线,且拟合度( $R^2$ )均大于 0.96,拟合度较高。

## 6 结 论

本文基于混合物法则建立根土复合体本构模型,并通过根土复合体的三轴试验测得试验值的应力-应变关系,将试验值与模型计算值的应力-应变关系曲线进行比较,研究结果如下。

(1) 通过素土三轴压缩试验,得到土体的邓肯-张模型参数。对不同含根量的根土复合体进行三轴压缩试验,得到根土复合体极限主应力差大于素土极限主应力差,极限主应力差随含根量的增加先增加后减小,含根量为 0.3% 为最优含根量。

(2) 通过黑麦草单根拉伸试验发现,根系的直径与抗拉力和抗拉强度符合幂函数关系,与弹性模量符合多项式关系,且单根平均弹性模量为 233.53 MPa。

(3) 通过反分析的方法,得到滑移关系与主应力差有关,滑移系数是与含根量有关的参数。

(4) 通过构建的本构模型进行计算,得出模型的计算值与试验值近乎相同,拟合度( $R^2$ )均大于 0.96,拟合度较好。

## 参考文献(References):

[1] Valizade N, Tabarsa A. Laboratory investigation of plant root reinforcement on the mechanical behaviour and collapse potential of loess soil [J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2022, **26**(4):1475-1491.

[2] Nguyen T S, Likitlersuang S, Jotisankasa A. Influence of the spatial variability of the root cohesion on a slope-scale stability model: A case study of residual soil slope in Thailand [J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2019, **78**(5):3337-3351.

[3] Fry E L, Evans A L, Sturrock C J, et al. Root architecture governs plasticity in response to drought. [J]. *Plant and Soil*, 2018, **433**(1):189-200.

[4] Pollen N, Simon A. Estimating the mechanical effects of riparian vegetation on stream bank stability using a fiber bundle model [J]. *Water Resources Research*, 2005, **41**(7):W07025.

[5] Schwarz M, Lehmann P, Or D. Quantifying lateral root reinforcement in steep slopes-from a bundle of

roots to tree stands [J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2010, **35**(3):354-367.

- [6] 陈 能. 应力路径对根-土复合体力学特性影响试验研究[D]. 中南林业科技大学, 2015. (CHEN Neng. Experimental Study on the influence of Stress Path on Mechanical Properties of Root-soil Composite [D]. Central South University of Forestry & Technology, 2015. (in Chinese))
- [7] 左学龙. 基于弹性本构关系的根-土复合体力学特性试验研究[D]. 中南林业科技大学, 2016. (ZUO Xue-long. Experimental Study on Mechanical Characteristics of Root-soil Composite Based on Elastic Constitutive Relations [D]. Central South University of Forestry & Technology, 2016. (in Chinese))
- [8] 田青青. 林草混交根土复合体力学特性研究[D]. 中南林业科技大学, 2014. (TIAN Qing-qing. Experimental Study on the Mechanical Properties of Root-Soil Complex which is Mixed with Forest and Grass [D]. Central South University of Forestry & Technology, 2014. (in Chinese))
- [9] Diambra A, Ibraim E, Muir Wood D, et al. Fibre reinforced sands: Experiments and modelling [J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2010, **28**(3):238-250.
- [10] 王 磊, 朱 斌, 李俊超, 等. 一种纤维加筋土的两相本构模型[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(7):1326-1333. (WANG Lei, ZHU Bin, LI Jun-chao, et al. Two-phase constitutive model for fiber-reinforced soil [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(7):1326-1333. (in Chinese))
- [11] 郭盼盼. 纤维加筋土抗剪强度影响机理及本构模型研究[D]. 合肥工业大学, 2018. (GUO Pan-pan. Mechanism of Parameters Affecting Shear Strength of Fiber-Reinforced Soil [D]. Hefei University of Technology, 2018. (in Chinese))
- [12] Michalowski R L. Limit stress for granular composites reinforced with continuous filaments [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, **123**(8):852-859.
- [13] GB/T 50123-2019. 土工试验方法标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019. (GB/T 50123-2019. Standard for Geotechnical Testing Method [S]. Beijing: China Planning Press, 2019. (in Chinese))
- [14] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016. (LI Guang-xin. *Advanced Soil Mechanics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016. (in Chinese))
- [15] 田 佳, 卞莹莹, 于江珊, 等. 贺兰山 3 种乔木单根及根土复合体力学特性[J]. 水土保持学报, 2018, **32**(6):123-129. (TIAN Jia, BIAN Ying-ying, YU Jiang-shan, et al. Mechanical properties comparison of single root and root-soil composite of three trees arbor species in Helan Mountain [J]. *Journal of Soil and Water Conservation*, 2018, **32**(6):123-129. (in Chinese))

## Study on constitutive model of root soil complex based on mixture rule

JIANG Xi-yan<sup>\*1,2,3</sup>, WANG Wan-mei<sup>1,2,3</sup>, LIU Jie<sup>1,2,3</sup>, LIU Jia-lu<sup>1,2,3</sup>,  
ZHANG Zhe<sup>1,2,3</sup>, RUAN Meng-ke<sup>1,2,3</sup>

(1. College of Civil Engineering, Hebei Institute of Architectural Engineering, Zhangjiakou 075031, China;

2. Hebei Key Laboratory of Civil Engineering Diagnosis, Transformation and disaster resistance, Zhangjiakou 075000, China;

3. Hebei Transportation Infrastructure Engineering Technology Innovation Center in Cold Areas, Zhangjiakou 075000, China)

**Abstract:** In order to explore the stress-strain relationship of a root soil complex, it is considered as a two-phase body. A linear elastic model is used for the root system, and the Duncan-Chang model is used for the soil. Considering the relative slip relationship between the root system and the soil, the constitutive model of the root soil complex is established based on the mixture rule. Through the triaxial compression test of plain soil and root soil complex with different root contents, the stress-strain relationship is obtained. The elastic modulus of the root is obtained through the single root tensile test. The results show that (1) the ultimate principal stress difference of the root soil composite increases first and then decreases with the increase of root content, and the optimal root content was 0.3%. (2) The diameter of a single root conforms to the power function relationship with the tensile strength, and to the polynomial relationship with the elastic modulus. (3) Through the inverse analysis method, the slip relationship is established. The stress-strain relationship of the calculated value of the model is obtained. It is found that the fitting accuracy ( $R^2$ ) of the calculated value of the model and the test value is 0.96. This study provides a new idea for the establishment of the constitutive model of root soil composite, and provides parameters for the numerical analysis of a root soil complex.

**Key words:** root soil complex; constitutive model; Duncan Chang model; linear elastic model

---

引用本文/Cite this paper:

蒋希雁, 王万梅, 刘杰, 等. 基于混合物法则根土复合体本构模型的研究[J]. 计算力学学报, 2024, 41(2): 396-402.

JIANG Xi-yan, WANG Wan-mei, LIU Jie, et al. Study on constitutive model of root soil complex based on mixture rule [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2024, 41(2): 396-402.