

DOI: 10.7511/jslx20220726001

弹簧地基上大直径单桩海上风机的一阶自振频率

余云燕*, 许蓉, 孔嘉乐

(兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070)

摘要: 自振频率是海上风机前期动力设计的主要难点之一, 计算精度要求极高, 而桩-土相互作用对自振频率影响显著。目前, 针对桩-土相互作用普遍采用弹簧地基简化模型, 为对比分析不同弹簧地基简化模型的准确性和精度, 本文采用回传射线矩阵法, 建立固定端、单弹簧、双弹簧和三弹簧这4种地基简化模型, 基于 Bernoulli-Euler 梁理论和 Timoshenko 梁理论, 求解风机系统的自振频率, 并与风机基频实测值作对比, 进一步分析三弹簧简化地基模型中地基旋转刚度、地基耦合刚度和地基水平刚度对风机系统基频的影响。研究表明, 桩-土相互作用不可忽略, 三弹簧地基简化模型计算风机系统基频精度最高; 地基刚度对风机系统基频的敏感性次序为, 地基耦合刚度 > 地基旋转刚度 > 地基水平刚度; 当地基旋转(水平)刚度较小时, 地基耦合刚度与地基旋转(水平)刚度的耦合效应对风机系统的基频影响较大; 地基耦合刚度与地基旋转刚度的耦合效应对风机系统基频的影响程度大于地基耦合刚度与地基水平刚度的耦合效应。

关键词: 海上风机; 弹簧地基; 自振频率; 回传射线矩阵法; 单桩基础

中图分类号: TU473; O323

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)02-0383-07

1 引言

海上风能是具有极大发展潜力的可再生清洁能源。我国沿海地区拥有丰富的海上风能资源, 海上风电技术具有广阔的发展前景, 但我国开发海上风电起步较晚, 各项技术均还不成熟^[1], 而安全开发利用海上风能尤为关键。

风机结构的系统自振频率设计精度要求严苛, 是限制海上风能开发与利用的主要难点之一。目前国际上均采用软-刚(soft-stiff)模式进行系统频率设计^[2], 避免风机自振频率落到 1P 频率带(涡轮机的转动频率)和 2P/3P 频率带(叶轮的扫掠频率)内引发共振效应, 海上风机设计主要参考 DNV^[3] 规范, 在 1P 和 3P 频率带基础上提出了 ±10% 预留安全度, 进一步缩小了系统频率的安全范围, 给风机系统自振频率的设计增加了难度。

诸多学者将风机系统简化为作用在刚性地基上的悬臂梁, 求解海上风机系统自振频率。Uscio-wska 等^[4] 将风机结构简化为底部固定且顶部带有

集中质量块的等截面悬臂梁, 推导出结构自振频率解析解。牛文杰等^[5] 采用集中质量法和柔度法对泥面线以上的单桩风机结构进行多自由度动力分析。Clough 等^[6] 将系统考虑为底端固定的悬臂塔筒, 求解系统自振频率。悬臂梁简化模型忽略桩-土相互作用, 计算得到的自振频率误差较大, 不能准确反映风机系统的实际情况。

为准确反映桩-土相互作用对风机系统影响, 目前普遍采用弹簧地基简化模型^[7,8] 来模拟风机系统连接段以下部分, 熊辉等^[9] 建立三维模型进一步说明桩-土相互作用不可忽略。Byrne^[10] 将桩-土相互作用简化为一个具有旋转自由度的弹簧, 上部与等截面悬臂梁连接, 忽略风机塔架的分布质量, 通过数值模拟方法得到结构的基频。Zaaijer^[11] 将桩-土相互作用简化为水平和旋转两个自由度的弹簧, 利用瑞利法得到结构的基频, 指出考虑水平刚度与转动刚度的耦合能得到更为符合实际的解。Adhikari 等^[12] 将桩-土相互作用简化为水平和旋转两个自由度的弹簧, 利用刚度修正系数和质量修正系数估计结构自振频率。余璐庆等^[13] 将风机结构简化为底部由水平、旋转、耦合三个自由度共同作用的弹簧, 利用结构动力学方法, 研究了不同轴力下基础刚度对风机结构前四阶自振频率的影响。Arany 等^[14] 在 Zaaijer^[11] 研究基础上引入水平-旋转弹簧之间的耦合效应, 求解了风机的自振频率。

收稿日期: 2022-07-26; 修改稿收到日期: 2022-11-06.

基金项目: 甘肃省科技计划(23JRRA854); 甘肃省教育厅产业支撑计划(2021CYZC-28); 甘肃省交通运输厅科技研发项目(2021-12); 甘肃省基础研究创新群体项目(145RJIA332; 21JR7RA347)资助.

作者简介: 余云燕*(1968-), 女, 博士, 教授, 博士生导师
(E-mail: yuyunyan@mail.lzjtu.cn).

诸多学者认为风机属于细长杆式结构,故基于 Bernoulli-Euler 梁理论建立横向运动方程,求解风机系统自振频率。余云燕等^[15]基于 Timoshenko 梁理论建立桩基回传射线矩阵,且杨春宝等^[16]主张风机系统趋于短粗结构,应基于 Timoshenko 梁理论建立模型。

综上所述,系统研究不同地基简化模型和不同梁模型对风机系统自振频率的影响规律,目前还没有文献报道。本文采用回传射线矩阵法,基于 Bernoulli-Euler 梁和 Timoshenko 梁理论,将桩-土相互作用简化为固定端、单弹簧、双弹簧和三弹簧这 4 种地基简化模型,求解风机系统的基频,进一步研究三弹簧地基简化模型中的地基水平刚度、地基耦合刚度和地基旋转刚度对风机系统基频的影响规律。

2 基于回传射线矩阵法风机简化系统的横向运动方程

2.1 简化模型

风机结构整体模型如图 1 所示,由叶轮、轮毂、机舱组件、塔筒、连接段和大直径单桩基础组成^[17]。将叶轮-机舱组件 RNA(Rotor Nacelle Assembly)简化为顶部作用的集中质量块 M ,塔筒壁厚为 t_T ,连接段壁厚为 t_S ,塔筒高为 L_T ,连接段高为 L_S ,连接段外径为 D_S ,塔筒顶部截面外径为 D_T ,塔筒底部截面外径为 D_b ,截面外径从底部到顶部沿高度线性变化,平均直径用作理想化塔的等效恒定直径^[14]。

将风机结构简化为作用在刚性地基上的悬臂梁,如图 2(a)所示;考虑桩-土相互作用并将其等效为一个旋转弹簧,形成单弹簧地基模型,如图 2(b)所示;在单弹簧的基础之上,考虑了桩顶水平推力,加入水平弹簧的作用,形成双弹簧地基模型,如图 2(c)所示;在双弹簧的基础之上引入水平-旋转耦合弹簧形成三弹簧地基简化模型,如图 2(d)所示。

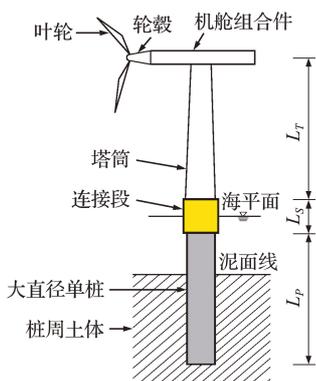


图 1 风机整体模型
Fig. 1 Overall wind turbine model

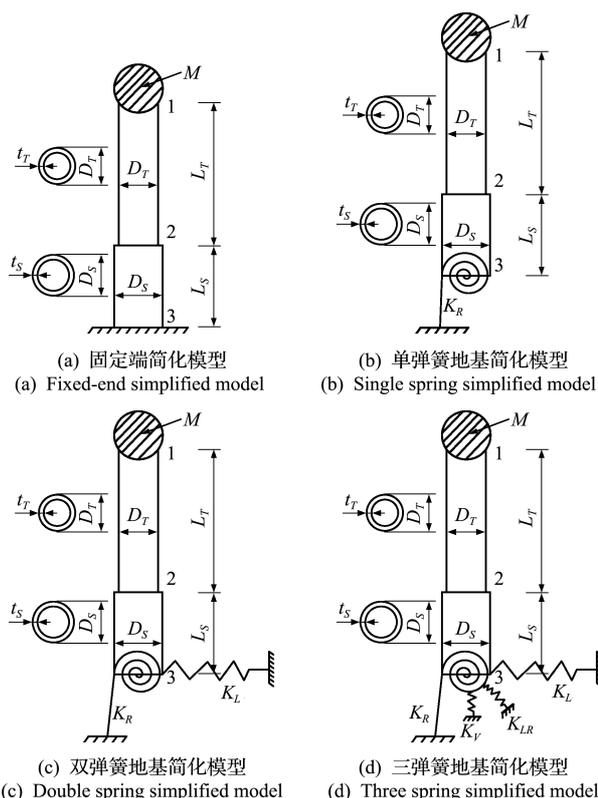
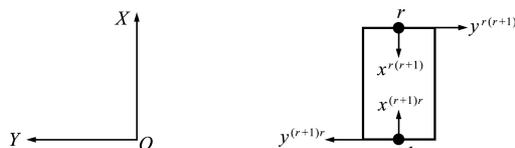


图 2 风机简化模型

Fig. 2 Simplified model of wind turbine

对图 2 的简化模型进行节点编号,共有 3 个节点,2 个单元,如图 2 所示。 r 表示节点号,分别为 1,2 和 3,单元号用 j 表示, $j = 1$ 时表示塔筒段, $j = 2$ 时表示连接段。对整体结构建立整体坐标系,每个节点 $r(r + 1)$ 引入两组局部坐标系 $(x, y)^{r(r+1)}$ 和 $(x, y)^{(r+1)r}$,其原点分别在 r 点和 $r + 1$ 点,坐标系的方向满足右手螺旋法则,如图 3 所示。



(a) 整体坐标系 (b) 局部坐标系
(a) Overall coordinate systems (b) Local coordinate systems

图 3 整体坐标系和局部坐标系

Fig. 3 Overall and local coordinate systems

2.2 Timoshenko 梁的横向振动方程及方程的解

基于 Timoshenko 梁理论,局部坐标系下,第 j 段 Timoshenko 梁的横向振动方程为

$$\begin{cases} \kappa A_j G \frac{\partial^2 v_s(x, t)}{\partial x^2} = \rho A_j \frac{\partial^2 (v_b(x, t) + v_s(x, t))}{\partial t^2} \\ EI_j \frac{\partial^3 v_b(x, t)}{\partial x^3} + \kappa A_j G \frac{\partial v_s(x, t)}{\partial x} = \rho I_j \frac{\partial^3 v_b(x, t)}{\partial x \partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $v_b(x, t)$ 和 $v_s(x, t)$ 分别为弯矩和剪力引起的

挠度,总挠度 $v(x, t) = v_b(x, t) + v_s(x, t)$; E, G, ρ 和 κ 分别为杨氏模量、剪切模量、材料密度和剪切系数; A_j 和 I_j 为第 j 段 Timoshenko 梁的横截面面积和截面惯性矩。

弯矩、剪力和转角可表示为

$$k_{1j,2j} = \sqrt{\left[(\eta + 1) (\omega^2 / c_0^2) \pm \sqrt{[(\eta + 1) (\omega / c_0)^2]^2 - 4 (\omega^2 / c_0^2) (\eta (\omega^2 / c_0^2) - \alpha_j / L_j^2)} \right] / 2} \quad (3)$$

$$g_{1j,2j} = (\eta L_j / \alpha_j) (k_{1j,2j}^2 - (\omega^2 / c_0^2)) \quad (4)$$

式中 $\eta = E / \kappa G, \alpha_j = A_j L_j^2 / I_j, c_0 = \sqrt{E / \rho}$ 为纵波波速, L_j 为第 j 段梁的长度, g_{1j}, g_{2j} 为弯曲变形 v_b 与剪切变形 v_s 的比值。

2.3 Bernoulli-Euler 梁的横向振动方程及方程的解

第 j 段 Bernoulli-Euler 梁的横向振动方程为

$$EI_j \frac{\partial^4 v_b(x, t)}{\partial x^4} + \rho A_j \frac{\partial^2 v_b(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

引入 Fourier 变换对,对式(5)进行 Fourier 变换,并求解 Bernoulli-Euler 梁的波数为

$$k_{1j(2j)} = \sqrt[4]{(\omega^2 / c_0^2) (\alpha_j / L_j^2)} \quad (6)$$

3 风机横向自振频率求解

节点在频域中的力平衡和位移协调条件如下。

(1) 节点 1 弯矩为零,剪力由集中质量乘加速度。

(2) 节点 2 为中间节点,弯矩、剪力、转角、挠度传向节点 1 和传向节点 3 数值相同,方向相反。

(3) 节点 3 的力平衡与位移协调条件与地基简化模型有关,固定端模型挠度和转角为零,弹簧模型分别由式(7~9)表示为

$$\text{单弹簧} \begin{cases} \hat{V}^{32}(0, \omega) = 0 \\ \hat{M}^{32}(0, \omega) = K_R (d\hat{v}(0, \omega) / dx) \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{双弹簧} \begin{cases} \hat{M}^{32}(0, \omega) = K_R (d\hat{v}(0, \omega) / dx) \\ \hat{V}^{32}(0, \omega) = K_L \hat{v}(0, \omega) \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{三弹簧} \begin{cases} \hat{M}^{32}(0, \omega) = K_R \frac{d\hat{v}(0, \omega)}{dx} + K_{LR} \hat{v}(0, \omega) \\ \hat{V}^{32}(0, \omega) = K_{LR} \frac{d\hat{v}(0, \omega)}{dx} + K_L \hat{v}(0, \omega) \end{cases} \quad (9)$$

式中 K_R 为地基旋转刚度, K_L 为地基水平刚度, K_{LR} 为地基耦合刚度。

将式(2)代入式(7~9)中,整理合并为 $\mathbf{d}^r = \mathbf{S}^r \mathbf{a}^r$ 。其中, \mathbf{a}^r 和 \mathbf{d}^r 分别为局部入射波波幅向量和局部出射波波幅向量, \mathbf{S}^r 为局部散射矩阵。将 3 个节点的局部入射波波幅向量 \mathbf{a}^r 和局部出射波波幅向量 \mathbf{d}^r 组集到总体矩阵 \mathbf{a} 和 \mathbf{d} 中,有

$$\mathbf{d} = \mathbf{S} \mathbf{a} \quad (10)$$

式中 \mathbf{a} 和 \mathbf{d} 分别为总体入射波波幅向量和总体出

$$M(x, t) = EI_j (\partial^2 v_b(x, t) / \partial x^2)$$

$$V(x, t) = \kappa A_j G (\partial v_s(x, t) / \partial x)$$

$$\phi(x, t) = \partial v_b(x, t) / \partial x \quad (2)$$

波数 k_{1j}, k_{2j} 与波数对应的 g_{1j}, g_{2j} 由式(3,4)计算得到,即

射波波幅向量, \mathbf{S} 为总体散射矩阵。

对任意梁单元 $r(r+1)$, 入射波波幅向量 $\mathbf{a}^{r(r+1)}$ 和出射波波幅向量 $\mathbf{d}^{r(r+1)}$ 之间存在相位关系,引入传播矩阵 $\mathbf{P}^{r(r+1)}$, 有 $\mathbf{a}^{r(r+1)} = \mathbf{P}^{r(r+1)} \mathbf{d}^{r(r+1)}$, 其中 $L^{r(r+1)}$ 为梁单元 $r(r+1)$ 的长度, $\mathbf{P}^{r(r+1)} = \text{diag}\{-e^{-ik_{1j}L^{r(r+1)}} - e^{-ik_{2j}L^{r(r+1)}}\}$ 。将向量 $\mathbf{a}^{r(r+1)}$ 组集到 \mathbf{a}^r 中并进一步组集到总体出射波波幅向量 \mathbf{a} 中,同理 $\mathbf{d}^{r(r+1)}$ 也组集到 \mathbf{d} 中,但排列顺序不同,故引入置换矩阵 \mathbf{U} , 其分量仅有 0, 1 元素,从而得到

$$\mathbf{a} = \mathbf{P} \mathbf{U} \mathbf{d} \quad (11)$$

联立式(10,11)得

$$[\mathbf{I} - \mathbf{R}] \mathbf{d} = 0 \quad (12)$$

式中 $\mathbf{R} = \mathbf{S} \mathbf{P} \mathbf{U}$ 为回传射线矩阵, \mathbf{I} 为单位矩阵,且与 \mathbf{R} 同阶。为求得式(12)出射波波幅向量 \mathbf{d} 的非零解,其系数行列式必须为零,即

$$\det[\mathbf{I} - \mathbf{R}] = 0 \quad (13)$$

式中 $\det[\dots]$ 表示行列式。式(13)为海上风机系统的横向自振频率方程。

4 算例分析与方法验证

为验证回传射线矩阵法求解风机简化模型自振频率的准确性,针对 Lely 风机和 Irene Vorrink 风机,风机具体参数列入表 1。地基旋转刚度 K_R 根据桩顶弯矩与其对应的转角关系得到,地基水平刚度

表 1 两种风机具体参数^[14]

Tab. 1 Specific parameters of the two offshore wind turbine systems

输入参数	Lely	Irene Vorrink
RNA 质量 M_{RNA}/t	32	35.7
塔筒高 L_T/m	37.9	44.5
塔筒底部直径 D_b/m	3.2	3.5
塔筒顶部直径 D_t/m	1.9	1.7
塔筒平均壁厚 t_T/mm	13	13
塔筒杨氏模量 E/GPa	210	210
塔筒材料密度 $\rho/kg \cdot m^{-3}$	7850	7850
连接段高 L_S/m	7.1	9.5
连接段直径 D_S/m	3.2	3.2
连接段壁厚 t_S/mm	35	35

K_L 根据桩顶水平力与其对应的位移关系得到,地基耦合刚度 $K_{L,R}$ 依据桩顶弯矩和水平力对应的转角和位移的耦合关系得到,具体取值列入表 2,两种风机计算结果列入表 3。

表 2 两种风机地基刚度取值

Tab. 2 Determination of foundation stiffness of the two offshore wind turbine

弹簧类型	输入参数	Lely	Irene Vorrink	数据来源
单弹簧	旋转刚度 $K_R/\text{GN}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$	20	15	文献[16]
双弹簧	水平刚度 $K_L/\text{GN}\cdot\text{m}^{-1}$	0.83	0.76	
	旋转刚度 $K_R/\text{GN}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$	20.06	15.5	文献[12]
三弹簧	水平刚度 $K_L/\text{GN}\cdot\text{m}^{-1}$	0.52	0.58	
	耦合刚度 $K_{L,R}/\text{GN}$	-2.74	-3.25	
	旋转刚度 $K_R/\text{GN}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$	23.63	29.67	文献[14]

表 3 两种风机的计算基频和相对误差

Tab. 3 Calculation of fundamental frequency and relative error of two offshore wind turbine

风机类型	边界类型	实测值 /Hz	Timoshenko 梁		Bernoulli-Euler 梁	
			基频/Hz	误差/%	基频/Hz	误差/%
Lely	固定端	0.735	0.744	1.15	0.753	2.49
	单弹簧		0.743	1.08	0.751	2.16
	双弹簧		0.743	1.08	0.751	2.16
	三弹簧		0.742	0.99	0.746	1.45
Irene Vorrink	固定端	0.546	0.567	3.80	0.568	4.09
	单弹簧		0.551	1.09	0.552	1.15
	双弹簧		0.551	1.09	0.552	1.15
	三弹簧		0.547	0.24	0.549	0.48

由表 3 可知,针对两种风机不同地基简化模型,与风机基频实测值相比,Bernoulli-Euler 梁模型的基频计算结果和误差均大于 Timoshenko 梁,这是由于 Bernoulli-Euler 梁没有考虑剪切变形的缘故,但 Timoshenko 梁相较于 Bernoulli-Euler 梁模型计算精度提升不明显;固定端简化地基模型的误差最大,说明桩-土相互作用不可忽略;三弹簧地基简化模型的基频误差最小,说明三弹簧地基简化模型对桩-土相互作用的模拟最为精准,推荐使用该地基简化模型进行风机系统的基频计算;单弹簧和双弹簧地基计算模型的误差居中,且基频计算结果相等,说明水平刚度 K_L 对基频影响不大。

5 参数分析

由表 3 可知,三弹簧地基简化模型基频计算值与实测值最为接近,能较为准确地反映风机的实际情况,故以 Irene Vorrink 风机为例,分析三弹簧地基简化模型中地基刚度 ($K_R, K_L, K_{L,R}$) 对风机系

统基频的影响规律。

5.1 地基刚度对风机系统基频的影响

为研究地基刚度对风机系统基频的影响规律,绘制了风机系统基频随地基刚度的变化曲线,如图 4~图 6 所示。

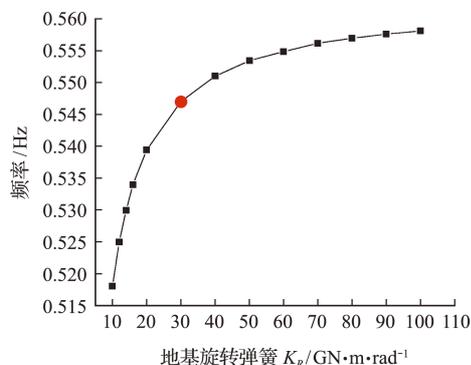
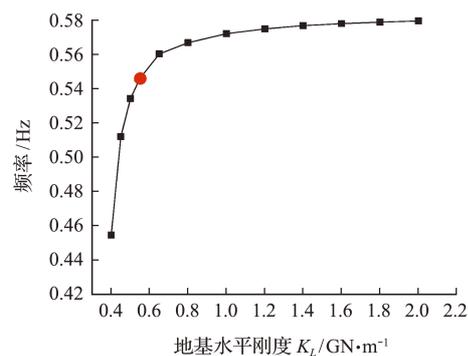
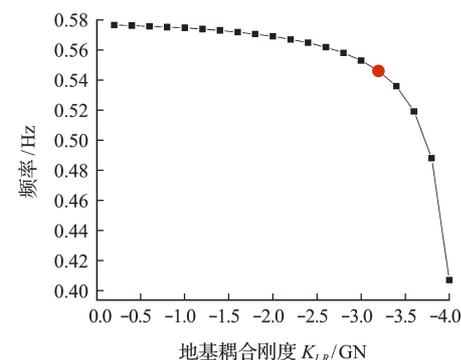
图 4 地基旋转刚度 K_R 对风机系统基频的影响Fig. 4 Influence of rotational stiffness K_R of foundation on fundamental frequency of wind turbine图 5 地基水平刚度 K_L 对风机系统基频的影响Fig. 5 Influence of horizontal stiffness K_L of foundation on fundamental frequency of wind turbine图 6 地基耦合刚度 $K_{L,R}$ 对风机系统基频的影响Fig. 6 Influence of coupling stiffness $K_{L,R}$ of foundation on fundamental frequency of wind turbine

图 4 中红色圆点的基频为 0.547 Hz(表 3),图 5 和图 6 的红色圆点基频值同于图 4。从图 4 可以看出,其他参数不变时,地基旋转刚度 K_R 值增加 10 倍,即从 $10 \text{ GN}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ 增加到 $100 \text{ GN}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$,风机系统基频从 0.513 Hz 增加到 0.549 Hz,

基频增加了7%。分析表明,地基旋转刚度 K_R 较小时,对风机系统基频影响较大,基频增长很快,曲线很陡,随着旋转刚度 K_R 的逐渐增大,其影响程度逐渐减小,基频增长缓慢,曲线趋于平缓。

从图5可以看出,当水平刚度 K_L 值较小时,风机系统基频随水平刚度 K_L 增加而迅速增大,当 $K_L \geq 0.58 \text{GN} \cdot \text{m}^{-1}$ 后,随着地基水平刚度 K_L 的增加,风机系统基频增加幅度越来越小。分析表明,只有在较小范围内,水平刚度 K_L 对系统基频有影响,当水平刚度 K_L 达到一定数值后,水平刚度 K_L 对系统基频基本没有影响。

从图6可以看出,系统基频随地基耦合刚度绝对值 $|K_{LR}|$ 的增加而逐渐减小。地基耦合刚度绝对值 $|K_{LR}|$ 从 0GN 增加到 4GN 过程中,系统基频从 0.545Hz 减小到 0.458Hz ,减小了16%。当地基耦合刚度绝对值 $|K_{LR}| \geq 3 \text{GN}$ 后,风机系统基频随着地基耦合刚度绝对值的增加而急剧减小。分析表明,地基耦合刚度绝对值 $|K_{LR}|$ 较小时,对系统基频的影响很小,随着耦合刚度绝对值 $|K_{LR}|$ 的逐渐增大,其影响程度也逐渐增大,达到一定值后,影响程度急剧增加。

5.2 地基刚度敏感性分析

为研究地基刚度对风机系统基频的敏感性,表4分析对比了不同地基刚度在原有参数基础上变化 $\pm 20\%$ 时系统基频的相对变化率。相对变化率记为 η_{\pm} ,变化 $+20\%$ 为 η_+ ,变化 -20% 为 η_- 。

表4 不同地基刚度的敏感性分析

Tab. 4 Sensitivity analysis of stiffness of each foundation in the model

相对变化率	地基旋转刚度 $K_R/\text{GN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	地基水平刚度 $K_L/\text{GN} \cdot \text{m}^{-1}$	地基耦合刚度 K_{LR}/GN
η_+	9.1%	6.2%	24.4%
η_-	25.0%	10.7%	10.4%

由表4可知,地基旋转刚度 K_R 、地基水平刚度 K_L 和地基耦合刚度 K_{LR} 同幅度变化 $+20\%$ 时,地基耦合刚度 K_{LR} 对系统基频最为敏感,其次是地基旋转刚度 K_R ,再次为水平刚度 K_L ;同幅度变化 -20% 时,地基旋转刚度 K_R 对系统基频最为敏感,地基耦合刚度和水平刚度对系统基频敏感性基本一致。总之,地基刚度同幅度变化 $\pm 20\%$,地基刚度对风机系统基频敏感性的大小顺序为,地基耦合刚度 $K_{LR} >$ 地基旋转刚度 $K_R >$ 地基水平刚度 K_L 。由表4可知,地基旋转刚度和地基耦合刚度在不同变化条件下对系统基频的敏感性不一致,这是

由于存在耦合效应,该耦合效应对系统基频存在影响,应作进一步分析。

5.3 耦合效应对风机系统基频的影响

为分析耦合效应对系统基频的影响,绘制了风机系统基频随耦合效应的变化曲线,如图7和图8所示。

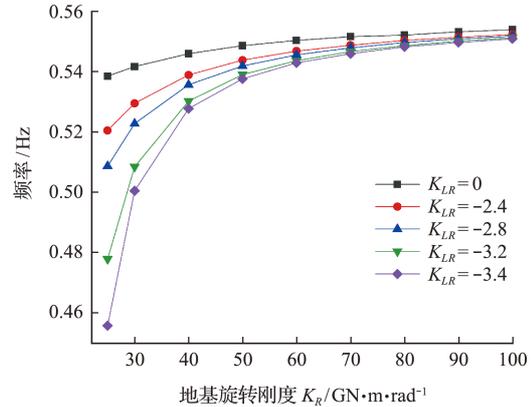


图7 K_{LR} 与 K_R 耦合效应对风机系统基频的影响
Fig. 7 Influence of K_{LR} and K_R coupling effect on fundamental frequency

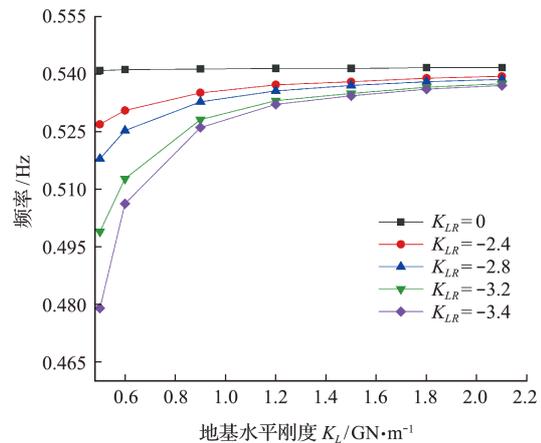


图8 K_{LR} 与 K_L 耦合效应对风机系统基频的影响
Fig. 8 Influence of K_{LR} and K_L coupling effect on fundamental frequency

K_{LR} 与 K_R 的耦合效应对风机系统基频的影响如图7所示。可以看出,地基耦合刚度 K_{LR} 不变,风机系统基频随着旋转刚度 K_R 的增加而增大,且增加幅度越来越小,最终趋于定值;地基旋转刚度 K_R 不变,系统基频随着地基耦合刚度绝对值 $|K_{LR}|$ 的增大而减小。地基耦合刚度 K_{LR} 变化相同幅度时,在地基旋转刚度 K_R 取值较小时,即 $K_R = 25 \text{GN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$,系统基频变化幅值为14%;地基旋转刚度 K_R 取值较大时,即 $K_R = 50 \text{GN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$,系统基频变化幅值为2%。分析表明,地基旋转刚度 K_R 取值较小的情况下,两者的耦合效应对系统基频的影响较大,随着地基旋转刚度 K_R 的增大,

K_{LR} 与 K_R 的耦合效应对风机系统基频的影响逐渐减小,且不同地基耦合刚度下的基频随地基旋转刚度的变化曲线最终趋于某一恒定值。

K_{LR} 与 K_L 的耦合效应对风机系统基频的影响如图 8 所示。可以看出,地基耦合刚度 K_{LR} 不变时,系统基频随着地基水平刚度 K_L 的增加而增大,且增加幅度越来越小,最终趋于某一定值;当地基水平刚度 K_L 不变时,系统基频随着地基耦合刚度绝对值 $|K_{LR}|$ 的增大而减小,且 K_L 取值较小时,风机系统基频变化幅度很大,随着 K_L 的逐渐增大,风机系统基频随 K_{LR} 的变化幅度越来越小。分析表明,地基水平刚度 K_L 取值较小时,两者的耦合效应对系统基频的影响较大,地基水平刚度 K_L 取值较大时,两者的耦合效应对系统基频的影响逐渐减小。对比图 7 和图 8 可以看出, K_{LR} 与 K_R 的耦合效应对系统基频的影响程度大于 K_{LR} 与 K_L 的耦合效应。

6 结 论

采用回射线矩阵法,将风机系统简化为 4 种地基简化模型,基于 Bernoulli-Euler 梁理论和 Timoshenko 梁理论,得到风机系统基频并与实测值对比,分析不同地基简化模型的计算精度和刚度参数对风机系统基频的影响,得到如下结论。

(1) 桩-土相互作用不可忽略,采用三弹簧地基简化模型得到的风机系统基频误差最小,计算精度最高。

(2) 风机系统基频随着地基旋转刚度和地基水平刚度的增加而增大,随地基耦合刚度绝对值的增加而减小;地基刚度对风机系统基频敏感性的大小顺序为:地基耦合刚度 > 地基旋转刚度 > 地基水平刚度。 K_R 与 K_{LR} 耦合效应对系统基频的影响程度大于 K_L 与 K_{LR} 耦合效应。当地基旋转(水平)刚度较小时,地基耦合刚度与地基旋转(水平)刚度的耦合效应对风机系统的基频影响较大,随着地基旋转(水平)刚度的逐渐增大,地基耦合刚度与地基旋转(水平)刚度的耦合效应对风机系统的基频影响逐渐减小直至消失。

参考文献(References):

[1] He Z X, Xu S C, Shen W X, et al. Review of factors affecting China's offshore wind power industry[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2016, **56**:1372-1386.

[2] Lombardi D, Bhattacharya S, Muir Wood D. Dynamic

soil-structure interaction of monopile supported wind turbines in cohesive soil [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, **49**:165-180.

- [3] DNV-OS-J101. Design of Offshore Wind Turbine Structures[S]. Norway: DNV Press, 2014.
- [4] Uscilowska A, Kolodziej J A. Free vibration of immersed column carrying a tip mass [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, **216**(1):147-157.
- [5] 牛文杰,王振宇,李洪然. 海上风机基础水平振动的多自由度分析[J]. *土木建筑与环境工程*, 2011, **33**(S1): 121-124. (NIU Wen-jie, WANG Zhen-yu, LI Hong-ran. Multi-degree-of-freedom analysis of horizontal vibration of offshore wind turbine-foundation [J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2011, **33**(S1):121-124. (in Chinese))
- [6] Clough R W, Penzien J. *Dynamics of Structures*[M]. New York: McGraw-Hill, 1975.
- [7] 刘超,曹威,张健民. 海上风电结构地基土应力变化规律研究[J]. *地震工程学报*, 2014, **36**(2): 220-227. (LIU Chao, CAO Wei, ZHANG Jian-min. Numerical study on stress change within the foundation of offshore wind generators [J]. *China Earthquake Engineering Journal*, 2014, **36**(2): 220-227. (in Chinese))
- [8] 杨骁,徐小辉. 部分水下弹性支撑等截面梁柱的自由振动分析[J]. *工程力学*, 2006, **26**(7): 60-65. (YANG Xiao, XU Xiao-hui. The free vibration analysis of a beam partly immersed in a fluid on coupled elastic foundation [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, **26**(7):60-65. (in Chinese))
- [9] 熊辉,吕西林,黄靓. 考虑土-结构相互作用效应的三维桩基结构动力有限元分析[J]. *计算力学学报*, 2007, **24**(6): 756-762. (XIONG Hui, LÜ Xi-lin, HUANG Liang. A dynamic FE analysis considering the SSI effect on 3D pile-supported structures [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2007, **24**(6):756-762. (in Chinese))
- [10] Byrne B W, Houlsby G T. Foundations for offshore wind turbines [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, **361**(1813):2909-2930.
- [11] Zaaier M B. Foundation modelling to assess dynamic behaviour of offshore wind turbines [J]. *Applied Ocean Research*, 2006, **28**(1): 45-57.
- [12] Adhikari S, Bhattacharya S. Dynamic analysis of wind turbine towers on flexible foundations [J]. *Shock and Vibration*, 2012, **19**(1): 37-56.
- [13] 余璐庆,吕学金,汤旅军,等. 一种改进后的海上风机

- 动力特性理论分析方法研究[J]. 地震工程学报, 2018, **40**(2):225-232,251. (YU Lu-qing, LÜ Xue-jin, TANG Lü-jun, et al. An improved theoretical analysis method for the dynamic characteristics of offshore wind turbines[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2018, **40**(2):225-232,251. (in Chinese))
- [14] Arany L, Bhattacharya S, MacDonald J H G, et al. Closed form solution of Eigen frequency of monopile supported offshore wind turbines in deeper waters incorporating stiffness of substructure and SSI [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, **83**:18-32.
- [15] 余云燕,余莉芬.均质土中半埋入变截面桩的瞬态波动响应[J]. 计算力学学报, 2010, **27**(6):1061-1066. (YU Yun-yan, YU Li-fen. Transient wave of the pile with variable sections embedded partially in homogeneous soil [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2010, **27**(6):1061-1066. (in Chinese))
- [16] 杨春宝,王睿,张建民.单桩基础型近海风机系统自振频率实用计算方法[J]. 工程力学, 2018, **35**(4):219-225. (YANG Chun-bao, WANG Rui, ZHANG Jian-min. Numerical method for calculating system fundamental frequencies of offshore wind turbines with monopile foundations[J]. Engineering Mechanics, 2018, **35**(4):219-225. (in Chinese))
- [17] 柳英洲,施伟,王文华,等.海上风机动冰力模型试验相似律研究[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(3):337-345. (LIU Ying-zhou, SHI Wei, WANG Wen-hua, et al. Similarity law study of the ice force model experiment for offshore wind turbines [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2021, **38**(3):337-345. (in Chinese))

First-order natural frequency of offshore wind turbines with large diameter single pile on spring foundation

YU Yun-yan*, XU Rong, KONG Jia-le

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: The fundamental frequency is one of the main difficulties in the preliminary dynamic design of offshore wind turbines, and the calculation accuracy is extremely high, while the pile-soil interaction has a significant impact on the fundamental frequency. At present, the simplified model of spring foundation is generally used for pile-soil interaction. In order to compare and analyze the accuracy of the simplified model of different spring foundations, this paper adopts the reverberation-ray matrix method to establish four simplified models: fixed-end, single-spring, double-spring and three-spring foundations. Based on Bernoulli-Euler beam theory and Timoshenko beam theory, the fundamental frequency of the wind turbine system is determined and compared with the measured values of the wind turbine fundamental frequency. The results show that: the pile-soil interaction is not negligible, and the three-spring simplified foundation model has the highest accuracy in calculating the fundamental frequency of the wind turbine system; the sensitivity of foundation stiffness to the fundamental frequency of the wind turbine system is in the order of: foundation coupling stiffness > foundation rotational stiffness > foundation horizontal stiffness; when the foundation rotational (horizontal) stiffness is small, the effect of foundation coupling stiffness and foundation rotational (horizontal) stiffness has a greater influence on the fundamental frequency of the wind turbine system. The effect of foundation coupling stiffness and foundation rotational stiffness has a greater influence on the fundamental frequency of the wind turbine system than the effect of foundation coupling stiffness and foundation horizontal stiffness.

Key words: offshore wind turbine; spring foundation; fundamental frequency; reverberation-ray matrix method; monopile foundation

引用本文/Cite this paper:

余云燕,许蓉,孔嘉乐. 弹簧地基上大直径单桩海上风机的一阶自振频率[J]. 计算力学学报, 2024, **41**(2):383-389.

YU Yun-yan, XU Rong, KONG Jia-le. First-order natural frequency of offshore wind turbines with large diameter single pile on spring foundation [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2024, **41**(2):383-389.