

DOI: 10.7511/jslx20220819001

Oldroyd-B 黏弹性液滴弹跳行为的改进 SPH 模拟

许晓阳*, 周亚丽

(西安科技大学 计算机科学与技术学院, 西安 710054)

摘要: 基于光滑粒子流体动力学 SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 方法对 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的弹跳行为进行了模拟与分析。首先, 为了解决 SPH 模拟黏弹性自由表面流出现的张力不稳定性问题, 联合粒子迁移技术提出了一种改进 SPH 方法。然后, 对 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的铺展行为进行了改进 SPH 模拟, 与文献结果的比较验证了方法的有效性。最后, 通过降低 Reynolds 数捕捉到了液滴的弹跳行为; 并在此基础上, 分析了液滴黏度比、Weissenberg 数和 Reynolds 数对液滴弹跳行为的影响。结果表明, 改进 SPH 方法可有效地模拟黏弹性自由表面流问题; 液滴黏度比、Weissenberg 数和 Reynolds 数对液滴最大回弹高度均有显著的影响。

关键词: 光滑粒子流体动力学; Oldroyd-B 黏弹性液滴; 张力不稳定性; 粒子迁移技术; 弹跳行为

中图分类号: O242

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2024)02-0359-06

1 引言

黏弹性液滴是一种典型的非牛顿流体, 广泛存在于自然界和工业生产中, 如聚合物加工、喷墨打印和燃油雾化等。研究黏弹性液滴与固壁面的碰撞对深化液滴动力学机理的理解具有重要的学术意义, 并对指导相关工业过程具有实际应用价值。

目前, 基于网格的数值方法已用于该类问题的数值模拟中, 如 Tomé 等^[1-3]的研究工作。但这些方法在模拟黏弹性自由表面流问题时, 需要借助额外的界面追踪技术, 程序编制相对繁琐。

光滑粒子流体动力学 SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 方法是一种 Lagrangian 型的无网格数值方法, 由 Gingold 等^[4,5]提出, 用于模拟天体物理问题。与基于网格的数值方法相比, SPH 方法不存在网格的拉伸和扭曲变形, 并且具有自适应特性和粒子特性等优势, 因此适合模拟黏弹性自由表面流问题。近年来, SPH 方法在滑油泵^[6]、爆炸^[7]、多相流^[8]和注塑成型^[9]等领域均得到了广泛的应用。

然而, 对于黏弹性自由表面流, 特别是黏弹性液滴撞击固壁面问题的数值模拟, 由于其非线性本构方程的引入而极大增加了问题求解的复杂度, 因此相关文献研究报道较少。Fang 等^[10]应用 SPH

方法对 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的铺展行为进行模拟, 发现直接应用 SPH 进行模拟会产生粒子的无序聚集现象即张力不稳定性问题, 因此有必要在 SPH 离散中添加人工应力以解决这个问题。Rafiee 等^[11]借助人应力, 发展不可压缩 SPH 方法模拟了 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面问题。杨波等^[12]基于 SPH 对 Phan-Thien-Tanner 液滴碰撞问题进行数值试验, 分析了拉伸参数对液滴铺展宽度的影响。虽然人工应力已用于解决张力不稳定性, 但上述工作^[10-12]大多针对不可压缩黏弹性流体, 且只考虑了液滴撞击固壁面产生的铺展行为。本文针对弱可压缩流体解决张力不稳定性, 并对液滴撞击固壁面产生的铺展行为和弹跳行为均进行了成功的模拟和捕捉。

本文联合粒子迁移技术提出了一种改进 SPH 方法, 消除了原始模拟中出现的张力不稳定性; 通过对 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的铺展行为进行模拟, 验证了改进 SPH 方法的有效性; 进而, 通过降低 Reynolds 数捕捉到了液滴的弹跳行为, 并在此基础上分析了液滴黏度比、Weissenberg 数和 Reynolds 数对液滴最大回弹高度的影响。

2 控制方程

在 Lagrangian 坐标系下, 二维等温、黏弹性流体的控制方程可写为^[10]

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta}, \quad \frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} + g^\alpha \quad (1,2)$$

式中 ρ 为密度, t 为时间, x^β 为位移, v^β 为速度,

收稿日期: 2022-08-19; 修改稿收到日期: 2022-12-14.

基金项目: 国家自然科学基金(12071367)资助项目.

作者简介: 许晓阳* (1987-), 男, 博士, 教授

(E-mail: xiaoyang_xu@xust.edu.cn).

$\sigma^{\alpha\beta}$ 为总应力张量, g^α 为重力加速度, d/dt 为物质导数, 即 $d/dt = \partial/\partial t + v^\beta(\partial/\partial x^\beta)$ 。

式(2)的总应力张量 $\sigma^{\alpha\beta}$ 通常可分解为压力 p 、来自牛顿溶剂的贡献 $\tau_s^{\alpha\beta}$ 和来自聚合物溶剂的贡献 $\tau_p^{\alpha\beta}$ 三者之和, 即

$$\sigma^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + \tau_s^{\alpha\beta} + \tau_p^{\alpha\beta} \quad (3)$$

式中 $\delta^{\alpha\beta}$ 为 Kronecker 函数。来自牛顿溶剂的贡献 $\tau_s^{\alpha\beta}$ 可按牛顿流体模型进行计算, 即

$$\tau_s^{\alpha\beta} = 2\eta_s d^{\alpha\beta} \quad (4)$$

式中 η_s 为牛顿溶剂黏度, $d^{\alpha\beta}$ 为形变率张量, 即

$$d^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} \right) \quad (5)$$

2.1 Oldroyd-B 本构方程

为了封闭控制方程, 需要附加一个与聚合物溶剂贡献 $\tau_p^{\alpha\beta}$ 相关的本构方程。本文考虑 Oldroyd-B 模型, 其本构方程为^[10]

$$\tau_p^{\alpha\beta} + \lambda_1 \tau_p^{\nabla\alpha\beta} = 2\eta_p d^{\alpha\beta} \quad (6)$$

式中 λ_1 为流体的松弛时间, η_p 为聚合物黏度。 $\tau_p^{\nabla\alpha\beta}$ 是 $\tau_p^{\alpha\beta}$ 的上随体导数, 定义为

$$\tau_p^{\nabla\alpha\beta} = \frac{d\tau_p^{\alpha\beta}}{dt} - \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\gamma} \tau_p^{\gamma\beta} - \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\gamma} \tau_p^{\alpha\gamma} \quad (7)$$

由式(6,7), 可得

$$\frac{d\tau_p^{\alpha\beta}}{dt} = \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\gamma} \tau_p^{\gamma\beta} + \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\gamma} \tau_p^{\alpha\gamma} - \frac{1}{\lambda_1} \tau_p^{\alpha\beta} + \frac{2\eta_p}{\lambda_1} d^{\alpha\beta} \quad (8)$$

2.2 状态方程

本文使用的状态方程为^[10]

$$p(\rho) = c^2(\rho - \rho_0) \quad (9)$$

式中 c 为声速, ρ_0 为流体的参考密度。由于本文将流体看作弱可压缩流体, 为了保证弱可压缩流体的流动行为充分接近不可压缩流体的流动行为, Mach 数应小于 0.1。据此, 声速 c 应选取为不低于流动特征速度的 10 倍左右。

3 改进 SPH 方法

3.1 控制方程的 SPH 离散

本文对控制方程采用的 SPH 离散形式为^[10]

$$\begin{cases} \frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j (v_i^\beta - v_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \\ \frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + g^\alpha \\ \frac{d\tau_{p,i}^{\alpha\beta}}{dt} = k_i^{\alpha\gamma} \tau_{p,i}^{\gamma\beta} + k_i^{\beta\gamma} \tau_{p,i}^{\alpha\gamma} - \frac{1}{\lambda_1} \tau_{p,i}^{\alpha\beta} + \frac{\eta_p}{\lambda_1} (k_i^{\alpha\beta} + k_i^{\beta\alpha}) \\ \sigma_i^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + \eta_s (k_i^{\alpha\beta} + k_i^{\beta\alpha}) + \tau_{p,i}^{\alpha\beta} \\ k_i^{\alpha\beta} = \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} \right)_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\alpha - v_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \end{cases} \quad (10)$$

式中 i 和 j 为粒子编号, m 为粒子质量, $W_{ij} =$

$W(|x_i - x_j|, h)$ 为核函数, h 为核函数影响区域的光滑长度。

3.2 解决张力不稳定性的粒子迁移技术

粒子迁移技术^[13]的基本思想是在流体控制方程进行时间积分之后, 对粒子的位移进行微小的迁移, 以避免粒子的无序簇集现象。进而, 通过 Taylor 级数展开对相关流体动力学变量进行修正, 即

$$\phi'_i = \phi_i + \delta r_{ii'} \cdot (\nabla\phi)_i + O(\delta r_{ii'}^2) \quad (11)$$

式中 i 和 i' 分别为粒子迁移前和迁移后的位移, $\delta r_{ii'}$ 为粒子迁移前后位移的向量。

粒子迁移向量由 Fick 扩散定律控制, 即^[13]

$$J = -D' \nabla C \quad (12)$$

式中 J 为扩散通量, D' 为扩散系数, C 为粒子浓度, 定义为

$$C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (13)$$

假定扩散通量 J 与粒子迁移速度 v_s 成正比, 则粒子迁移向量 $\delta r_i = v_s \Delta t$ 。则

$$\delta r_i \propto -D'_i \nabla C_i \Delta t \quad (14)$$

式中 $\nabla C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_j W_{ij}$ (15)

对于扩散系数, 其值过大会带来较大的误差, 过小则不能有效地消除张力不稳定性。关于该值的上限可由对流扩散方程的 Von Neumann 稳定性分析得^[13]

$$D'_i \leq \frac{1}{2} \frac{h^2}{\Delta t} \quad (16)$$

式中 Δt 为时间步长, 需满足 CFL 条件, 即

$$\Delta t \leq 0.1(h/|v_i|) \quad (17)$$

式中 $|v_i|$ 为第 i 个粒子的速度大小。本文选用 $\Delta t = 0.1(h/|v_i|)$, 代入式(16), 有

$$D'_i \leq 5h|v_i| \quad (18)$$

联合式(14,18), 可得粒子迁移向量^[13]

$$\delta r_i = -5hV_i \nabla C_i \Delta t \quad (19)$$

注意, 式(19)仅对内部流体粒子有效。

对于自由表面流问题, 还需处理自由表面粒子的扩散。为此, 本文需要首先检测自由表面粒子, 算法如下, (1) 通过密度法 $\rho_i^* < 0.97\rho_0$ 检测出潜在的自由表面粒子 i , 其中 ρ_i^* 可由密度求和公式求得。(2) 对于步骤(1)标记的潜在的自由表面粒子 i , 进一步判断其法向扇形区域 Λ 是否存在邻近粒子 j 。如果存在, 则粒子 i 视为内部粒子; 否则, 粒子 i 视为最终的自由表面粒子。依据步骤(1,2), 只有最外一层的流体粒子检测出来, 视为自由表面粒子。这些自由表面粒子代表了流体的自由表面。一旦自由表面粒子检测出来, 可通过 Fick 修正扩

散定律^[13]来控制自由表面粒子的迁移向量,即

$$\delta r_i \propto -D'_i(I - n_i \otimes n_i) \nabla C_i \Delta t \quad (20)$$

式中 I 为单位矩阵, n_i 为第 i 个粒子的单位法向。

结合式(18,20),可得自由表面粒子的迁移向量为^[13]

$$\delta r_i = -5hV_i(I - n_i \otimes n_i) \nabla C_i \Delta t \quad (21)$$

值得注意的是,虽然粒子迁移技术已由 Lind 等^[13]提出,并得到一定的应用^[14-16],但绝大多数工作研究无黏性流或牛顿流。目前,将粒子迁移技术应用到黏弹性液滴撞击固壁面问题的文献报道并不多见。因此,本文工作可看作是粒子迁移技术应用到更复杂黏弹性自由表面流问题的成功尝试。

4 液滴撞击固壁面问题模拟

4.1 有效性验证

对于 Oldroyd-B 液滴撞击固壁面产生的铺展行为,Fang 等^[10]和 Oishi 等^[2]分别基于 SPH 方法和 FDM 法进行了模拟。因此,为了验证改进 SPH 方法模拟黏弹性自由表面流问题的有效性,首先对 Oldroyd-B 液滴撞击固壁面产生的铺展行为进行模拟。

本文选用几何和物理参数均与文献^[2,10]相同,其中液滴直径 $d_0 = 0.02 \text{ m}$,初始下降速度为 $V = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。选取液滴直径 d_0 和下降速度 V 分别作为特征长度和特征速度,则 Reynolds 数 $Re = 5$,Weissenberg 数 $Wi = 1$,黏度比 $\beta = 0.1$ 。其他物理参数详见文献^[2,10]。对于 SPH 模拟,核函数采用分段三次样条函数,光滑长度 $h = 1.5\Delta x$ 。声速 $c = 12.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。采用蛙跳格式进行时间积分,时间步长 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。

图 1 显示了 Oldroyd-B 液滴撞击固壁面问题在四个不同时刻的改进 SPH 模拟结果,其中选用无量纲时间 $T = tV/d_0$ 来记录液滴的运动历程。

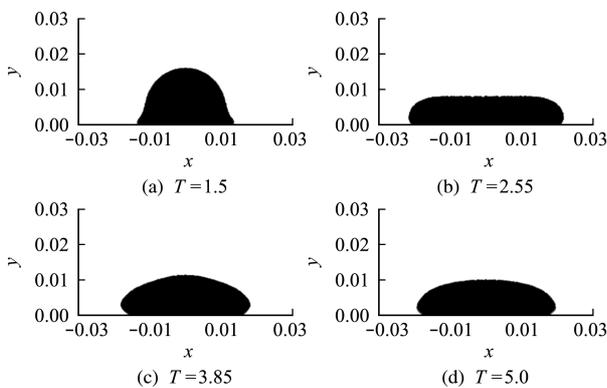


图 1 Oldroyd-B 液滴撞击固壁面问题的改进 SPH 模拟 ($Re=5, Wi=1, \beta=0.1$)

Fig. 1 Improved SPH simulation of Oldroyd-B droplet impacting a solid wall ($Re=5, Wi=1, \beta=0.1$)

在模拟过程中,并未观察到粒子聚集现象,表明联合粒子迁移技术的改进 SPH 方法可有效地解决 SPH 模拟黏弹性自由表面流出现的张力不稳定性问题。Oldroyd-B 液滴在撞击固壁面后经历三个阶段。第一阶段,液滴撞击固壁面后,开始水平铺展($T=1.5$);第二阶段,液滴铺展达到最大值后,由于受弹性力作用的影响,展现出了收缩行为(见 $T=2.55$ 和 3.85);第三阶段,当液滴收缩到最小值后,由于内能的耗散,液滴再次缓慢铺展($T=5.0$)。

为了验证本文改进 SPH 方法模拟黏弹性自由表面流问题的有效性,图 2 给出了液滴撞击固壁面后的铺展宽度 $d(T)$ 随时间的变化曲线,并将本文 SPH 结果与 Fang 等^[10]的 SPH 结果、Oishi 等^[2]的 FDM 结果进行了比较。 $T < 1.8$ 时,利用三种方法得到的结果均吻合较好。但随着时间的推移,本文 SPH 得到的液滴最大铺展宽度(~ 2.195)和 Oishi 等^[2]的 FDM 结果(~ 2.206)均略小于 Fang 等^[10]的 SPH 结果(~ 2.275)。对于液滴最小收缩宽度,本文 SPH 结果(~ 1.736)与 Fang 等^[10]的 SPH 结果(~ 1.751)基本相同,但两者均略小于 Oishi 等^[2]的 FDM 结果(~ 1.833)。总之,本文 SPH 结果与 Fang 等^[10]的 SPH 结果和 Oishi 等^[2]的 FDM 结果基本一致,验证了本文改进 SPH 方法模拟黏弹性自由表面流问题的有效性。

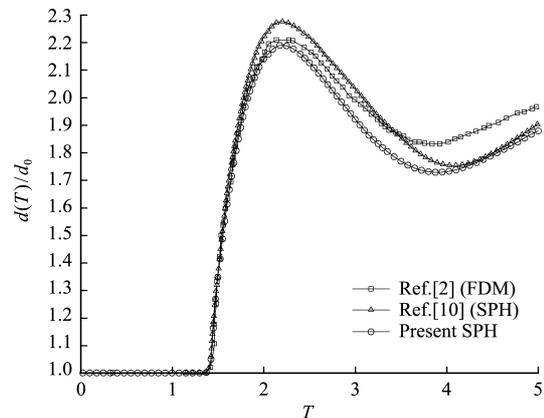


图 2 液滴铺展宽度随时间的变化

Fig. 2 Spreading width of droplet as a function of time

4.2 液滴弹跳行为

通过降低 Reynolds 数,本文成功捕捉到了液滴撞击固壁面产生的弹跳行为。

选取四个不同的 Reynolds 数 $Re=2, 1, 0.5$ 和 0.2 ,而其他参数均设置与图 1 相同,即 $Wi=1, \beta=0.1$ 。图 3 显示了不同 Reynolds 数下 Oldroyd-B 液滴撞击固壁面问题在 $T=3.25$ 时刻的改进 SPH 模拟结果。可以看出, $Re=2$ 的液滴仅展现出了类似图 1 的收缩行为,并没有弹跳现象的发生。当 Re

降低到 1 时,液滴弹跳现象逐渐出现。当 Re 数继续降低到 0.5 和 0.2 时,液滴弹跳行为愈加明显。

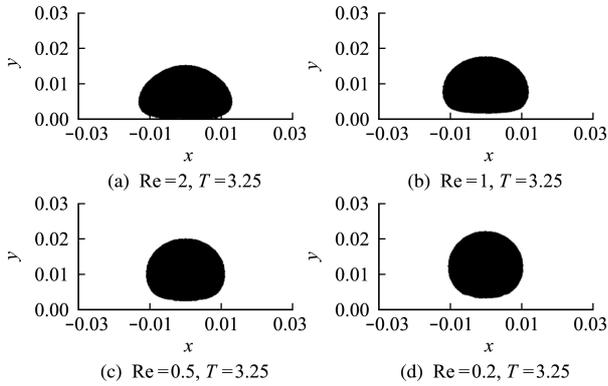


图3 Re 数对液滴动力学行为的影响 (Wi=1, β=0.1)

Fig.3 Effect of Re number on droplet dynamics (Wi=1, β=0.1)

为了更合理地描述液滴的弹跳行为,引入液滴弹跳高度 $h(T)$, 其定义为液滴最底部到固壁面的距离。图 4 给出了不同 Re 数 (Re=2, 1, 0.5 和 0.2) 下液滴弹跳高度随时间的变化曲线。可以看出, Re 越小, 液滴弹跳行为越明显, 其弹跳高度越大。对于 Re=0.2, 液滴的最大弹跳高度约为 0.162, 而 Re=0.5 和 1 的液滴最大弹跳高度分别约为 0.120 和 0.077。当 Re 足够大时, 液滴不会发生弹跳现象, 如 Re=2。

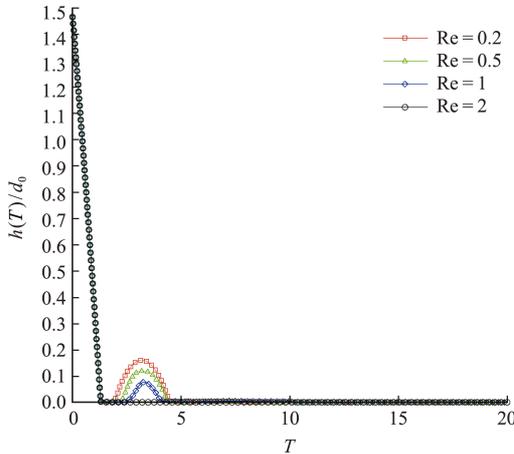


图4 不同 Re 数下液滴弹跳高度随时间的变化 (Wi=1, β=0.1)

Fig.4 Variation of droplet bounce height with time under different Re numbers (Wi=1, β=0.1)

由于 Re=0.2 的液滴弹跳行为最为显著, 因此本文选用 Re=0.2 以分析其他无量纲参数对液滴弹跳行为的影响。同时, 为了验证本文改进 SPH 方法模拟黏弹性自由表面流问题的数值收敛性, 以 Re=0.2, Wi=1, β=0.1 为例, 本文特别增加了粒子初始间距分别为 $\Delta x = 0.0004, 0.00025$ 和 0.0001 m 的数值模拟, 而其他参数均保持不变。所有数值模拟的时间步长均取为 $\Delta t = 1.0 \times$

10^{-6} s, 以保证数值稳定性。不同粒子初始间距得到的液滴弹跳高度随时间的变化曲线如图 5 所示。可以看出, 随着粒子的加密, 本文改进 SPH 方法对于模拟黏弹性自由表面流问题具有良好的数值收敛性。

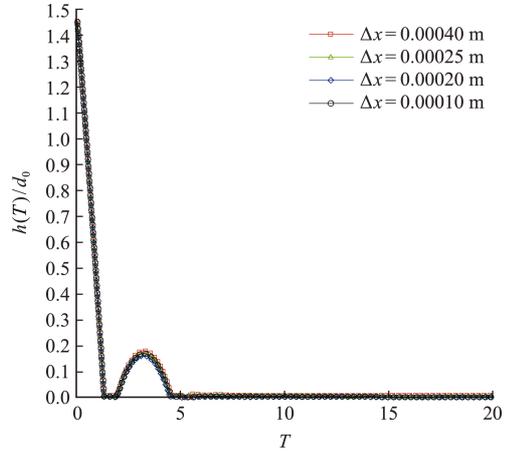


图5 液滴弹跳高度随时间变化的收敛性分析 (Re=0.2, Wi=1, β=0.1)

Fig.5 Convergence analysis of droplet bounce height variation with time (Re=0.2, Wi=1, β=0.1)

4.2.1 β 的影响

为了分析黏度比 β 对液滴弹跳行为的影响, 选取 7 个不同的黏度比 β=0, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2 和 0.4 进行模拟, 而其他参数均设置与图 3(d) 相同。图 6 描绘了不同 β 值下液滴弹跳高度随时间的变化曲线。可以看出, β 越大, 液滴弹跳行为越弱。对于 β=0.4, 已观察不到液滴的弹跳现象。β 越小, 液滴弹跳行为越明显。对于 β=0.2, 0.1 和 0.05, 液滴最大弹跳高度分别约为 0.027, 0.161 和 0.356, 而 β=0.02, 0.01 和 0 的液滴最大弹跳高度分别约为 0.595, 0.734 和 0.872。此外, 对于 β=0.02, 0.01 和 0 的情形, 本文观察到了 2~3 次

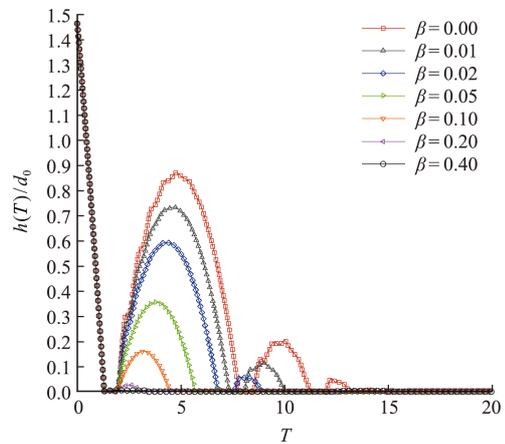


图6 不同 β 值下液滴弹跳高度随时间的变化 (Re=0.2, Wi=1)

Fig.6 Variation of droplet bouncing height with time under different β values (Re=0.2, Wi=1)

液滴弹跳行为,而对于 $\beta = 0.2, 0.1$ 和 0.05 , 仅出现了 1 次。 β 表示牛顿溶剂黏度与总黏度的比值。 β 越小,牛顿溶剂黏度越小,聚合物黏度越大。此时,液滴撞击固壁面后形成的弹性作用力越强。因此, β 越小,液滴弹跳行为越明显,其弹跳高度越高。

4.2.2 Wi 和 Re 的影响

为了分析 Weissenberg 数对液滴弹跳行为的影响,本文在三个不同 β 取值 ($\beta = 0.01, 0.05$ 和 0.10) 下,选取 14 个不同的 Weissenberg 数 ($Wi = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1, 2, 3, 4, 6, 8$ 和 10) 进行了 42 组数值试验,而其他参数均保持不变。图 7 给出了不同 β 值下 Weissenberg 数对液滴最大弹跳高度 h_{\max} 的影响。对于 $\beta = 0.01, 0.05$ 和 0.10 , 液滴的最大弹跳高度分别在 $Wi = 1, 0.3$ 和 0.2 附近达到最大值,分别为 $0.734, 0.481$ 和 0.322 。高于此 Wi 值,液滴的弹跳行为减弱,最大弹跳高度下降。特别是,对于 $\beta = 0.01$ 下的 $Wi = 10$, $\beta = 0.05$ 下的 $Wi = 8$ 和 10 , 和 $\beta = 0.10$ 下的 $Wi = 6, 8$ 和 10 , 液滴已没有弹跳现象。对于较大的 Wi , 液滴没有出现弹跳现象的原因是, Wi 越大液滴的松弛时间越长。这样,即使液滴具有很强的弹性,在撞击固壁面后弹性应力形成的时间过长,加上液滴的铺展行为会消耗过多的内能,因此液滴没有弹跳。低于此 Wi 值,液滴的最大弹跳高度也逐渐下降。对于较小的 $Wi = 0.01$, 液滴已没有弹跳现象。这是因为 Wi 越小,流体越接近于牛顿流体,液滴的弹性作用越小,因此液滴的弹跳行为越弱。

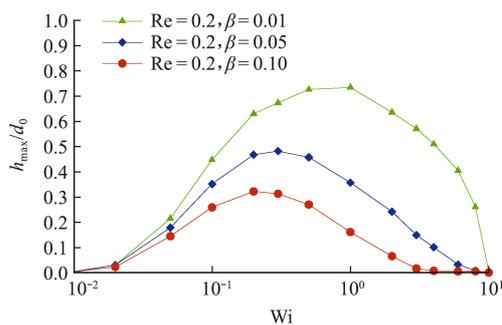


图 7 Wi 对液滴最大弹跳高度的影响

Fig. 7 Effect of Wi on the maximum bounce height of droplet

5 结论

本文应用改进 SPH 方法对 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的弹跳行为进行了模拟与分析。首先,为解决 SPH 模拟黏弹性自由表面流问题出现的张力不稳定性问题,联合粒子迁移技术提出了一种改进 SPH 方法。随后,对 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的弹跳行为进行改进 SPH 模拟,详细分

析了液滴黏度比、Weissenberg 数和 Reynolds 数对液滴弹跳行为的影响。得出如下结论。

(1) 联合粒子迁移技术提出的改进 SPH 方法,可有效地解决 SPH 模拟黏弹性自由表面流问题出现的张力不稳定性问题。

(2) 本文改进 SPH 方法不仅可有效地模拟 Oldroyd-B 黏弹性液滴撞击固壁面产生的铺展行为,而且可成功地捕捉液滴的弹跳行为。通过四种不同粒子初始间距对液滴的弹跳行为进行模拟,表明本文改进 SPH 方法具有较好的数值收敛性。

(3) 液滴黏度比 β , Wi 和 Re 数对液滴弹跳行为均有重要的影响。 β 或 Re 越小,液滴弹跳行为越明显,其弹跳高度越高。 Wi 取某一特定值时,液滴最大弹跳高度可达到最大。高于或低于此值,液滴的最大弹跳高度均下降。

参考文献 (References):

- [1] Tomé M F, Mangiavacchi N, Cuminato J A, et al. A finite difference technique for simulating unsteady viscoelastic free surface flows[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2002, **106**(2-3): 61-106.
- [2] Oishi C M, Martins F P, Tomé M F, et al. Numerical simulation of drop impact and jet buckling problems using the eXtended Pom-Pom model[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2012, **169-170**: 91-103.
- [3] 周鑫, 马小晶, 胡丽娜, 等. 不同壁面条件下液滴撞击铺展特性的模拟研究[J]. *计算力学学报*, 2022, **39**(6): 761-767. (ZHOU Xin, MA Xiao-jing, HU Li-na, et al. Simulation study on spreading characteristics of droplet impinging under different wall conditions[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(6): 761-767. (in Chinese))
- [4] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1977, **181**(3): 375-389.
- [5] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. *The Astronomical Journal*, 1977, **82**: 1013-1024.
- [6] 张显鹏, 徐 绯, 吴京泽, 等. 基于光滑粒子流体动力学的滑油泵数值仿真[J]. *计算力学学报*, 2022, **39**(1): 113-119. (ZHANG Xian-peng, XU Fei, WU Jing-ze, et al. Numerical simulations of oil pump by Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(1): 113-119. (in Chinese))
- [7] Liu M B, Zhang Z L, Feng D L. A density-adaptive

- SPH method with kernel gradient correction for modeling explosive welding [J]. *Computational Mechanics*, 2017, **60**(3): 513-529.
- [8] Rezavand M, Zhang C, Hu X Y. A weakly compressible SPH method for violent multi-phase flows with high density ratio [J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, **402**: 109092.
- [9] Xu X Y, Tian L Y, Peng S, et al. Development of SPH for simulation of non-isothermal viscoelastic free surface flows with application to injection molding [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2022, **104**: 782-805.
- [10] Fang J N, Owens R G, Tacher L, et al. A numerical study of the SPH method for simulating transient viscoelastic free surface flows [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2006, **139**(1-2): 68-84.
- [11] Rafiee A, Manzari M T, Hosseini M. An incompressible SPH method for simulation of unsteady viscoelastic free-surface flows [J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2007, **42**(10): 1210-1223.
- [12] 杨波, 欧阳洁, 蒋涛, 等. PTT 黏弹性流体的光滑粒子动力学方法模拟 [J]. *力学学报*, 2011, **43**(4): 667-673. (YANG Bo, OUYANG Jie, JIANG Tao, et al. Numerical simulation of the viscoelastic flows for PTT model by the SPH method [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, **43**(4): 667-673. (in Chinese))
- [13] Lind S J, Xu R, Stansby P K, et al. Incompressible smoothed particle hydrodynamics for free-surface flows: A generalised diffusion-based algorithm for stability and validations for impulsive flows and propagating waves [J]. *Journal of Computational Physics*, 2012, **231**(4): 1499-1523.
- [14] Khayyer A, Gotoh H, Shimizu Y. Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context [J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, **332**: 236-256.
- [15] Wang P P, Meng Z F, Zhang A M, et al. Improved particle shifting technology and optimized free-surface detection method for free-surface flows in smoothed particle hydrodynamics [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, **357**: 112580.
- [16] Lyu H G, Sun P N. Further enhancement of the particle shifting technique: Towards better volume conservation and particle distribution in SPH simulations of violent free-surface flows [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2022, **101**: 214-238.

Improved SPH simulation of the bouncing behavior of Oldroyd-B viscoelastic droplet

XU Xiao-yang*, ZHOU Ya-li

(School of Computer Science and Technology, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: Based on the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, the bouncing behavior of an Oldroyd-B viscoelastic droplet impacting a solid wall was simulated and analyzed. Firstly, in order to resolve the tension instability exhibited in SPH simulations of viscoelastic free surface flows, an improved SPH method was proposed by combining the particle shifting technology. Then, the spreading behavior of the Oldroyd-B viscoelastic droplet impacting the solid wall was simulated by improved SPH, and the effectiveness of the method was verified by comparing the SPH results with some literature data. Furthermore, the bouncing behavior of the Oldroyd-B droplet was captured by decreasing the Reynolds number. On this basis, the effects of the viscosity ratio, Weissenberg and Reynolds numbers on the bouncing behavior of the droplet were analyzed. The results show that the improved SPH method could effectively simulate viscoelastic free surface flows. The viscosity ratio, Weissenberg and Reynolds numbers have significant effects on the maximum rebound height of the droplet.

Key words: smoothed particle hydrodynamics; Oldroyd-B viscoelastic droplet; tension instability; particle shifting technology; bouncing behavior

引用本文/Cite this paper:

许晓阳, 周亚丽. Oldroyd-B 黏弹性液滴弹跳行为的改进 SPH 模拟 [J]. *计算力学学报*, 2024, **41**(2): 359-364.

XU Xiao-yang, ZHOU Ya-li. Improved SPH simulation of the bouncing behavior of Oldroyd-B viscoelastic droplet [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2024, **41**(2): 359-364.