

DOI: 10.7511/jslx20220612001

# 考虑滑移的钢-混凝土组合箱梁畸变效应研究

赵丰, 丁南宏\*, 冀伟

(兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070)

**摘要:**通过引入滑移转角位移函数,建立考虑滑移的畸变翘曲正应力,基于势能驻值原理,推导考虑滑移效应的畸变微分方程。定义了一个畸变的滑移影响系数 $\kappa$ ,此系数仅与混凝土与钢材材料特性、栓钉类型及栓钉布置形式有关,并给出均布荷载和集中荷载作用下的微分方程初参数解。建立一个考虑滑移的钢-混凝土组合箱梁的Ansys有限元模型,均布荷载作用下畸变应力与畸变角与本文理论吻合良好,验证了本文理论的正确性。将考虑滑移与不考虑滑移的结果进行对比,分析表明,均布荷载作用下考虑滑移的畸变角与畸变翘曲均小于不考虑滑移的情况,且考虑滑移的畸变角更加接近于有限元计算结果。重新定义了考虑滑移的畸变矩和畸变双力矩且考虑滑移影响的结果均大于不考虑滑移的结果。

**关键词:**钢-混凝土组合梁;滑移效应;畸变效应;变分法;初参数解

**中图分类号:** O317

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-4708(2024)02-0328-07

## 1 引言

钢-混凝土组合箱梁因其抗扭刚度大、整体性和稳定性强等突出特点,广泛应用于桥梁结构中。连接组合梁的栓钉为柔性连接件,此种连接的组合梁在变形时会产生界面滑移,这种影响在组合梁的研究中不可忽略<sup>[1-2]</sup>。

对钢-混凝土组合梁滑移效应的研究,已有众多试验和理论研究。Fu等<sup>[3,4]</sup>通过试验研究,探讨了剪力连接程度和螺栓布置方式对组合梁挠度的影响;Foraboschi<sup>[5]</sup>放弃交界面上剪应力与应变的相对关系,而是采用剪应力-滑移应变曲线来线性分析滑移效应;贺桂超等<sup>[6]</sup>利用最小势能原理,分析了组合梁同时考虑剪切和滑移的双重效应;周勇超等<sup>[7]</sup>提出了一个考虑相对滑移和剪力滞效应的组合梁理论模型,并给出了挠度、相对滑移和剪力滞系数的计算通式。

畸变研究方面,张元海等<sup>[8]</sup>基于势能驻值原理,建立了一种与薄壁箱梁约束扭转相似的畸变分析理论;徐勋等<sup>[9,10]</sup>分析了剪切变形对箱形梁畸变的影响;王兆南等<sup>[11]</sup>建立以箱梁腹板竖向挠度为未知量的畸变控制微分方程,并利用方便考虑横隔板数量对畸变影响的Galerkin解法进行求解;Ren

等<sup>[12]</sup>以初参数法研究了含柔性薄隔板的悬臂梁在集中偏心荷载下的变形问题;Xu等<sup>[13]</sup>根据混凝土梁变形特点,提出一种分层分析变形的办法,并基于混合变分原理,建立了一种厚壁混凝土箱梁变形的解析理论;朱力等<sup>[14]</sup>提出了曲线钢-混凝土组合箱梁同时考虑翘曲、畸变和双向滑移的有限梁单元模型,给出了曲梁的刚度矩阵和等效荷载矩阵,但是没有明确给出滑移影响的畸变微分方程。

组合箱梁产生畸变变形时,会产生纵向的翘曲位移,同时组合箱梁会产生纵向滑移位移。本文以此作为研究目标,通过引入轴向滑移转角位移函数,建立一个以势能驻值原理为基础的考虑纵向滑移的组合箱梁畸变理论模型,推导其解析解,通过算例对其验证。

## 2 基本假定

图1为所用单室梯形箱梁横截面简图。令O为形心, $x$ 轴和 $y$ 轴为形心坐标轴, $b_1$ 和 $b_2$ 分别为上翼板和底板宽度的1/2, $b_3$ 为单侧翼缘板宽度, $b_4$ 为腹板的宽度, $h$ 为梁高, $t_1$ 为上翼板的厚度, $t_2$ 为底板的厚度, $t_3$ 为腹板的厚度, $\alpha$ 为腹板的俯角。

### 2.1 滑移位移

考虑混凝土板和钢梁之间的相对滑移,假定滑移时各个材料均能保持均匀的伸缩性,并且滑移量与界面剪力成正比, $\xi$ 为混凝土板和钢梁之间的纵向位移差,则截面滑移

收稿日期:2022-06-12;修改稿收到日期:2022-09-06.

基金项目:国家自然科学基金(51708269)资助项目.

作者简介:丁南宏\*(1972-),男,博士,教授

(E-mail:445754274@qq.com).

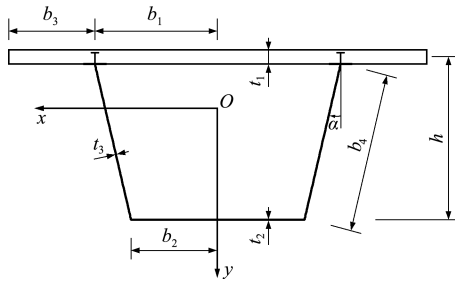


图1 梯形箱梁截面  
Fig.1 Section of trapezoidal box girder

$$\xi(z) = u_s(z) - u_c(z) \quad (1)$$

引入滑移的转角位移函数<sup>[15]</sup>为

$$\vartheta(z) = (u_c - u_s)/h_0 = -\xi/h_0 \quad (2)$$

式中  $u_s$  和  $u_c$  分别为混凝土板和钢梁形心处的纵向位移,  $h_0$  为混凝土形心至钢梁形心的距离。

### 2.2 畸变变形

箱梁无扭转只发生畸变变形时,各箱壁的位置变化如图2所示,顶板与腹板的交点为点1;腹板与底板交点为点2;翼缘板端点为点3;点A为畸变中心,即箱梁发生畸变时各板件切向位移共同对应的转动中心;过点A且平行x轴的直线与左侧腹板相交于点B,平行y轴的直线与底板相交于点C。箱梁畸变时,点B和点C分别位移至B'和C',其与畸变中心A连线的夹角变化记为 $\chi_1$ 和 $\chi_2$ ,则畸变角为

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 \quad (3)$$

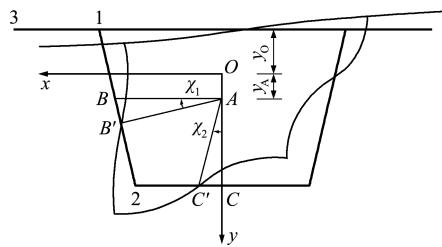


图2 梯形箱梁畸变  
Fig.2 Distortion diagram of trapezoidal box girder

由于箱梁发生畸变产生的剪切变形很小,故忽略箱梁断面以及滑移效应引起的剪切变形,则有

$$\gamma_{zs} = \frac{\partial u_s}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial s} = 0 \quad (4)$$

式中  $u_z$  为箱梁断面由于畸变而产生的纵向位移,  $u_s$  为箱梁断面的周向位移,其可由断面变形的几何条件有

$$u_s = \begin{cases} -(y_0 + y_A)\chi_2' & \text{(上翼板)} \\ -(h - y_0 - y_A)\chi_2' & \text{(底板)} \\ x_1\chi_1 \cos\alpha & \text{(腹板)} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $x_1$  为点B至y轴的距离。

由箱形截面闭合箱室的畸变翘曲位移连续性条件可知

$$\oint \frac{\partial u_s}{\partial z} ds = 0 \quad (6)$$

将式(5)代入式(6)整理得

$$\chi_2 = k_D \chi_1 \quad (7)$$

$$k_D = x_1 h / [b_1 (y_0 + y_A) + b_2 (h - y_0 - y_A)] \quad (8)$$

$$\chi = (1 + k_D)\chi_1 = (1 + 1/k_D)\chi_2 \quad (9)$$

对于矩形箱梁,由于  $b_1 = b_2 = x_1$ , 故  $k_D = 1$ 。

将式(9)代入式(5)积分并联合式(1)可得考虑滑移的梁纵向翘曲位移为

$$u_z = -(\chi' + \vartheta')\omega_D \quad (10)$$

式中  $\chi'$  为畸变翘曲,  $\vartheta'$  为滑移翘曲,  $\omega_D = \int_0^s \rho ds$ ,  $\omega_D$  为畸变扇形坐标,其分布如图3所示,各角点的扇形坐标如图3所示。

$$\rho = \begin{cases} -(y_0 + y_A)k_D/(1 + k_D) & \text{(上翼板)} \\ -(h - y_0 - y_A)k_D/(1 + k_D) & \text{(底板)} \\ x_1 \cos\alpha/(1 + k_D) & \text{(腹板)} \end{cases} \quad (11)$$

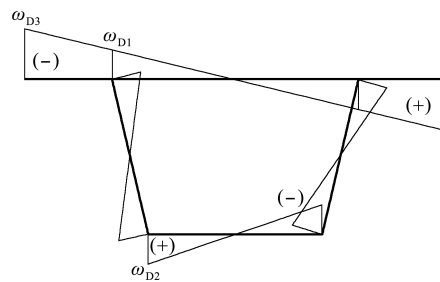


图3 畸变扇形坐标  
Fig.3 Distortion fan-shaped coordinate diagram

图3中,各角点的扇形坐标如下

$$\omega_{D1} = -\frac{(y_0 + y_A)k_D b_1}{1 + k_D}, \quad \omega_{D2} = \frac{(h - y_0 - y_A)k_D b_2}{1 + k_D}$$

$$\omega_{D3} = -\frac{(y_0 + y_A)(b_1 + b_3)k_D}{1 + k_D} \quad (12)$$

令  $\beta = \sigma_1/\sigma_2$ , 则可以得到箱梁畸变中心的坐标,即

$$y_A = \beta b_2 h / (b_1 + \beta b_2) - y_0 \quad (13)$$

由翘曲应力自平衡  $\int_A \omega_D x t ds = 0$  可知

$$\beta = \frac{[2t_2 b_2^2 + t_3 b_4 (b_1 + 2b_2)]b_1}{2t_1 (b_1 + b_3)^3 + t_3 b_4 b_1 (2b_1 + b_2)} \quad (14)$$

式中  $\chi'(z)$  和  $\vartheta'(z)$  均为仅与纵向位移有关的位移函数,式(10)仍满足式(4)剪切变形为零的条件。根据畸变位移函数和胡克定律可知滑移影响下的纵向畸变翘曲应力为

$$\sigma_D = -E\omega_D(\chi'' + \vartheta'') \quad (15)$$

### 3 畸变势能

#### 3.1 翘曲应变能 $\Pi_1$

通过以上假定和式(12)可得翘曲应变能

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} E_c \int_v [(\chi'' + \vartheta'') \omega_{Di}]^2 dv + \frac{1}{2} E_s \int_v [(\chi'' + \vartheta'') \omega_{Dj}]^2 dv \quad (16)$$

式中  $i=1,2$ , 分别为混凝土上翼板和翼缘板;  $j=3,4$ , 分别为钢梁底板和钢腹板。则可得箱梁的翘曲应变能为

$$\Pi_1 = \int \frac{1}{2} (EI\chi''^2 + EI\vartheta''^2 + 2EI\chi''\vartheta'') dz \quad (16)$$

式中  $EI = E_c I_{\omega_1} + E_c I_{\omega_2} + E_s I_{\omega_3} + E_s I_{\omega_4}$ 。

#### 3.2 横向框架应变能 $\Pi_2$

横向框架应变能采用文献[16]的计算理论,并考虑到钢材和混凝土材料特性的不同,可得

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} \int E_c I_R \chi^2 dz \quad (17)$$

式中  $I_R = \frac{2}{3} \left( \frac{I_{R1}^2}{i_u} + \frac{I_{R2}^2}{i_l} + \frac{I_{R1} + n^2 I_{R2} - n I_{R1} I_{R2}}{n i_w} \right)$   
( $n = E_s/E_c$ )

#### 3.3 滑移势能 $\Pi_3$

由式(2)混凝土和钢梁之间的以转角位移函数表达的相对滑移势能为

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} \int k_l h_0^2 \vartheta^2 dz \quad (18)$$

式中  $k_l = k/d$  为组合梁水平滑移刚度,  $k$  为连接件水平滑移刚度,  $d$  为连接件间距(连接件沿梁长均匀布置)。

#### 3.4 荷载势能 $\Pi_4$

在箱梁腹板和顶板处分别作用向上和向下的荷载  $p$  时,箱梁畸变的荷载势能为

$$\Pi_4 = - \int m_d \chi dz \quad (19)$$

式中 分布畸变荷载  $m_d = 2p[x_1 + k_D(-y_0 - y_A)\tan\alpha]/(1 + k_D)$ 。

#### 3.5 畸变总势能 $\Pi$

畸变总势能  $\Pi$  由畸变翘曲应变能  $\Pi_1$ 、横向框架应变能  $\Pi_2$ 、滑移势能  $\Pi_3$  和荷载势能  $\Pi_4$  四部分组成,即

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 = \int \left[ \frac{1}{2} (EI\chi''^2 + EI\vartheta''^2 + 2EI\chi''\vartheta'') + E_c I_c \chi^2 + \frac{1}{2} k_l h^2 \vartheta^2 - m_d \chi \right] dz \quad (20)$$

### 4 畸变微分方程及初参数解

根据最小势能原理,式(21)的一阶变分等于零,即  $\delta\Pi = 0$ , 得

$$\delta\Pi = \int (EI\chi''\delta\chi'' + EI\vartheta''\delta\vartheta'' + EI\chi''\delta\vartheta'' + EI\vartheta''\delta\chi'' + E_c I_R \chi \delta\chi + k_l h^2 \vartheta \delta\vartheta - m_d \delta\chi) dz = 0 \quad (21)$$

通过分部积分得到畸变控制微分方程及边界条件为

$$\begin{cases} EI\chi^{(4)} + EI\vartheta^{(4)} + E_c I_R \chi - m_d = 0 \\ EI\vartheta^{(4)} + EI\chi^{(4)} + k_l h^2 \vartheta = 0 \\ (-EI\chi''' - EI\vartheta''') \delta\chi|_0^l = 0 \\ (EI\chi'' + EI\vartheta'') \delta\chi'|_0^l = 0 \end{cases} \quad (22)$$

通过式(22)可解得

$$(1 + \kappa) EI\chi^{(4)} + E_c I_R \chi = m_d \quad (23)$$

定义  $\kappa$  为畸变的滑移影响系数,仅与材料、截面特性、栓钉刚度及布置形式有关,将式(23)化简得

$$\chi^{(4)} + 4\lambda^4 \chi = m_d / [(1 + \kappa) EI] \quad (24)$$

式中  $\kappa = E_c I_R / k_l h_0^2$ ,  $\lambda = \sqrt[4]{E_c I_R / [4(1 + \kappa) EI]}$ 。

若不考虑滑移效应的影响,则式(23)退化为

$$EI\chi^{(4)} + E_c I_R \chi = m_d \quad (25)$$

式(25)即为考虑钢材和混凝土材料特性差异的畸变控制微分方程,与一般畸变微分方程形式完全一致。引入畸变双力矩  $B_D$  和畸变矩  $M_D$ , 由于滑移系数的影响,式(24)对应的  $B_D$  和  $M_D$  分别为

$$B_D = -(1 + \kappa) EI\chi'', M_D = -(1 + \kappa) EI\chi''' \quad (26, 27)$$

式(23)为四阶常系数非齐次线性微分方程,其对应的通解为

$$\chi = C_1 \sin\lambda z \sinh\lambda z + C_2 \sin\lambda z \cosh\lambda z + C_3 \cos\lambda z \sinh\lambda z + C_4 \cos\lambda z \cosh\lambda z \quad (28)$$

工程常见的边界条件为

$$\text{固定端} \quad \chi = \chi' = 0$$

$$\text{简支端设置刚性横隔板时} \quad \chi = \chi'' = 0$$

$$\text{自由端设置刚性横隔板时} \quad \chi = \chi''' = 0$$

取  $\chi, \chi', B_D$  和  $M_D$  分别为箱梁  $z=0$  处的畸变角、畸变翘曲、畸变双力矩和畸变矩,并通过式(26~28)就可求得由4个初参数表示的畸变位移和畸变内力,本文给出畸变角的初参数解为

$$\chi(z) = \chi_0 \cos\lambda z \cosh\lambda z - \frac{B_{D0}}{2(1 + \kappa) EI \lambda^2} \times \sin\lambda z \sinh\lambda z + \frac{\chi'_0}{2\lambda} (\sin\lambda z \cosh\lambda z + \cos\lambda z \sinh\lambda z) + \frac{M_{D0}}{4(1 + \kappa) EI \lambda^3} \times (\cos\lambda z \sinh\lambda z - \sin\lambda z \cosh\lambda z) \quad (29)$$

利用初参数法分析箱畸变效应时,4个初参数可由箱梁的边界条件确定。式(29)仅适用于跨内无外荷载的情况,当跨内作用有其他外荷载时,应在式(29)添加相应的荷载项。

以端部设置有横隔板的简支梁为例,当简支梁作用满跨均布畸变荷载  $m_D$  时,可求得畸变角  $\chi$  的公式为

$$\chi(z) = \frac{m_D}{E_c I_R} \left[ \frac{\sinh \lambda l}{\cos \lambda l + \cosh \lambda l} \cos \lambda z \sinh \lambda z - \frac{\sin \lambda l}{\cos \lambda l + \cosh \lambda l} \sin \lambda z \cosh \lambda z - \cos \lambda z \cosh \lambda z + 1 \right] \quad (30)$$

以端部设置有横隔板的简支梁为例,当简支梁跨中作用集中畸变矩荷载  $M_k$  时,可求得半跨内 ( $0 \leq z \leq l/2$ ) 畸变角  $\chi$  的公式为

$$\chi(z) = \frac{\eta M_k}{2(1+\kappa)EI\lambda^3} \sin \frac{\lambda l}{2} \sinh \frac{\lambda l}{2} (\sin \lambda z \cosh \lambda z + \cos \lambda z \sinh \lambda z) + \frac{\eta M_k}{2(1+\kappa)EI\lambda^3} \cos \frac{\lambda l}{2} \cosh \frac{\lambda l}{2} \times (\cos \lambda z \sinh \lambda z - \sin \lambda z \cosh \lambda z) \quad (31)$$

式中  $\eta = (\sin^2 \frac{\lambda l}{2} + \sinh^2 \frac{\lambda l}{2}) / (\sin^2 \lambda l + \sinh^2 \lambda l)$

**算例1** 引用文献[17]的计算跨度4m的简支组合梁,截面尺寸如图4所示,混凝土弹性模量为  $0.325 \times 10^5$  MPa,泊松比为0.2。钢梁材料弹性模量为  $2.06 \times 10^5$  MPa,泊松比为0.3。栓钉规格  $\phi 16 \times 80$ ,材质为4.6级。箱梁腹板与顶板交点处,沿梁纵向满布作用竖向反对称均布荷载  $10$  kN/m。

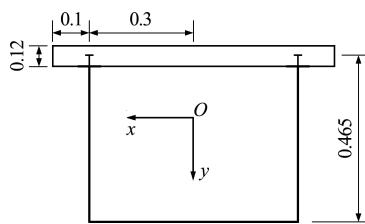


图4 箱梁截面尺寸  
Fig. 4 Box girder section size diagram

有限元模型中混凝土顶板采用 soild-65 单元,钢梁腹板和底板采用 shell-181 单元,每隔 10 cm 设置一组弹簧单元 combin-14 来模拟混凝土板和钢梁之间栓钉的连接,以此模拟界面的纵向滑移,耦合弹簧单元水平和竖向节点。所得的有限元模型与本文理论计算值比较,点1和点2分别为钢梁腹板和混凝土顶板与钢梁底板的交点,畸变应力与畸变角对比结果如下。

表1 畸变翘曲应力对比(单位:MPa)

Tab. 1 Comparison of distortion warping stress (unit:MPa)

截面	测点	有限元	理论值	误差/%
l/4	1	-0.170	-0.158	7.1
	2	8.558	10.649	19.6
l/2	1	-0.270	-0.209	22.6
	2	10.824	14.127	23.4
3/4	1	-0.170	-0.157	7.6
	2	8.558	10.642	19.4

注:点1误差=(有限元-理论值)/有限元,点2误差=(理论值-有限元)/理论值

表2 畸变角对比(单位:rad·10<sup>-3</sup>)

Tab. 2 Distortion angle comparison (unit:rad·10<sup>-3</sup>)

截面	有限元	考虑滑移	不考虑滑移
0.4	0.489	0.563	0.698
0.6	0.712	0.825	1.022
1.0	1.091	1.277	1.580
1.2	1.240	1.457	1.801
1.6	1.444	1.706	2.104
2.0	1.513	1.791	2.202

**算例2** 引用文献[18]的组合箱梁模型,箱梁长3m,梁截面尺寸如图5所示。顶板为混凝土,弹性模量为  $0.298 \times 10^5$  MPa,泊松比为0.2。钢梁材料弹性模量为  $2.01 \times 10^5$  MPa,泊松比为0.3。混凝土板和钢梁之间的连接构件选用规格为  $\phi 16 \times 55$  的圆头栓钉连接,其顶帽直径5mm,材质为4.6级,对称布置在钢梁腹板托板处且每处布置两个栓钉。箱梁腹板与顶板交点处,沿梁纵向满布作用竖向反对称均布荷载  $10$  kN/m。

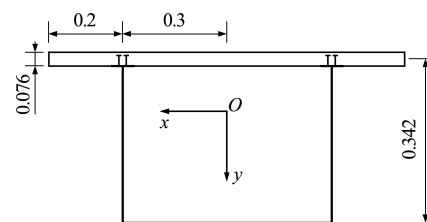


图5 箱梁截面尺寸  
Fig. 5 Box girder section size diagram

有限元模型中混凝土顶板采用 soild-65 单元,共划分 6720 个实体单元;钢梁腹板和底板采用 shell-181 单元,共划分 2880 个壳单元;每隔 30 cm 设置一组弹簧单元 combin-14 来模拟混凝土板和钢梁之间栓钉的连接,则其弹簧单元的刚度为每处两个栓钉刚度的叠加,以此模拟界面的纵向滑移、耦合弹簧单元水平和竖向节点。畸变应力与畸变

角对比结果列入表3和表4。

由算例1和算例2可以看出,畸变角和畸变应力的有限元数值解与本文理论解吻合良好,验证了本文理论的正确性。由表1和表3可知,对于畸变应力,钢梁腹板与顶板之间的误差小于腹板和底板之间的误差;由表2和表4可知,考虑滑移的畸变角相比于不考虑滑移的畸变角整体上减小了

表3 畸变翘曲应力对比(单位:MPa)

Tab. 3 Comparison of distortion warping stress (unit:MPa)

截面	测点	有限元	理论值	误差/%
l/6	1	-0.111	-0.095	14.4
	2	8.242	10.246	19.7
l/3	1	-0.189	-0.151	20.1
	2	12.491	16.361	23.7
l/2	1	-0.206	-0.169	18.0
	2	13.789	18.383	25.0

注:点1误差=(有限元-理论值)/有限元,点2误差=(理论值-有限元)/理论值。

10%,且考虑滑移的畸变角理论值更接近于有限元计算值;图6为在算例2的基础上,分析均布荷载作用下,是否考虑滑移效应对于畸变角、畸变翘曲、畸变双力矩及畸变矩的结果对比分析。可以看出,考虑滑移的畸变角和畸变翘曲均小于不考虑滑移的结果,相反考虑滑移的畸变双力矩和畸变矩均大于不考虑滑移的结果。

表4 畸变角对比(单位:rad·10<sup>-3</sup>)

Tab. 4 Distortion angle comparison (unit:rad·10<sup>-3</sup>)

截面	有限元	考虑滑移	不考虑滑移
0.1	0.180	0.172	0.192
0.3	0.527	0.508	0.566
0.6	0.988	0.960	1.070
0.9	1.342	1.314	1.464
1.2	1.563	1.539	1.714
1.5	1.639	1.616	1.800

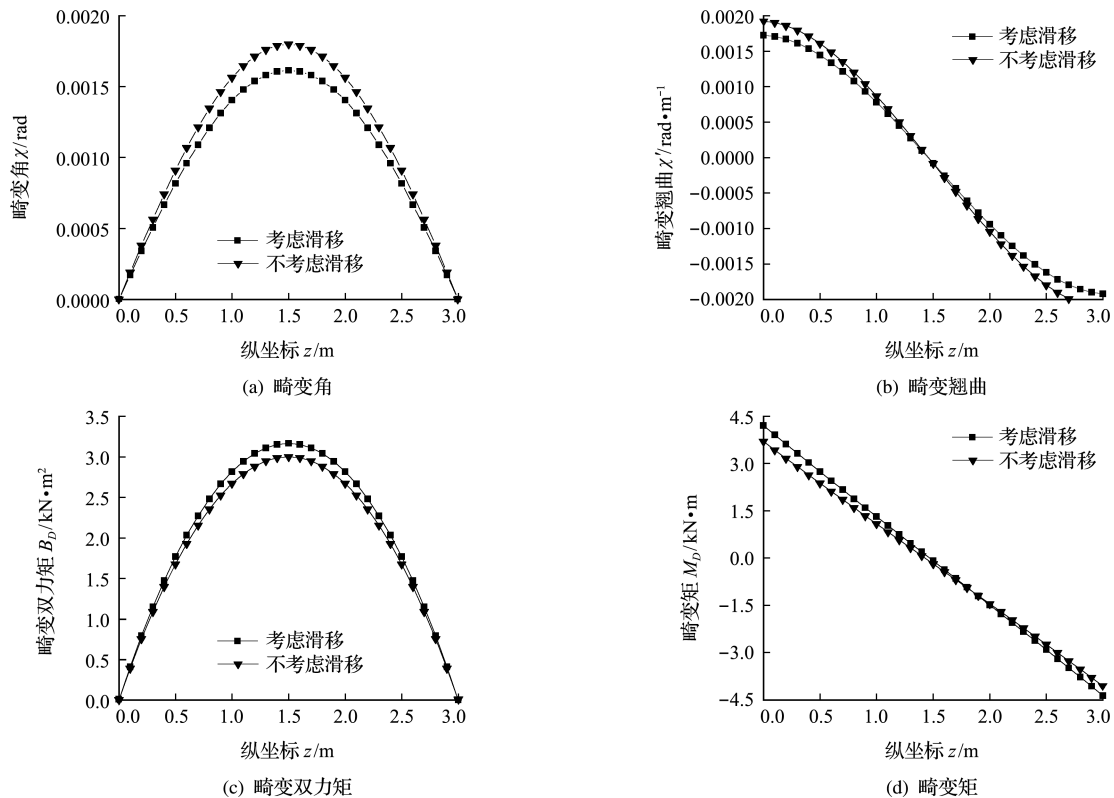


图6 均布荷载作用下畸变位移及内力

Fig. 6 Distortion displacement and internal force under uniform distributed load

## 5 结论

(1) 在研究箱梁畸变的基础上,考虑了滑移因素对畸变位移和畸变内力的影响,推导了考虑滑移影响的畸变微分方程,在一般的畸变微分方程基础上,得到了一个畸变的滑移影响系数 $\kappa$ ,该系数仅

与箱梁截面特性、栓钉类型和布置形式有关。

(2) 建立有限元模型验证了本文理论的正确性,同时对比考虑滑移和不考虑滑移的畸变角的计算结果,由于滑移影响系数 $\kappa$ ,考虑滑移的畸变角相比于不考虑滑移的畸变角整体上减小了10%,且考虑滑移的畸变角理论值更接近于有限元计算值。

(3) 定义了考虑滑移影响的畸变双力矩和畸变矩,可以看出,由于滑移影响系数  $\kappa$ , 均布畸变荷载作用下滑移影响的畸变角和畸变翘曲均小于不考虑滑移的情况,而畸变双力矩和畸变矩均大于不考虑滑移的影响。

## 参考文献(References):

- [1] 聂建国,沈聚敏,余志武. 考虑滑移效应的钢-混凝土组合梁变形计算的折减刚度法[J]. 土木工程学报, 1995, **28**(6): 11-17. (NIE Jian-guo, SHEN Ju-min, YU Zhi-wu. A reduced rigidity method for calculating deformation of composite steel-concrete beams [J]. *China Civil Engineering Journal*, 1995, **28**(6): 11-17. (in Chinese))
- [2] 聂建国,李 勇,余志武,等. 钢-混凝土组合梁刚度的研究[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1998, **38**(10): 38-41. (NIE Jian-guo, LI Yong, YU Zhi-wu, et al. Study on stiffness of steel-concrete composite beams [J]. *Journal of Tsinghua University* (Science and Technology), 1998, **38**(10): 38-41. (in Chinese))
- [3] Fu G, Cui W. Experimental research on the composite steel-concrete beams with partial shear connection [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, **71-78**: 954-958.
- [4] Fu G. Experimental research on interface mechanic behavior of the composite steel-concrete beams [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, **204-208**: 4471-4475.
- [5] Foraboschi P. Analytical solution of two-layer beam taking into account nonlinear interlayer slip [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009, **135**(10): 1129-1146.
- [6] 贺桂超,周凌宇. 考虑剪切和界面滑移的钢-混凝土组合箱梁变分法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, **43**(11): 4433-4438. (HE Gui-chao, ZHOU Ling-yu. Energy variational method of shear deformation and slip effect of steel-concrete composite box beam [J]. *Journal of Central South University* (Science and Technology), 2012, **43**(11): 4433-4438. (in Chinese))
- [7] 周勇超,李亮亮,李子青. 钢-混凝土组合梁界面滑移效应变分法求解[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2013, **33**(1): 39-44. (ZHOU Yong-chao, LI Liang-liang, LI Zi-qing. Solution of slip effect of steel-concrete composite beam with variational principles [J]. *Journal of Chang'an University* (Natural Science Edition), 2013, **33**(1): 39-44. (in Chinese))
- [8] 张元海,刘泽翔,林丽霞,等. 基于势能驻值原理的薄壁箱梁畸变效应分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, **47**(10): 3461-3468. (ZHANG Yuan-hai, LIU Ze-xiang, LIN Li-xia, et al. Analysis on distortion effect of thin-walled box girders based on principle of stationary potential energy [J]. *Journal of Central South University* (Science and Technology), 2016, **47**(10): 3461-3468. (in Chinese))
- [9] 徐 勋,叶华文,强士中. 考虑剪切变形的薄壁箱梁畸变分析[J]. 计算力学学报, 2013, **30**(6): 860-866. (XU Xun, YE Hua-wen, QIANG Shi-zhong. Distortion analysis of thin-walled box girder taking account of shear deformation [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, **30**(6): 860-866. (in Chinese))
- [10] 李育楷,王全凤. 考虑剪切变形的矩形截面薄壁杆件畸变分析[J]. 计算力学学报, 2004, **21**(2): 247-252. (LI Yu-kai, WANG Quan-feng. Distortion of thin-walled bar with rectangular section taking account of shear deformation [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2004, **21**(2): 247-252. (in Chinese))
- [11] 王兆南,张元海. 基于板元分析法的梯形截面箱梁畸变效应研究[J]. 铁道学报, 2020, **42**(2): 102-109. (WANG Zhao-nan, ZHANG Yuan-hai. Research on distortion effect of box girder with trapezoidal cross section based on plate element analytic method [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2020, **42**(2): 102-109. (in Chinese))
- [12] Ren Y Z, Cheng W M, Wang Y Q, et al. Analysis of the distortion of cantilever box girder with inner flexible diaphragms using initial parameter method [J]. *Thin-Walled Structures*, 2017, **117**: 140-154.
- [13] Xu X, Ye H, Qiang S. The new analytical theory of distortion of thick-walled concrete box girder bridge [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, **178-181**: 2149-2157.
- [14] 朱 力,李明杰,陈 超,等. 曲线钢-混凝土组合箱形梁的约束扭转、畸变和界面双向滑移效应[J]. 建筑结构学报, 2019, **40**(S1): 299-307. (ZHU Li, LI Ming-jie, CHEN Chao, et al. Restrained torsion, distortion and interface bidirectional slip effect of curved steel-concrete composite box beam [J]. *Journal of Building Structures*, 2019, **40**(S1): 299-307. (in Chinese))
- [15] 卢彭真. 钢-混凝土组合箱梁空间分析理论与应用研究[D]. 西南交通大学, 2010. (LU Peng-zhen. Triaxial Theoretic Analysis and Application Research of Steel-Concrete Composite Box Beams [D]. Southwest Jiaotong University, 2010. (in Chinese))
- [16] 王 妍,张元海. 竖向偏心荷载作用下悬臂箱梁畸变效应研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2021, **18**(2): 408-

416. (WANG Yan, ZHANG Yuan-hai. Research on distortion effect of cantilever box girder under eccentric vertical load[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2021, **18**(2):408-416. (in Chinese))
- [17] 周旺保, 蒋丽忠, 余志武. 钢-混凝土组合箱梁梁段有限元法研究[J]. *计算力学学报*, 2013, **30**(2):255-260, 274. (ZHOU Wang-bao, JIANG Li-zhong, YU Zhi-wu. The finite segment method study of steel-concrete composite box beams [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, **30**(2):255-260, 274. (in Chinese))
- [18] 李 哲. 考虑界面滑移效应的钢-混凝土组合箱梁剪力滞研究[D]. 兰州交通大学, 2018. (LI Zhe. Study on Shear Lag of Steel-Concrete Composite Box Girder Considering Interface Slip Effect [D]. Lanzhou Jiaotong University, 2018. (in Chinese))

## Distortion effect analysis of a slip in steel-concrete composite box girder

ZHAO Feng, DING Nan-hong\*, JI Wei

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** By introducing the slip Angle displacement function, the distortion warping stress considering the slip effect was established. Based on the principle of stationary potential energy, the differential equation for distortion considering the slip effect was derived as well. With the distorted slippage influence coefficient  $\kappa$  defined which is only related to the material properties of concrete and steel, the type and arrangement of the pins, the initial parameter solutions of the differential equations under uniform and concentrated loads are provided. Based on the established Ansys finite element model of a steel-concrete composite box girder considering slip effect, the distortion stress and distortion angle under a uniform distributed load were found to be consistent with the theory proposed in this paper, adding weights to the correctness of the theory in this paper. By comparing research results with and without a slip, it is found that the distortion angle and distortion warpage with a slip is smaller than those without slip under a uniform load and closer to the finite element calculation results. Taking the slip effect into consideration, the distortion bi-moment and moment are redefined and found to be greater than those without the slip.

**Key words:** steel-concrete composite beams; slip effect; distortion effect; variation calculus; initial parameter solution

引用本文/Cite this paper:

赵 丰, 丁南宏, 冀 伟. 考虑滑移的钢-混凝土组合箱梁畸变效应研究[J]. *计算力学学报*, 2024, **41**(2):328-334.

ZHAO Feng, DING Nan-hong, JI Wei. Distortion effect analysis of a slip in steel-concrete composite box girder[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2024, **41**(2):328-334.