

DOI: 10.7511/jslx20220424005

基于自由振动的高速铁路简支梁桥 共振与消振速度研究

杨宏印^{*1,2}, 吴楠昊¹, 曹鸿猷³, 王波², 刘章军¹

(1. 武汉工程大学 土木工程与建筑学院, 武汉 430073; 2. 桥梁结构健康与安全国家重点实验室, 武汉 430034;
3. 武汉理工大学 土木工程与建筑学院, 武汉 430070)

摘要:为研究高速列车简支梁振动的问题,利用移动荷载列解析表达式的极限条件,推导了共振与消振速度。从自由振动幅值的角度,证明了桥梁振动主要由一阶模态贡献,且随着车速的增加,二阶模态对自由振动的贡献逐渐增大,而更高阶的模态贡献量可忽略不计。提高桥梁阻尼能起到抑振的作用,但会加剧车辆驶离桥后的自由振动。以 20 m 和 32 m 的两座简支梁桥为算例,从自由振动的幅值和相位出发,阐明了在特定的速度下,发生共振与消振的主要原因是轴载激励的自由振动之间出现叠加、抵消或抑制的现象。当共振速度与消振速度重合时,消振先于共振发生。比较移动轴载解析值与车-轨-桥耦合有限元模型的计算值,结果表明,移动轴载模型能有效预测桥梁的位移时程,但分析桥梁的加速度响应时,有必要考虑车-轨-桥之间的动力耦合效应。

关键词:高速铁路;简支梁;自由振动;共振;消振;阻尼

中图分类号:U24; O328

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2023)05-0749-08

1 引言

为满足人们日益增长的交通需求,中国加快建设八纵八横的高铁网。不断提升的车速和重复作用的轴载是铁路桥梁在设计过程中首要考虑的问题。当列车高速通过桥梁时,车致桥梁振动的现象已经引起了各国学者的广泛关注。如果桥梁的自振频率与轮对的连续加载频率重合,桥梁就会发生共振。一旦共振发生,桥梁的动力响应会剧烈放大。这不仅影响桥梁的正常使用状态,还会降低列车走行的安全性和乘客乘坐的舒适度,甚至会造成桥上轨道的失稳破坏^[1]。

国内外学者对桥梁在列车作用下的动力响应进行了大量的试验和理论研究。桥梁共振的研究方法主要包括将一系列沿着桥梁移动的车辆简化为移动荷载的解析模型^[2-5],以及考虑车辆的各种动态特征,建立车-桥耦合作用的数值模型^[6]。然而,日本新干线铁路桥梁的现场试验结果表明,高速行驶的长编组列车对某些短跨混凝土和钢桁架

桥梁的动力响应超出了预期^[7]。桥梁在不同边界条件和连续荷载作用下,通过分析桥梁响应的解析表达式和最大动力挠度,发现桥梁系统的共振现象是自由振动引起的^[4]。桥梁振动的幅值与车轮荷载的间隔长度和桥跨长度之间的比值、桥梁的刚度和列车走行的速度有关^[8]。当等距荷载的时间间隔等于(或整数倍)梁的一个自然周期时,桥梁的峰值响应激发。

消振和阻尼对结构振动的影响也是学者研究和桥梁设计关注的领域。当荷载的移动速度与桥梁的跨径和基频满足一定的关系,或荷载之间激励桥梁的自由振动可以相互抵消时,高速列车致桥振动的动力响应降低,且桥梁在列车离开后不产生残余变形,称为消振现象。桥梁阻尼能起到削峰减振的作用。阻尼能降低梁体的强迫振动,却增加梁体的自由振动,而降低消振的效率^[9]。因此,研究高速铁路桥梁的共振与消振速度以及设计合理的阻尼比,具有非常重要的理论和工程应用价值。

本文首先根据叠加原理,推导了等间距荷载的振动响应解析表达式,进而从强迫振动项和自由振动项出发,利用极限的条件,详细阐述了自由振动是造成共振与消振现象的主要原因;再从自由振动的幅值角度,分析了不同模态对桥梁振动的贡献,和阻尼比对桥梁振动的影响。最后,以 20 m 和 32 m 的两座简支梁桥为算例,直观展示了荷载之

收稿日期:2022-04-24;修改稿收到日期:2022-07-15。

基金项目:国家自然科学基金(51708429);武汉工程大学第十三届研究生教育创新基金(CX2021116);湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队计划(T2020010)资助项目。

作者简介:杨宏印*(1986-),男,博士,副教授
(E-mail:yhyhust@163.com)

间由于自由振动的相位偏差造成幅值的叠加或抵消,深入分析了共振与消振的机理。通过比较移动荷载的解析值与车-轨-桥耦合有限元模型计算的时程曲线,验证了前者推导的理论模型在实际的车-轨-桥耦合系统中的适用性。

2 车-桥模型与理论分析

2.1 桥梁振动的解析模型

由于车/桥质量比较小,铁路桥梁的刚度较大,推导车致桥梁振动的解析表达式时,忽略车-桥耦合的惯性作用,只考虑把车辆自重作为桥梁振动的激励源,进而研究铁路桥梁产生共振与消振的机理。不同类型的列车移动荷载简化模型如图1所示,图1(a)按列车轮对的实际间距,图1(b)合并同一转向架的前后两个轮对,图1(c)合并前后两个转向架的所有轮对。选取图1(c)的等距模型进行参数化研究,假设同类型编组的高速列车以匀速 v 从左向右移动,两个连续荷载之间为恒定距离 r ,第*i*个轮对与第1个轮对的距离为 $d_n = (i-1)r$ 。

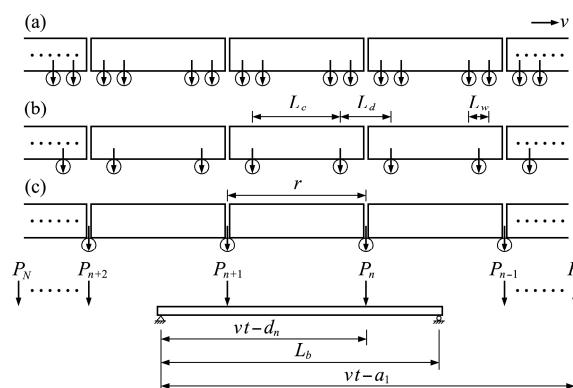


图1 不同类型的列车简化荷载模型

Fig. 1 Simplified load models for different types of trains

取单位长度质量为 m 、刚度为 EI 、阻尼系数为 c 和跨度为 L_b 的等截面简支梁作为研究对象。 N 个等间距的载荷列 $P_n (n=1,2,3,\dots,N)$ 匀速通过桥梁。基于 Euler-Bernoulli 梁模型,并假定梁的变形在弹性范围内,依据动力作用的线性叠加原理,将每个移动荷载按时间间隔逐次作用于梁体,叠加单个荷载激励的桥梁响应,得到桥梁的总响应。根据 D'Alembert 原理,移动荷载列匀速作用下的桥梁偏微分运动方程可表示为

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + EIu''' = \sum_{n=1}^N P_n H_n(t) \delta(x - vt + d_n) \quad (1)$$

式中 u 为桥梁位移,可表示为广义坐标 $q(t)$ 与模态的乘积,即 $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} q(t) \sin(k\pi x/L_b)$, 单位

阶跃函数 $H_n(t) = \begin{cases} 1 & (t \in I) \\ 0 & (t \notin I) \end{cases}$, $I = [d_n/v, (d_n + L_b)/v]$; δ 为 Dirac 函数。

利用模态的正交性化简,得到以广义坐标表达的运动方程为

$$\ddot{q}_k(t) + 2\xi_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = F_k(t) \quad (2)$$

式中 $F_k(t) = \sum_{n=1}^N \frac{2P_n}{mL_b} \sin \frac{k\pi(vt - d_n)}{L_b} H_n(t)$ 。

每个荷载作用引起的梁挠度由以下两个部分组成,第一部分为第*i*个轮对作用于桥上时,梁产生的强迫振动 $q_{ki}^n(t)$; 第二部分为第*i*个移动荷载离开桥后,梁体自由振动对应的残余变形 $q_{k2}^n(t)$ 。荷载列引起梁体振动的总广义坐标为

$$q_k(t) = \sum_{n=1}^N q_{k1}^n(t) H_n(t) + q_{k2}^n(t) H_{n'}(t) \quad (3)$$

式中 单位阶跃函数 $H_{n'}(t) = \begin{cases} 1 & (t \in I') \\ 0 & (t \notin I') \end{cases}$, $I' = [(d_n + L_b)/v, +\infty]$ 。

对于小阻尼的桥梁,考虑模态阻尼比 $\xi_k \rightarrow 0$,对式(2)求得单个移动荷载的梁体振动解析表达式

第一部分 $(d_n/v) \leq t \leq (d_n/v + L_b/v)$

$$q_{ki}^n(t) = A_k [\sin(k\pi vt_n/L_b) - S_k \sin \omega_{dk} t_n] \quad (4)$$

式中 第*n*个移动载荷作用的时间 $t_n = t - d_n/v$, $A_k = (2P_n L_b^3) / [k^4 \pi^4 (1 - S_k^2) EI]$, ω_k 为梁的第*k*阶振动圆频率,速度参数 $S_k = k\pi v / \omega_k L_b$, 阻尼频率 $\omega_{dk} = \omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2}$, 忽略阻尼比 $\omega_{dk} \approx \omega_k$ 。

第二部分 $t > (d_n/v + L_b/v)$

$$q_{k2}^n(t) = q_{0k} \cos \omega_{dk} \left(t_n - \frac{L_b}{v} \right) + \frac{\dot{q}_{0k} + \xi_k \omega_k q_{0k}}{\omega_{dk}} \sin \omega_{dk} \left(t_n - \frac{L_b}{v} \right) \quad (5)$$

式中 q_{0k} 和 \dot{q}_{0k} 为载荷离开桥梁后,梁体自由振动的初始条件。

$$q_{0k} = q_{k1}^n \left(\frac{d_n + L_b}{v} \right) = A_k \left(\sin k\pi - S_k \sin \frac{\omega_{dk} L_b}{v} \right) \quad (6)$$

$$\dot{q}_{0k} = \dot{q}_{k1}^n \left(\frac{d_n + L_b}{v} \right) = A_k \left[\frac{k\pi v}{L_b} \cos k\pi - S_k \omega_{dk} \cos \frac{\omega_{dk} L_b}{v} \right] \quad (7)$$

将初始条件式(6,7)代入式(5),化简可得

$$q_{k2}^n(t) = -A_k S_k [\sin \omega_{dk} (t_n - L_b/v) + \sin \omega_{dk} t_n] \quad (8)$$

梁体的位移主要由一阶模态激发,所以忽略高阶模态可以获得足够精度的解,此时 $\omega_{d1} \approx \omega_1$ 。将式(4,8)代入式(3),化简可得

$$\begin{aligned} q_1(t) = & \sum_{n=1}^N A_1 \sin \frac{\pi(vt_n - d_n)}{L_b} H_n(t_n) - \\ & \sum_{n=1}^N A_1 S_1 \sin(\omega_1 t_n) H_n(t_n) - \\ & \sum_{n=1}^N A_1 S_1 \sin \omega_1(t_n - L_b/v) H_n(t_n) - \\ & \sum_{n=1}^N A_1 S_1 \sin(\omega_1 t_n) H_n(t_n) \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可知,梁体的位移包括,第一项表示移动荷载激励桥梁的强迫振动分量,第二和第四项是突加荷载引起的自由振动分量,第三项是荷载离开后,桥梁自由振动的残余变形分量。

2.2 共振机理

为进一步说明桥梁的强迫振动和自由振动对共振的影响。式(9)的级数项按有限项三角级数 $\sin(n\theta + \alpha) (n = 1, 2, \dots, m)$ 的和展开

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^m \sin(n\theta + \alpha) = & \left\{ \sin(\alpha + \theta) + \sin(\alpha + m\theta) - \right. \\ & \left. \sin\alpha - \sin[\alpha + (m+1)\theta] \right\} / [2(1 - \cos\theta)] \end{aligned} \quad (10)$$

当 N 个荷载通过桥梁后,利用式(10)化简式(9)各项可得

$$q_1(t) = A_1 \left\{ [Q_1(v, t) - S_1 Q_2(v, t)] - S_1 Q_3(v, t) \right\} \quad (11)$$

式中

$$Q_1(v, t) = \sin(\pi vt/L_b) + \sin[\pi(vt - Nr/2)/L_b] \times \sin[\pi(N-1)r/(2L_b)] / \sin[\pi r/(2L_b)] \quad (12)$$

$$Q_2(v, t) = \sin\omega_1 t + \sin\omega_1[t - Nr/(2v)] \times \sin[\omega_1(N-1)r/(2v)] / \sin[\omega_1 r/(2v)] \quad (13)$$

$$Q_3(v, t) = 2\cos[\omega_1 L_b/(2v)] \left\{ \sin\omega_1[t - L_b/(2v)] + \sin\omega_1[t - Nr/v - L_b/(2v)] \times \sin[\omega_1(N-1)r/(2v)] / \sin[\omega_1 r/(2v)] \right\} \quad (14)$$

2.2.1 第一类共振

研究式(11)的自由振动项 $Q_2(v, t)$ 和 $Q_3(v, t)$ 。当 $\omega_1 r/(2v) = j\pi (j = 1, 2, 3, \dots)$ 时,即移动荷载列的周期性激励频率为桥梁基频的 j 倍, $Q_2(v, t)$ 和 $Q_3(v, t)$ 的极限为 0/0 不定式。由 L'Hospital 法则求极限可得

$$\bar{Q}_2(v, t) = \lim_{\omega_1 r/(2v) = j\pi} Q_2(v, t) = \sin\omega_1 t + (N-1) \times \sin\omega_1[t - Nr/(2v)] \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_3(v, t) = & \lim_{\omega_1 r/(2v) = j\pi} Q_3(v, t) = 2\cos[\omega_1 L_b/(2v)] \times \\ & \left\{ \sin\omega_1[t - L_b/(2v)] + (N-1) \times \sin\omega_1[t - Nr/v - L_b/(2v)] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

将式(15, 16)代入式(11),可得

$$q_1(t) = A_1 \left\{ [Q_1(v, t) - S_1 \bar{Q}_2(v, t)] - S_1 \bar{Q}_3(v, t) \right\} \quad (17)$$

式(17)表示梁上移动荷载列产生的共振响应。若不考虑阻尼衰减的情况, $\bar{Q}_2(v, t)$ 和 $\bar{Q}_3(v, t)$ 分别为每个荷载在桥上和离桥后,梁体产生的自由振动项。随着通过桥梁荷载数量的增加,梁体的自由振动逐渐累积,结构的响应将不断放大。直至最后一个移动荷载通过桥梁后,结构的响应达到最大。因此,由自由振动项的极限存在条件,定义的第一类共振速度表达为

$$v_{res} = \omega_1 r / (2j\pi) \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (18)$$

对于桥上只有一个转向架的短跨桥梁,同时还存在前后车厢之间的转向架的周期性激励。此时,将式(18)的 r 取为 $r - L_c$ 来考虑这种情况。

2.2.2 第二类共振

研究式(11)的强迫振动项 $Q_1(v, t)$ 。当 $\pi r/(2L_b) = j\pi (j = 1, 2, 3, \dots)$ 时,即移动荷载列之间的距离与桥梁跨径之比为 $2j$ 倍,强迫振动项达到最大值,但式中不显含共振速度。由 L'Hospital 法则求得极限可得

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1(v, t) = & \lim_{\pi r/(2L_b) = j\pi} Q_1(v, t) = \sin(\pi vt)/L_b + \\ & (N-1) \sin[\pi(vt - Nr/2)/L_b] \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)代入式(11),可得

$$q_1(t) = A_1 \left\{ [\bar{Q}_1(v, t) - S_1 \bar{Q}_2(v, t)] - S_1 \bar{Q}_3(v, t) \right\} \quad (20)$$

式(19)表明,随着通过桥梁荷载数量的增加,梁体的强迫振动逐渐累积,结构的响应将不断放大。因此,由强迫振动项的极限存在条件,定义第二类共振为

$$r = 2jL_b \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (21)$$

列车的轴载间距通常小于 2 倍的梁长。因此,通常情况下不会出现第二类共振^[8]。

2.3 消振机理

2.3.1 第一类消振

由式(11)可知,当满足条件 $\cos[\omega_1 L_b/(2v)] = 0$ 时, $Q_3(v, t) = 0$ 。这说明荷载以一定速度通过桥梁,离开桥梁后将不产生自由振动,与轴载间隔和轴载数量无关,这样的条件称为第一类消振条件。当 $\omega_1 L_b/(2v) = (\pi/2)(2j-1) (j = 1, 2, 3, \dots)$ 时,桥梁的消振响应和第一类消振速度可分别表达为

$$q_1(t) = A_1 [Q_1(v, t) - S_1 Q_2(v, t)] \quad (22)$$

$$v_{con1} = \omega_1 L_b / [\pi(2j-1)] \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (23)$$

2.3.2 第二类消振

不同车厢之间的轴载对桥梁的激励,存在相位超前或滞后的现象。当前后荷载产生的自由振动反相时,波峰和波谷相互抵消,桥梁的自由振动将消失。这与轴载间隔和轴载数量有关,称为第二类消振条件。研究式(9)的第三和第四项,利用三角函数化简可得

$$Q_3(v, t) = 2 \sum_{i=2j}^N \cos[\omega_1 r/(2v)] \{ \sin\omega_1 [t - (2i-1)r/2v - L_b/v] + \sin\omega_1 [t - (2i-1)r/(2v)] \} \quad (j=1, 2, 3, \dots) \quad (24)$$

当满足条件 $\cos[\omega_1 r/(2v)] = 0$ 时,即 $[\omega_1 r/(2v)] = (\pi/2)(2j-1)$ ($j=1, 2, 3, \dots$), 桥梁的第二类消振速度可分别表达为

$$v_{con2} = \omega_1 r / [\pi(2j-1)] \quad (j=1, 2, 3, \dots) \quad (25)$$

当考虑同一节车厢之间的轴载,将式(25)的 r 取为轮对轴距 L_w 及转向架中心轴距 L_c ,通过类似的推导也可得到第二类消振条件^[9]。

2.4 自由振动分析

从前述分析可知,每个移动荷载的自由振动消失是造成第一类消振现象的主要原因。因此,有必要对单个移动荷载作用下的自由振动作进一步分析。当考虑桥梁的阻尼比时,式(5)可写为

$$q_{k2}^n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k S_k e^{-\xi_k \omega_k t} \{ [\cos k \pi - e^{-\xi_k k \pi / S_k} \cos \gamma_k] \times \sin \omega_{dk} t - e^{-\xi_k k \pi / S_k} \sin \gamma_k \cos \omega_{dk} t \} \quad (26)$$

式中 $\gamma_k = k \pi / S_k \sqrt{1 - \xi_k^2}$ 。

利用三角函数化简式(26)可得

$$q_{k2}^n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k S_k X_k e^{-\xi_k \omega_k t} \sin(\omega_D t - \Phi_k) \quad (27)$$

式中 第 k 阶振型的自由振动振幅 X_k 和相位角 Φ_k 分别为

$$X_k = \sqrt{1 + e^{-2\xi_k k \pi / S_k} - 2e^{-2\xi_k k \pi / S_k} \cos k \pi \cos \gamma_k} \quad (28)$$

$$\Phi_k = \tan^{-1} [-e^{-\xi_k k \pi / S_k} \sin \gamma_k / (\cos k \pi - e^{-\xi_k k \pi / S_k} \cos \gamma_k)] \quad (29)$$

在不同的桥梁模态和阻尼比 $\xi_k = 0$ 下,速度参数 S_k 与自由振动幅值 X_k 之间的关系如图 2(a) 所示。可以看出,自由振动幅值主要由一阶模态贡献,且随着速度参数 S_k 的增加,桥梁二阶模态对自由振动幅值的贡献逐渐增大,而更高阶的模态贡献量可忽略不计。因此,简支梁跨中的共振与消振分析可以只考虑一阶模态的影响。图 2 中自由振动的局部极小值点表示第一类消振对应的速度参数

S_k ,通过 $X_k = 0$ ^[10] 计算得到 $S_1 = 0.3333, 0.2, 0.1429, 0.1111, 0.0909$ 和 0.0769 。

在不同的桥梁阻尼比和一阶模态下,速度参数 S_1 与自由振动幅值 X_k 之间的关系如图 2(b) 所示。可以看出,在非消振速度下,阻尼比降低了对应速度下的自由振动幅值。但在消振速度下,随着阻尼比的提高,自由振动的幅值也增加。因此,在高速铁路桥梁的设计和建设中,增加阻尼比能起到抑振效果,但不宜盲目提高。

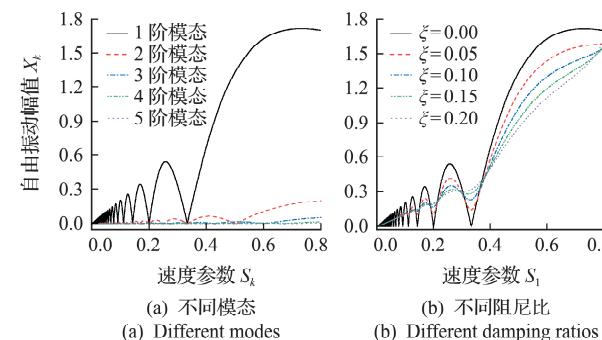


Fig. 2 速度参数与自由振动幅值的关系
Fig. 2 Relationship between speed parameters and free vibration amplitude

3 算例验证

选取文献[2]提供的预应力混凝土简支梁桥和车辆模型。算例参数如下,桥梁的跨径 $L_b = 20$ m, 弹性模量 $E_b = 29.43$ GPa, 截面惯性矩 $I_b = 3.81$ m⁴, 单位长质量 $m_b = 34088$ kg/m, 基频 $\omega_1 = 44.75$ rad/s。列车采用图 1(b) 模型,包含 5 节车厢和 10 个集中荷载,每个荷载 $p = 215.6$ kN, 车体长度 $d = 24$ m, 同一辆车前后转向架中心之间的距离 $L_c = 18$ m, 前一辆车的后转向架中心距后一辆车的前转向架中心 $L_d = 6$ m。

本文选取了前四阶共振速度 615.357 km/h, 307.678 km/h, 205.48 km/h 和 153.839 km/h, 同时考虑前五阶模态的解析解与文献[3]进行对比,两者结果完全吻合,如图 3(a) 所示。615.357 km/h 和 153.839 km/h 的时程曲线表现出随着通过桥梁轴载的数量增加,桥梁跨中位移呈现放大的趋势,说明发生了明显的共振现象。但是,307.678 km/h 与第二类消振速度($j=2, L_c=18$ m)重合,205.48 km/h 符合第一类消振的理论速度参数($S_1=0.2$),时程曲线表现出与共振相反的结果。这说明共振速度与消振速度同时出现时,共振效应会抑制,消振先于共振发生。

利用图 3(b),从幅值和相位的角度,分析荷载

间的自由振动对简支梁跨中位移的影响,进而揭示共振与消振的机理。对于 615.357 km/h 的时程曲线,以第 1 车厢 T_1 和第 2 节车厢 T_2 激励的同相自由振动为例,意味着在每节车厢驶离桥梁后,桥梁总响应会随自由振动的累积而不断放大。当列车完全驶离桥梁后,无阻尼振动的最大位移为 3.625 mm,较有阻尼 2.578 mm,增大了约 40.61%。对于 153.839 km/h,以第 1 节车厢的轴载 P_{11} 和 P_{12} 为例,说明该速度下的共振是由每个荷载的同相自由振动叠加产生的。当所有荷载均通过桥梁时,无阻尼振动的最大位移为 0.958 mm,较有阻尼 0.706 mm,增大了约 35.69%。对比两条共振的时程曲线发现,实际的桥梁结构由于存在阻尼,自由振动会以指数的形式衰减,且桥梁的振动越

大,阻尼的抑振效果越明显。对于 307.678 km/h,因为每辆车前后荷载的自由振动反相,幅值相互抵消,所以列车驶离桥梁后无自由振动,形成第二类消振。列车在消振速度下通过桥梁,阻尼反而会增大桥梁的自由振动,这与图 2(b)的论证一致。对于 205.48 km/h,每个荷载对桥梁的激励均不产生自由振动,发生第一类消振。两类消振现象说明,消振的机理是荷载激励梁体的自由振动抑制或抵消。

4 车-轨-桥耦合模型的共振与消振分析

为进一步探究轨道结构和阻尼比对桥梁共振与消振的影响,参照中国高速铁路某简支箱梁桥图纸,将二期恒载以附加质量的方式加于模型中,桥梁结构参数如下,跨距 $L_b = 32$ m,弹性模量 $E_b = 35.5$ GPa,惯性矩 $I_b = 11.1$ m⁴,单位长度质量 $m_b = 43628$ kg/m;采用 Rayleigh 阻尼,阻尼比 $\xi_b = 0.02$,基频为 4.61 Hz^[11]。车辆和长枕埋入式无砟轨道的结构参数取值分别参考文献[12,13](表 1),考虑 8 辆同类型编组的列车匀速通过桥梁。利用弹性系统动力学总势能不变原理和轮轨密贴假定建立车-轨-桥动力耦合方程^[14],采用 MATLAB 语言编制车-轨-桥耦合振动的有限元分析程序,并使用 Newmark- β 直接积分求解时程曲线^[15]。对比移动荷载解析法与车-轨-桥耦合有限元法的计算结果,验证了推导的理论在实际的车-轨-桥耦合系统下的适用性,如图 1(a)和图 4 所示。

表 1 车辆和轨道的结构参数
Tab. 1 Structural parameters of vehicles and tracks

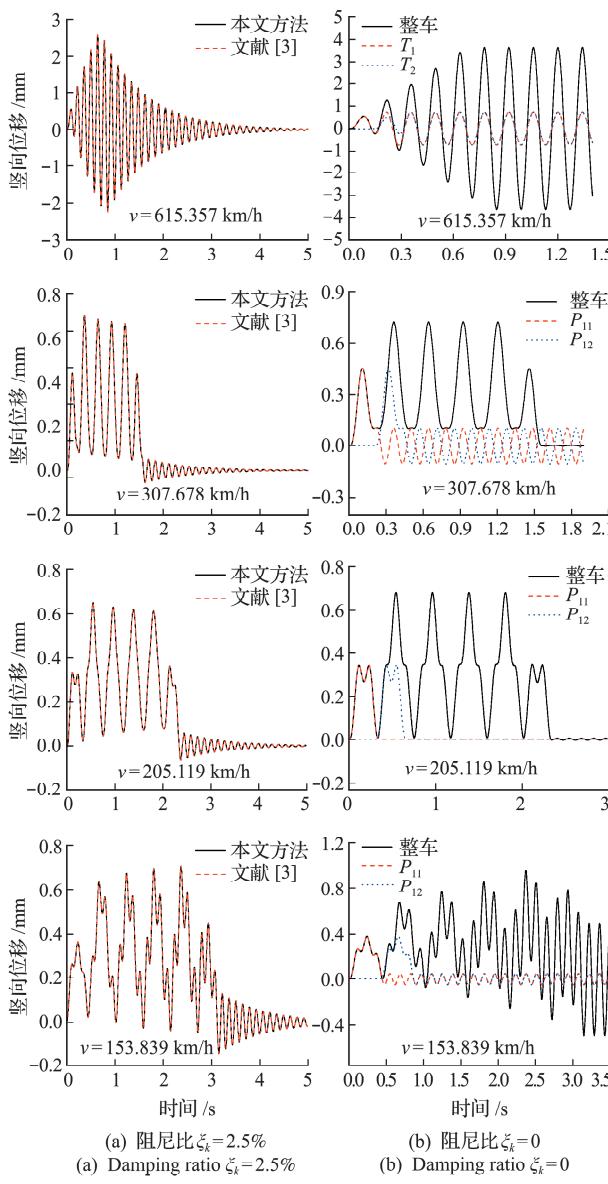


图 3 简支梁在不同速度下跨中位移的时程曲线

Fig. 3 Time-history curve of the displacement of a simply supported beam at different speeds

参量及符号	数值
车体质量 m_c	4.175×10^4 kg
车体转动惯量 J_c	2.08×10^6 kg·m ²
转向架质量 m_t	3.04×10^3 kg
转向架转动惯量 J_t	3.93×10^3 kg·m ²
轮对质量 m_w	1.78×10^3 kg
车辆二系悬挂弹簧刚度 k_2	530 kN/m
车辆一系悬挂弹簧刚度 k_1	1180 kN/m
车辆二系悬挂阻尼系数 c_2	90.2 kN·s/m
车辆一系悬挂阻尼系数 c_1	39.2 kN·s/m
转向架固定轴距 L_w	2.50 m
前后转向架轴距 L_c	17.5 m
钢轨弹性模量 E_r	206 GPa
钢轨惯性矩 I_r	$2 \times 3.217 \times 10^{-3}$ m ⁴
钢轨单位长质量 m_r	2×60.64 kg/m
轨下胶垫刚度 k_{rb}	$2 \times 6 \times 10^7$ N/m ²
轨下胶垫阻尼 c_{rb}	$2 \times 3 \times 10^4$ N·s/m ²

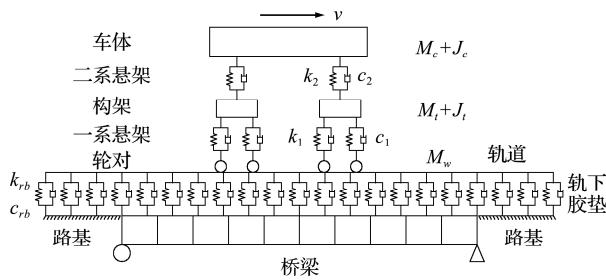


图 4 车辆-轨道-桥梁模型
Fig. 4 Vehicle-track-bridge model

表 2 32 m 简支梁的共振与消振速度(单位:m/s)

Tab. 2 Resonance and cancellation speeds for a 32 m simply supported beam (unit:m/s)

i	v_{res}	v_{con1}	$v_{con2}(r/L_c/L_w)$		
1	108	295	217	161	23
2	54	98($S_1=0.3333$)	72	54	8
3	36	59($S_1=0.2000$)	43	32	5
4	27	42($S_1=0.1429$)	31	23	3
5	22	33($S_1=0.1111$)	24	18	3
6	18	27($S_1=0.0909$)	20	15	2

4.1 共振影响

选取第 1 阶共振车速 108 m/s 进行数值分析, 如图 5 所示。在共振速度下, 桥梁的位移和加速度均呈现明显的拍现象。有限元法求解的位移与解析响应吻合较好。但是, 当列车以共振速度驶离桥梁时, 桥梁加速度的相位受轨道振动的影响, 且随着过桥车辆愈多, 轨道振动的影响愈显著。

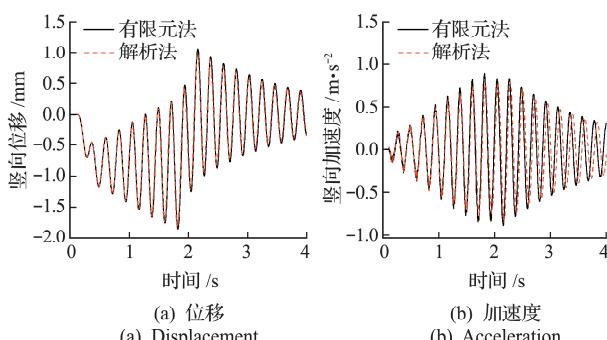


图 5 两种模型的桥梁跨中时程对比($v=108 \text{ m/s}$)

Fig. 5 Comparison of bridge mid-span time history of the two models ($v=108 \text{ m/s}$)

4.2 消振影响

以 $v_{con2}=32 \text{ m/s}$ 为例进行数值分析。从图 6(a)可以看出, 列车在驶离桥梁后, 桥梁没有残余的自由振动; 在桥上行驶阶段, 桥梁响应完全由桥上车辆决定, 表现出周期性振动的现象。从图 6(b)可以看出, 考虑车-轨-桥耦合作用的最大加速度为 0.073 m/s^2 , 较移动轴载解析法 0.044 m/s^2 , 增大

了约 65.91%。当列车以消振速度通过桥梁时, 轨道振动使桥梁产生高频的加速度响应, 还会增大桥梁的加速度幅值。在消振车速下, 轨道振动对桥梁加速度响应的影响远大于共振车速。这说明列车在消振速度下行驶, 轨道与桥梁之间的耦合振动不可忽略, 考虑轨道结构更能真实地反映桥梁的加速度响应。

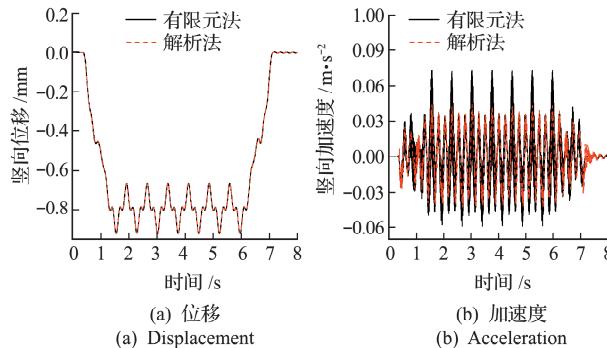


图 6 两种模型的桥梁跨中时程对比($v=32 \text{ m/s}$)
Fig. 6 Comparison of bridge mid-span time history of the two models ($v=32 \text{ m/s}$)

4.3 阻尼比影响

图 7 是桥梁在不同的阻尼比下, 车-轨-桥耦合有限元模型分析的跨中动力放大系数和最大加速度随车速的变化趋势, 并将表 2 计算的理论共振和消振速度标记于图 7。

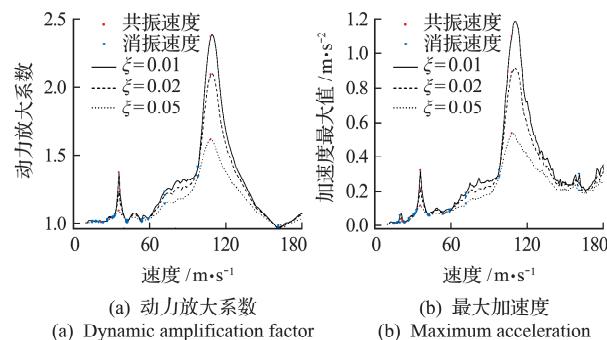


图 7 桥梁跨中响应随车速的变化规律
Fig. 7 Variation law of bridge span response with speed

从图 7(a)可以看出, 桥梁的动力放大系数随速度呈非线性变化, 阻尼比越大, 峰值响应下降越明显。且在一阶共振速度附近, 动力放大系数仍大于其他阶共振, 时程曲线同样表现出类似共振的现象。消振速度包含了曲线的极小值点, 与共振速度一致时, 桥梁的响应较小。因此, 列车应避免在接近一阶共振速度的范围内行驶, 同时利用消振效应减缓对桥梁的动力作用。

从图 7(b)可以看出, 当桥梁阻尼比 $\xi_b > 0.02$ 时, 曲线的峰值速度与理论共振速度相同; 当 $\xi_b \leq$

0.02时,由于桥-轨耦合激扰的加速度响应无法被桥梁阻尼快速衰减,最大加速度曲线的波峰出现延后的现象。因此,桥梁频繁疲劳引起振动加剧时,可采用增加阻尼装置的措施。

5 结 论

(1) 当移动荷载列的周期性频率等于整数倍的桥梁基频时,自由振动同相和幅值相互叠加,桥梁发生共振。共振现象表现为随着轴载数量的增加,桥梁跨中响应呈现放大的趋势。一阶共振速度会显著放大列车对桥梁的动力作用,在实际的桥梁设计和列车运营中应尽量避免。

(2) 每个荷载以特定的速度通过桥梁后,自由振动抑制,发生第一类消振。当荷载之间的自由振动反相和幅值相互抵消时,发生第二类消振。共振速度与消振速度一致时,桥梁表现出消振现象。消振效应能明显抑制桥梁振动。

(3) 提高桥梁的阻尼比能显著降低高速列车运行引起桥梁的振动,但列车在消振速度下行驶,会加剧桥梁的自由振动。桥梁抑振可采用增加阻尼装置的措施,但不能盲目地提高阻尼。

(4) 自由振动主要由一阶模态贡献,且随着车速的增加,桥梁二阶模态对自由振动的贡献逐渐增大,而更高阶模态的贡献量可忽略不计。

(5) 移动荷载模型能有效预测桥梁的位移时程,但分析桥梁的加速度响应时,有必要考虑车-轨-桥之间的动力耦合效应。

参考文献(References):

- [1] Yang Y B, Yau J D. Resonance of high-speed trains moving over a series of simple or continuous beams with non-ballasted tracks [J]. *Engineering Structures*, 2017, **143**: 295-305.
- [2] Yang Y B, Yau J D, Hsu L C. Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds [J]. *Engineering Structures*, 1997, **19**(11): 936-944.
- [3] Savin E. Dynamic amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, **248**(2): 267-288.
- [4] Li J Z, Su M B. The resonant vibration for a simply supported girder bridge under high-speed trains [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, **224**(5): 897-915.
- [5] Garinei A, Risitano G. Vibrations of railway bridges for high speed trains under moving loads varying in time [J]. *Engineering Structures*, 2008, **30**(3): 724-732.
- [6] 夏禾,张楠,郭薇薇,等.车桥耦合振动工程[M].北京:科学出版社,2014.(XIA He, ZHANG Nan, GUO Wei-wei, et al. *Coupling Vibration of Train-Bridge System* [M]. Beijing: Science Press, 2014. (in Chinese))
- [7] Matsuura A. A study of dynamic behavior of bridge girder for high speed railway [J]. *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, 1976, **1976**(256): 35-47.
- [8] Xia H, Zhang N, Guo W W. Analysis of resonance mechanism and conditions of train bridge system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, **297**(3-5): 810-822.
- [9] Xia H, Li H L, Guo W W, et al. Vibration resonance and cancellation of simply supported bridges under moving train loads [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2014, **140**(5): 04014015.
- [10] Muserso P, Moliner E, Martinez-Rodrigo M D. Free vibrations of simply-supported beam bridges under moving loads: Maximum resonance, cancellation and resonant vertical acceleration [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, **332**(2): 326-345.
- [11] Yang H Y, Wu N H, Zhang W, et al. Dynamic response of spatial train-track-bridge interaction system due to unsupported track using virtual work principle [J]. *Applied Sciences*, 2022, **12**(12): 6156.
- [12] Lou P, Yu Z W, Au F T K. Rail-bridge coupling element of unequal lengths for analysing train-track-bridge interaction systems [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, **36**(4): 1395-1414.
- [13] 翟婉明.车辆-轨道耦合动力学(4版)[M].北京:科学出版社,2015.(Zhai Wan-ming. *Vehicle-Track Coupled Dynamics* (4th Edition) [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese))
- [14] Lou P, Zeng Q Y. Formulation of equations of motion of finite element form for vehicle-track-bridge interaction system with two types of vehicle model [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, **62**(3): 435-474.
- [15] 王波平,张君茹. Matlab 编程实现求解基于振型叠加法的多自由度动力学系统的时域和频域响应(英文) [J]. *计算力学学报*, 2021, **38**(4): 556-564. (WANG Bo-ping, ZHANG Jun-ru. Short Matlab programs for time and frequency response of MDOF system by mode superposition methods (English) [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(4): 556-564. (in Chinese))

Research on resonance and cancellation speed of simply supported girder bridge of high-speed railway based on free vibration

YANG Hong-yin^{*1,2}, WU Nan-hao¹, CAO Hong-you³, WANG Bo², LIU Zhang-jun¹

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430073, China;

2. State Key Laboratory for Health and Safety of Bridge Structures, Wuhan 430034, China;

3. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: To study the vibration of simply supported beams caused by high-speed trains, using the limit conditions of the analytical expressions of the moving load, the resonance and cancellation speeds of the beam are derived. From the perspective of the free vibration amplitude, it is proved that the beam vibration is mainly contributed to by the first-order mode, and with the increase of vehicle speed, the contribution of the second-order mode to the free vibration gradually increases, while the higher-order modes don't make a contribution. Increasing the damping of the bridge can suppress the vibration, but it amplifies the free vibration after the train leaves the bridge. Taking two simply supported beam bridges of 20 m and 32 m as examples, through the amplitude and phase of the free vibration generated by the axle load, it is clarified that at a certain speed, the superposition, cancellation or suppression of free vibration is the main cause of resonance and cancellation. When the resonance speed coincides with the cancellation speed, the cancellation occurs before the resonance. Comparing the analytical value of the moving load with the finite element result of the vehicle-rail-bridge coupling model, the results show that the moving load model can effectively predict the displacement time history of the bridge, but when analyzing the acceleration response of the bridge, it is necessary to consider the vehicle-rail-bridge dynamic coupling effect.

Key words: high-speed rail; simply supported beam; free vibration; resonance; vibration reduction; damping

引用本文/Cite this paper:

杨宏印, 吴楠昊, 曹鸿猷, 等. 基于自由振动的高速铁路简支梁桥共振与消振速度研究[J]. 计算力学学报, 2023, 40(5):749-756.

YANG Hong-yin, WU Nan-hao, CAO Hong-you, et al. Research on resonance and cancellation speed of simply supported girder bridge of high-speed railway based on free vibration[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2023, 40(5):749-756.