

DOI: 10.7511/jslx20220520001

考虑微结构连接性的双尺度结构 自然频率拓扑优化

罗 潘¹, 刘 涣^{*2}, 曾雨琪¹, 李 坚¹, 徐友良¹

(1. 中国航发湖南动力机械研究所, 株洲 412000;
2. 大连理工大学 工业装备结构分析优化与 CAE 软件全国重点实验室, 大连 116024)

摘要:多孔材料因具有轻量化、高孔隙率和减振/散热等优良多物理特性,在航空航天等领域具有广阔应用前景。采用拓扑优化方法对含多种多孔材料的结构进行结构与材料微结构构型一体化设计,有助于获得具有优良力学性能的结构设计。然而,传统逆均匀化微结构设计方法无法确保不同多孔材料微结构之间的连接性,设计结果不具备可制造性。本文面向含多种多孔材料的双尺度结构基频最大化设计问题,考虑不同微结构之间的连接性,协同设计多孔材料的微结构构型及其在宏观尺度下的布局。采用均匀化方法计算多孔材料的宏观等效力学性能,通过对不同多孔材料微结构单胞的边界区域采用相同的拓扑描述确保双尺度优化过程中任意空间排布下不同微结构的连接性,并通过优化算法确定微结构间的连接形式及微结构拓扑。在宏观尺度,提出结合离散材料插值模型和 RAMP 插值模型 RAMP(Rational Approximation of Material Properties)的多孔材料各向异性宏观等效刚度及质量插值模型,获得清晰的多孔材料宏观尺度布局并减轻优化过程中伪振动模态的影响。建立以双尺度结构基频最大化为目标,以材料用量为约束的优化列式,推导灵敏度表达式,并基于梯度优化算法求解双尺度结构拓扑优化问题。数值算例表明,采用本文优化方法能够有效确保基频最大化双尺度结构设计中不同多孔材料微结构之间的连接性,增强优化设计结果的可制造性。

关键词:拓扑优化; 数值均匀化; 自然频率; 微结构设计; 结构与材料一体化设计

中图分类号:O346; O302

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2023)05-0732-07

1 引言

从 Bendsøe 等^[1]提出基于均匀化的结构拓扑优化方法以来,结构拓扑优化经历了 30 余年的快速发展,成为结构优化领域的前沿之一。结构的自然频率是工业领域关心的指标之一。通过拓扑优化技术设计结构的刚度和质量分布,能够有效调节其振动频率进而避免共振。学者们以结构的自由振动频率为优化目标开展了系统的拓扑优化方法研究,Díaz 等^[2]提出了基于均匀化的自然频率最大化拓扑优化方法;Ma 等^[3]系统研究了指定阶自然频率最大化、指定频率间隙最大化以及获取指定自然频率值的优化问题;Du 等^[4]提出了材料分段插值模型来降低优化过程中伪振动模态的影响。

近年来,增材制造技术的快速发展,使具有相对复杂构型的结构及材料微结构拓扑设计结果的

快速制备成为可能^[5,6]。多孔材料因具有较大的孔隙率、轻质和良好的多物理性能(如散热/减振与承载),在航空航天等领域应用广泛。学者们针对含多孔材料的结构与材料微结构拓扑一体化设计开展研究^[7-10]。现有结构与材料一体化拓扑优化研究大多基于均匀化方法计算材料微结构的宏观等效性能。基于均匀化方法设计含不同多孔材料的双尺度结构时,因不同多孔材料的微结构间缺乏明确的尺度关系,无法确保不同多孔材料微结构之间的连接性(图 1),进而制约了多尺度优化设计的可制造性。为确保结构与材料一体化设计中不同材料微结构的连接性,学者们提出了多种设计方法,Wang 等^[11]提出通过形状插值获得拓扑相同但体积分数随空间位置变化的微结构构型,确保了多尺度设计的微结构连接性;Zhou 等^[12]通过在不同多孔材料的微结构单胞施加非设计域的方法确保其连接性,但非设计域的选取依赖设计经验;Du 等^[13]针对宏观尺度布局固定的多种多孔材料,提出在相邻微结构的边界施加优化约束确保其连接性,其中优化约束的数目依赖考虑的多孔材料数目

收稿日期:2022-05-20;修改稿收到日期:2022-09-30。

基金项目:国家自然科学基金(11902064);中国航发集团

自主创新专项资金(ZZCX-2021-025)资助项目。

作者简介:刘 涣*(1987-),男,博士,副教授

(E-mail:pailiu@dlut.edu.cn).

及其空间分布形式;Garner 等^[14]提出在优化过程中将所有相邻微结构单胞组成复合单胞进行设计来确保连接性,该方法计算成本较高(特别是针对三维设计问题);含多种多孔材料的结构与材料一体化拓扑优化的特点之一是多孔材料的宏观尺度布局随优化迭代不断演化,Liu 等^[15]针对双尺度结构刚度最大化设计问题提出了微结构单胞可设计连接区域方法,不依赖优化约束通过设计变量链接确保了不同二维或三维多孔材料微结构设计任意空间排布的连接性。

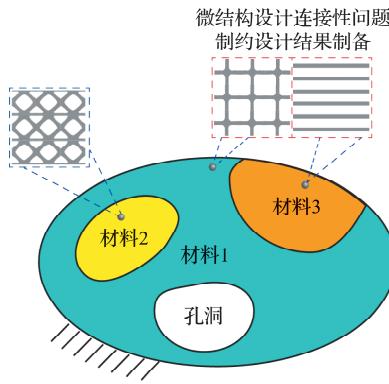


图 1 基频最大化双尺度结构拓扑优化中的微结构连接性问题
Fig. 1 Microstructure connectivity issue in two-scale structure topology optimization maximizing the fundamental frequency

本文针对含不同多孔材料的双尺度结构基频最大化设计问题,考虑多孔材料之间的连接性,同时优化多孔材料的宏观布局/拓扑及其微结构构型。假设材料微结构尺寸远小于宏观结构尺寸,采用均匀化方法计算多孔材料的宏观等效力学性能。在微结构尺度,基于 SIMP 方法表征多孔材料的微结构拓扑;在宏观结构尺度,结合离散材料插值模型^[16]与 RAMP 插值模型^[17],插值各向异性多孔材料的应力-应变矩阵并表征宏观结构的拓扑,同时减轻伪振动模态对优化过程的影响。在各多孔材料微结构单胞内采用可设计连接区域法,确保双尺度结构优化设计中多孔材料微结构之间的连接性。建立以双尺度结构振动基频为目标函数、以多孔材料宏观体积为约束的优化列式,并推导灵敏度信息,基于数学规划算法(本文采用 MMA(method of moving asymptote))求解优化问题。

2 含多种多孔材料的结构振动基频最大化双尺度拓扑优化

本节包含的主要变量及其含义列入表 1。

表 1 主要变量说明表

Tab. 1 Primary variables and their explanations

变量	说明
\mathbf{d}_i^{MI}	多孔材料 i 的微结构设计变量向量, 表征其微结构拓扑
$\mathbf{d}_0^{\text{MA}}, \mathbf{d}_i^{\text{MA}}$	宏观尺度设计变量向量, 其中 \mathbf{d}_0^{MA} 表征宏观结构拓扑, \mathbf{d}_i^{MA} 表征多孔材料 i 的宏观尺度空间布局
\mathbf{D}_0	构成微结构的基材料的应力-应变矩阵
\mathbf{D}_i^H	多孔材料 i 的宏观等效应力-应变矩阵
ρ_e^{MA}	宏观结构尺度单元 e 的质量密度
ϕ_l	结构自由振动模态向量
ω_l	结构自由振动角频率

2.1 双尺度结构拓扑优化问题的宏微观设计变量定义

本文考虑的双尺度结构与材料一体化拓扑优化问题,包含微结构尺度和宏观结构尺度两类设计变量。

采用 m 表示设计问题包含的多孔材料数目,对每种多孔材料分别定义一组设计变量表征其微结构拓扑, $\mathbf{d}_i^{\text{MI}} = \mathbf{d}_{ig}^{\text{MI}} (i=1,2,\dots,m; g=1,2,\dots,n)$, 其中,上标 MI 为微结构尺度, i 为多孔材料编号, g 为微结构中有限单元编号, m 为设计问题包含的多孔材料数目, n 为用于离散多孔材料微结构单胞的有限单元数目。

宏观尺度设计变量定义为

$$\mathbf{d}^{\text{MA}} = [(\mathbf{d}_0^{\text{MA}})^T \ (\mathbf{d}_i^{\text{MA}})^T]^T = [\mathbf{d}_{0e}^{\text{MA}} \ \mathbf{d}_{ie}^{\text{MA}}]^T \quad (i=1,2,\dots,m; e=1,2,\dots,N)$$

其中,上标 MA 为宏观结构尺度, N 为用于离散宏观结构的有限单元数目,设计变量 $\mathbf{d}_{0e}^{\text{MA}}$ 用于表征宏观结构的拓扑, $\mathbf{d}_{ie}^{\text{MA}}$ 用于表征各向异性多孔材料的宏观尺度空间布局。

2.2 宏微观尺度下多孔材料力学性能拓扑优化插值模型

在微结构尺度,为避免数值不稳定现象,对设计变量进行密度过滤及投影,并基于 SIMP 模型插值微结构中任意有限单元的应力-应变矩阵。第 i 种多孔材料的第 g 个有限单元的应力-应变矩阵可以表示为

$$\mathbf{D}_{ig} = (\hat{d}_{ig}^{\text{MI}})^{\rho^{\text{MI}}} \mathbf{D}_0 \quad (1)$$

$$\hat{d}_{ig}^{\text{MI}} = 1 - e^{(-\beta \tilde{d}_{ig}^{\text{MI}})} + \tilde{d}_{ig}^{\text{MI}} e^{-\beta} \quad (2)$$

式中 \mathbf{D}_0 为构成微结构单胞基材料的应力-应变矩阵(本文考虑 3D 打印等情况下由相同基材料构成不同构型多孔材料微结构), ρ^{MI} 为微观尺度 SIMP 插值模型惩罚参数, $\tilde{d}_{ig}^{\text{MI}}$ 为密度过滤后的设计变量, \hat{d}_{ig}^{MI} 为过滤并投影后的设计变量。

在宏观结构尺度,采用离散材料优化方法^[16]插值不同多孔材料的各向异性应力-应变矩阵,并结合RAMP插值模型^[17]表征结构拓扑进而降低伪振动模态对优化过程的影响。综上,宏观尺度下单元 e 的应力-应变矩阵可以表示为

$$\mathbf{D}_e^{\text{MA}} = \frac{\tilde{d}_{0e}^{\text{MA}}}{1+q(1-\tilde{d}_{0e}^{\text{MA}})} \bar{\mathbf{D}}_e^{\text{MA}}, \bar{\mathbf{D}}_e^{\text{MA}} = \sum_{i \in m} w_{ie} \mathbf{D}_i^H \quad (3)$$

$$w_{ie} = (\tilde{d}_{ie}^{\text{MA}})^{p^{\text{MA}}} \prod_{j \in m, j \neq i} (1 - (\tilde{d}_{je}^{\text{MA}})^{p^{\text{MA}}}) \quad (4)$$

式中 $\tilde{d}_{0e}^{\text{MA}}$ 为密度过滤后的宏观设计变量, w_{ie} 为离散材料优化方法的权系数, \mathbf{D}_i^H 为基于均匀化计算的多孔材料*i*的宏观等效应力-应变矩阵,*q*为RAMP插值模型中的惩罚系数, p^{MA} 为离散材料优化方法插值模型中的惩罚系数。

类似地,结合离散材料优化方法和RAMP插值模型,宏观尺度下有限单元 e 的质量密度可表示为

$$\rho_e^{\text{MA}} = \tilde{d}_{0e}^{\text{MA}} \bar{\rho}_e, \bar{\rho}_e = \sum_{i \in m} \bar{w}_{ie} (\rho^0 v_i^{\text{MI}}) \quad (5)$$

$$\bar{w}_{ie} = \frac{w_{ie}}{\sum_{j \in m} w_{je}}, \quad v_i^{\text{MI}} = \sum_{g \in n} (d_{ig}^{\text{MI}} V_g^{\text{MI}}) / \sum_{g \in n} V_g^{\text{MI}} \quad (6)$$

式中 \bar{w}_{ie} 为多孔材料*i*在宏观尺度单元 e 上的归一化权系数, ρ^0 为构成微结构的基材料的质量密度, v_i^{MI} 为多孔材料*i*的微结构体积分数, V_g^{MI} 为微结构单胞中单元*g*的面积。

2.3 宏微观尺度下多孔材料力学性能拓扑优化插值模型

为计算多孔材料的微结构宏观等效力学性能,在微结构单胞尺度,基于式(1)表征多孔材料*i*的单元应力-应变矩阵 \mathbf{D}_{ig} ,进一步在微结构单胞 Y 施加周期性边界条件并求解不同单位应变作用下的微结构平衡方程

$$\mathbf{K}_i^{\text{MI}} \boldsymbol{\chi}_i = \sum_{g \in n} (\mathbf{G}_g^{\text{MI}})^T \int_{Y_g} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{ig} \boldsymbol{\epsilon}_{\text{mat}}^0 d\mathbf{x} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\text{mat}}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 \mathbf{K}_i^{MI} 为多孔材料*i*的微结构单胞总刚度矩阵, \mathbf{B} 为有限元应变-位移矩阵, $\boldsymbol{\chi}_i$ 为多孔材料*i*由三组位移解向量构成的位移解矩阵, Y_g 为微结构单胞第*g*个有限单元, \mathbf{G}_g 为微结构尺度下单元局部自由度编号与全局自由度编号的对应矩阵。在求解 $\boldsymbol{\chi}_i$ 后,多孔材料*i*的宏观等效应力-应变矩阵通过式(9)计算

$$\mathbf{D}_i^H = \frac{1}{|Y|} \sum_{g \in n} \int_{Y_g} (\boldsymbol{\epsilon}_{\text{mat}}^0 - \boldsymbol{\epsilon}_{\text{mat}}(\boldsymbol{\chi}_i))^T \mathbf{D}_{ig} \times (\boldsymbol{\epsilon}_{\text{mat}}^0 - \boldsymbol{\epsilon}_{\text{mat}}(\boldsymbol{\chi}_i)) d\mathbf{x} \quad (9)$$

在获得 \mathbf{D}_i^H 后,基于式(3,5)计算宏观尺度下的等效应力-应变矩阵和质量密度,组装宏观结构的刚度矩阵 \mathbf{K}^{MA} 和质量矩阵 \mathbf{M}^{MA} ,最终通过求解结构振动方程

$$\mathbf{K}^{\text{MA}} \tilde{\boldsymbol{\phi}}_l = w_l^2 \mathbf{M}^{\text{MA}} \tilde{\boldsymbol{\phi}}_l \quad (10)$$

获得结构的自振频率及对应模态,其中, $\tilde{\boldsymbol{\phi}}_l$ 为通过质量矩阵归一化的模态向量(即 $\tilde{\boldsymbol{\phi}}_l^T \mathbf{M}^{\text{MA}} \tilde{\boldsymbol{\phi}}_l = 1$),此时结构的自然频率可表示为 $w_l = \sqrt{\tilde{\boldsymbol{\phi}}_l^T \mathbf{K}^{\text{MA}} \tilde{\boldsymbol{\phi}}_l}$ 。本文采用子空间迭代法求解方程(10)。

3 微结构可连接的结构基频最大化双尺度拓扑优化方法

3.1 确保微结构连接性的可设计连接区域方法

本文考虑含多类多孔材料的结构与材料一体化设计问题。假设多孔材料微结构尺度远小于宏观结构尺度,基于均匀化方法高效计算多孔材料的宏观等效力学性能。

采用文献[15]提出的微结构可连接区域设计方法,确保结构基频最大化双尺度优化问题中不同多孔材料微结构间的连接性。微结构单胞可设计连接区域法,是在不同多孔材料微结构的边界附近设置指定宽度的可设计连接区域(图2中各微结构边界区域 Ω_c),不同多孔材料微结构在可设计连接区域内采用相同的拓扑描述,而其微结构内部区域(图2所示 Ω_i 和 Ω_j)则采用相互独立的拓扑描述。可设计连接区域中共享拓扑描述通过设计变量链接实现,在进行微结构设计时,采用相同的有限元网格离散不同微结构单胞,并令不同微结构在可设计连接区域内相同位置的单元设计变量值相等,即 $d_{ig}^{\text{MI}} = d_{jg}^{\text{MI}}, \forall i, j \in m, g \in n_c$ (其中, n_c 为可设计连接区域内的有限单元数目)。进而,基于逆均匀化方法在周期性边界条件下分别设计不同多孔材料的微结构构型,同种多孔材料微结构单胞因传

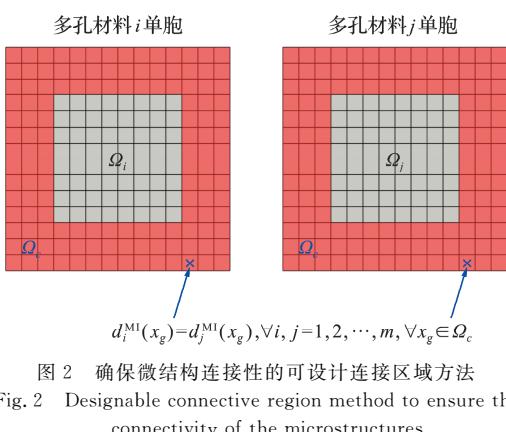


图2 确保微结构连接性的可设计连接区域方法

Fig. 2 Designable connective region method to ensure the connectivity of the microstructures

力需求与自身具备良好的连接性。因不同多孔材料微结构采用相同的边界拓扑描述,不同种类微结构设计具有与同种微结构相同的连接性,因而该方法在不施加优化约束条件的情况下能有效确保指定数目多孔材料微结构设计任意空间排布下的良好连接性。

3.2 基频最大化的结构与材料一体化拓扑优化列式

本文考虑含多种多孔材料的结构基频最大化双尺度拓扑优化问题,考虑微结构之间的连接性,建立拓扑优化列式

$$\text{Find } \underline{d} = [(\underline{d}_0^{\text{MA}})^T, (\underline{d}_1^{\text{MA}})^T, \dots, (\underline{d}_m^{\text{MA}})^T, \\ (\underline{d}_1^{\text{MI}})^T, (\underline{d}_2^{\text{MI}})^T, \dots, (\underline{d}_m^{\text{MI}})^T]^T$$

$\text{Max. } w_1$

$$\text{s.t. } \mathbf{K}^{\text{MA}} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 = w_1^2 \mathbf{M}^{\text{MA}} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1$$

$$\sum_{g \in n} \hat{d}_{ig}^{\text{MI}} V_g^{\text{MI}} - f_{Vi}^{\text{MI}} V_0^{\text{MI}} \leqslant 0 \quad (i \in m)$$

$$\sum_{e \in N} (\hat{d}_{oe}^{\text{MA}} \bar{w}_{ie}) V_e^{\text{MA}} - f_{Vi}^{\text{MA}} V_0^{\text{MA}} \leqslant 0 \quad (i \in m)$$

$$d_{ir}^{\text{MI}} = d_{jr}^{\text{MI}} \quad (i, j \in m; r \in n_e)$$

$$0 \leqslant \underline{d}^{\text{MI}} \leqslant \overline{d}_{ig}^{\text{MI}} \leqslant 1 \quad (g \in n)$$

$$0 \leqslant \underline{d}^{\text{MA}} \leqslant \overline{d}_{ie}^{\text{MA}} \leqslant 1 \quad (e \in N) \quad (11)$$

式中 目标函数为结构的一阶自由振动频率,第一个优化约束为结构的自由振动方程,其中刚度矩阵和质量矩阵均依赖于设计变量 \underline{d} (式(1,3,5,9)),第二和第三组优化约束分别表示每种多孔材料微结构的体积分数以及各类多孔材料在宏观尺度所占体积分数约束,第四组为微结构可设计连接区域法的表达式(注意该方法通过设计变量链接实现,并未增加优化约束的数目),第五及第六组为微观及宏观设计变量的上下限约束。值得注意的是,本文关注具有指定孔隙率的材料微结构周期性排布构成的宏观结构的双尺度设计问题及其微结构之间的连接性问题,因而给定各类微结构体积分数。

本文采用伴随变量法推导目标函数的灵敏度信息,目标函数对宏观或微观设计变量的灵敏度信息可表示为

$$\frac{\partial w_1}{\partial d_k} = \frac{\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}^{\text{MA}}}{\partial d_k} - w_1^2 \frac{\partial \mathbf{M}^{\text{MA}}}{\partial d_k} \right) \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1}{2w_1} \quad (12)$$

式中 当 d_k 取为宏观或微观设计变量时,式(12)中刚度矩阵及质量矩阵对设计变量的导数可通过链式法则求出。如结构出现重合的一阶和二阶自然频率,本文采用 Jensen 等^[18]提出的方法计算重特征值情况下的灵敏度信息。

4 数值算例

通过两端固支/简支梁的基频最大化结构与材料一体化拓扑优化算例验证本文优化算法的有效性。在微结构尺度下,设计变量的密度过滤半径取为平均网格边长的 1.7 倍;微观设计变量的惩罚系数 p^{MI} (式(1))取为 3;投影参数 β (式(2))随优化迭代逐渐从 1 提高到其上限 $\beta_{\max} = 64$ 。在宏观尺度下,设计变量的过滤半径取为平均网格边长的 1.5 倍,宏观设计变量的离散材料插值模型惩罚系数 p^{MA} 取为 3(式(4)),RAMP 惩罚系数 q 取为 4。本文考虑由相同基材料构成的具有不同微结构构型的多孔材料,基材料的力学性能杨氏模量为 1×10^7 Pa,质量密度为 1 kg/m^3 ,泊松比为 0.3。优化过程的终止条件设置为目标函数的相对改变量小于 10^{-4} 或迭代步数达到 500 步。

4.1 两端固支梁基频最大化双尺度优化设计

本算例考虑两端固支悬臂梁的双尺度结构与材料一体化优化设计。设计域的尺寸及边界条件如图 3 所示,在结构的中心施加大小为 1 kg 的集中质量。图 3 所示的宏观结构及考虑的微结构单胞均采用结构化正方形双线性平面应力单元进行离散,宏观结构的网格密度为 40×320 ,微结构的网格密度为 80×80 。微结构单胞的可设计连接区域在水平及竖直方向的宽度均设置为包含六层设计变量。

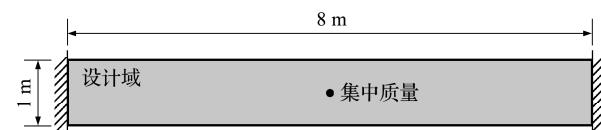


图 3 两端固支梁基频最大化双尺度设计问题

Fig. 3 Two-scale clamped beam design problem targeting maximizing the fundamental frequency

考虑包含三种多孔材料的多尺度结构基频最大化设计问题,三种多孔材料的给定宏观体积分数分别为 $f_{V1}^{\text{MA}} = 0.15$, $f_{V2}^{\text{MA}} = 0.15$, $f_{V3}^{\text{MA}} = 0.15$,其对应的微结构体积分数分别为 $f_{V1}^{\text{MI}} = 0.50$, $f_{V2}^{\text{MI}} = 0.50$, $f_{V3}^{\text{MI}} = 0.50$ 。

在优化过程起始阶段,为区分不同多孔材料,本文采用如图 4 所示的带有椭圆形夹杂的微结构构型作为多孔材料微结构的初始设计,其中椭圆形内部的单元相对密度取为 0.3,椭圆形外部单元的相对密度取为 0.7,椭圆形主轴沿 $\pi/(m+1), \dots, m\pi/(m+1)$ 角度排布(其中, m 为设计问题包含的多孔材料数目)。

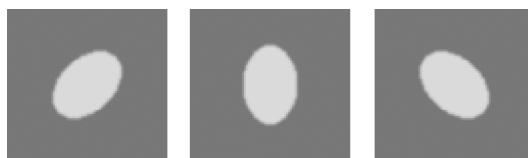


图 4 含三种多孔材料设计问题的微结构初始构型
Fig. 4 Adopted microstructure initial designs in a design problem with three lattice materials

两端固支双尺度梁结构基频最大化优化设计如图 5 所示, 优化过程在 437 次迭代后达到收敛, 优化设计的一阶振动频率为 84.96 rad/s。从图 5(a)可以看出, 宏观优化设计中三种多孔材料均彼此相连。因微结构初始设计彼此对称, 多孔材料 1 与多孔材料 3 沿设计域的水平及竖直对称轴对称分布。从图 5(a)右侧的多孔材料微结构优化设计构型可以看出, 各多孔材料微结构内的主要传力路径与其在宏观尺度构成的杆件方向基本一致。图 5(b,c)给出了三种多孔材料微结构设计沿水平方向及竖直方向的连接性, 因采用可设计连接区域方法, 三种多孔材料的微结构具有良好的连接性。优化设计的前两阶自由振动模态如图 6 所示。

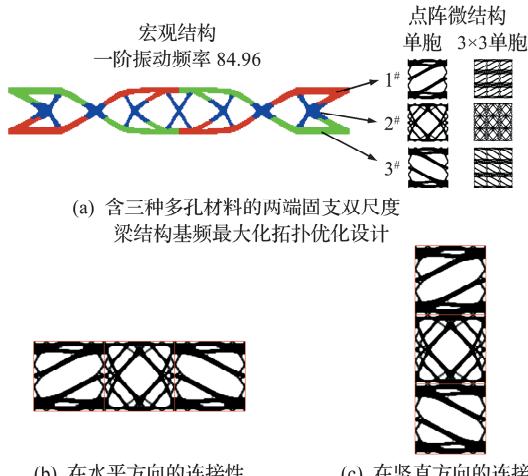


图 5 含三种多孔材料的两端固支双尺度梁结构基频最大化拓扑优化设计以及微结构优化设计在水平和竖直方向的连接性
Fig. 5 Optimized two-scale clamped beam design with three lattice materials maximizing the fundamental frequency, connectivity of the optimized microstructures in the horizontal and vertical direction

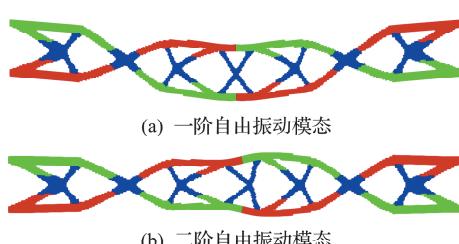


图 6 图 5(a)所示含三种多孔材料的两端固支梁优化设计的前两阶自由振动模态
Fig. 6 First two orders of eigenmodes of the optimized clamped beam with three lattice materials as shown in Fig. 5(a)

4.2 两端简支梁基频最大化双尺度优化设计

本算例考虑两端简支梁的基频最大化双尺度优化设计。设计域的维度及边界条件如图 7 所示, 在结构的底边中心点施加大小为 1 kg 的集中质量。采用与 4.1 节相同的宏/微观尺度有限元网格离散方案。微结构单胞的可设计连接区域在水平及竖直方向的宽度均设置为包含六层设计变量。

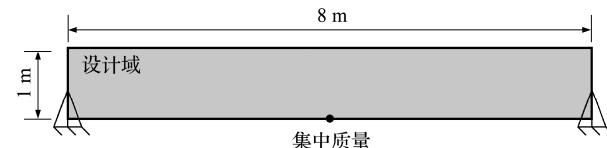
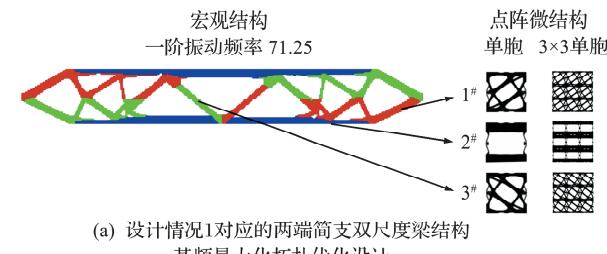
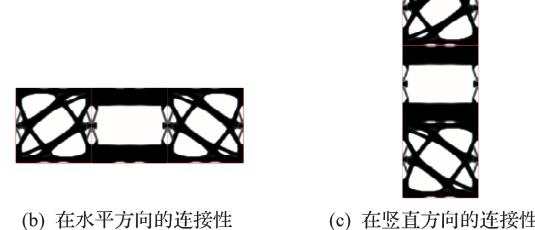


图 7 两端简支梁基频最大化双尺度设计问题
Fig. 7 Two-scale simply supported beam design problem targeting maximizing the fundamental frequency

本算例研究宏观体积分数分别为 $f_{V1}^{MA} = 0.15$, $f_{V2}^{MA} = 0.15$, $f_{V3}^{MA} = 0.15$, 微结构体积分数分别为 $f_{V1}^{MI} = 0.50$, $f_{V2}^{MI} = 0.50$, $f_{V3}^{MI} = 0.50$ 的设计情况。优化过程在 207 次迭代后收敛, 优化目标值为 71.25 rad/s, 双尺度优化设计结果如图 8(a)所示。从图 8(a)可以看出, 因微结构初始设计相互对称, 在所得宏观结构中多孔材料 1 与多孔材料 3 的分布也相互对称, 分别构成沿特定角度的斜杆, 其微结构中主要传力路径也与多孔材料构成的宏观杆件布局方向一致。从图 8(b,c)可以看出, 采用本文方法所得微结构最优构型在任意空间排布下均具有良好的连接性。



(a) 设计情况1对应的两端简支双尺度梁结构基频最大化拓扑优化设计



(b) 在水平方向的连接性 (c) 在竖直方向的连接性

图 8 设计情况 1 对应的两端简支双尺度梁结构基频最大化拓扑优化设计, 微结构优化设计在水平及竖直方向的连接性
Fig. 8 Optimized two-scale simply supported beam design with three lattice materials maximizing the fundamental frequency corresponding to the design scenario 1, connectivity of the optimized microstructures in the horizontal and vertical direction

5 结 论

本文研究了包含多种多孔材料的双尺度梁结构一阶自由振动频率最大化的拓扑优化设计问题。采用微结构单胞可设计连接区域方法,通过在不同多孔材料微结构单胞边界设置可设计连接区域,实现通过优化求解确定不同微结构构型及其相互连接形式。通过结合离散材料插值模型与RAMP插值模型,提出了宏观尺度的各向异性多材料刚度及质量插值及拓扑描述模型,同时降低结构振动优化问题中局部模态的影响。通过数值算例研究发现,采用微结构可连接区域设计方法,在获得的基频最大化双尺度结构设计中,均获得了具有良好连接性的微结构构型,有效增强了双尺度结构拓扑优化设计的可制造性。

参 考 文 献 (References) :

- [1] Bendsøe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, **71**(2): 197-224.
- [2] Díaz A R, Kikuchi N. Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1992, **35**(7): 1487-1502.
- [3] Ma Z D, Cheng H C, Kikuchi N. Structural design for obtaining desired eigenfrequencies by using the topology and shape optimization method[J]. *Computing Systems in Engineering*, 1994, **5**(1): 77-89.
- [4] Du J B, Olhoff N. Topological design of freely vibrating continuum structures for maximum values of simple and multiple eigenfrequencies and frequency gaps[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2007, **34**(2): 91-110.
- [5] 王超,徐斌,段尊义,等.面向增材制造的应力最小化连通性拓扑优化[J].力学学报,2021, **53**(4): 1070-1080. (WANG Chao, XU Bin, DUAN Zun-yi, et al. Additive manufacturing-oriented stress minimization topology optimization with connectivity [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, **53**(4): 1070-1080. (in Chinese))
- [6] 廉艳平,王潘丁,高杰,等.金属增材制造若干关键力学问题研究进展[J].力学进展,2021, **51**(3): 648-701. (LIAN Yan-ping, WANG Pan-ding, GAO Jie, et al. Fundamental mechanics problems in metal additive manufacturing: A state-of-art review [J]. *Advances in Mechanics*, 2021, **51**(3): 648-701. (in Chinese))
- [7] Vicente W M, Zuo Z H, Pavanello R, et al. Concurrent topology optimization for minimizing frequency responses of two-level hierarchical structures[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, **301**: 116-136.
- [8] Liu Q M, Chan R, Huang X D. Concurrent topology optimization of macrostructures and material microstructures for natural frequency[J]. *Materials & Design*, 2016, **106**: 380-390.
- [9] Long K, Han D, Gu X G. Concurrent topology optimization of composite macrostructure and microstructure constructed by constituent phases of distinct Poisson's ratios for maximum frequency[J]. *Computational Materials Science*, 2017, **129**: 194-201.
- [10] Zhang Y Q, Gao L, Xiao M. Maximizing natural frequencies of inhomogeneous cellular structures by Kriging-assisted multiscale topology optimization[J]. *Computers & Structures*, 2020, **230**: 106197.
- [11] Wang Y Q, Zhang L, Daynes S, et al. Design of graded lattice structure with optimized mesostructures for additive manufacturing[J]. *Materials & Design*, 2018, **142**: 114-123.
- [12] Zhou S W, Li Q. Design of graded two-phase microstructures for tailored elasticity gradients[J]. *Journal of Materials Science*, 2008, **43**(15): 5157-5167.
- [13] Du Z L, Zhou X Y, Picelli R, et al. Connecting microstructures for multiscale topology optimization with connectivity index constraints [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2018, **140**(11): 111417.
- [14] Garner E, Kolken H M A, Wang C C L, et al. Compatibility in microstructural optimization for additive manufacturing[J]. *Additive Manufacturing*, 2019, **26**: 65-75.
- [15] Liu P, Kang Z, Luo Y J. Two-scale concurrent topology optimization of lattice structures with connectable microstructures[J]. *Additive Manufacturing*, 2020, **36**: 101427.
- [16] Stegmann J, Lund E. Discrete material optimization of general composite shell structures[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, **62**(14): 2009-2027.
- [17] Stolpe M, Svanberg K. An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **22**(2): 116-124.
- [18] Jensen J S, Pedersen N L. On maximal eigenfrequency separation in two-material structures: The 1D and 2D scalar cases[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, **289**(4-5): 967-986.

Integrated topology optimization of structures and lattice material microstructures to maximize structural fundamental frequency considering the connectivity between lattice materials

LUO Xiao¹, LIU Pai^{*2}, ZENG Yu-qi¹, LI Jian¹, XU You-liang¹

(1. AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou 412000, China;

2. State Key Laboratory of Structural Analysis Optimization and CAE Software for Industrial Equipment,

Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Lattice materials have broad application prospects in aerospace engineering and other fields due to their excellent properties such as light weight, high porosity, and vibration reduction/heat dissipation. Considering a structure composed of several lattice materials, the integrated design of the structural and material microstructural configuration with topology optimization is helpful to obtain structure designs with excellent mechanical properties. However, the conventional inverse-homogenization-based microstructure design cannot ensure the connectivity between the microstructures of different lattice materials, and the design results are not manufacturable. This paper focuses on the fundamental frequency maximization design problem of two-scale structures composed of multiple lattice materials, considers the connectivity between different microstructures, and synergistically design the microstructure configuration of lattice materials and their layout at the macroscale. The homogenization method is used to calculate the macroscopic equivalent mechanical properties of the lattice materials, and the same topology description is used for the boundary regions of the microstructure unit cells of different lattice materials to ensure the connectivity with any spatial arrangement in the two-scale optimization process. The form of connections between the microstructures is determined by the optimization algorithm. At the macroscopic scale, an anisotropic macroscopic equivalent performance interpolation model of lattice materials combining discrete material interpolation model and RAMP interpolation model(Rational Approximation of Material Properties, RAMP) is proposed to obtain a clear macroscale layout of lattice materials and reduce the effects of spurious vibration modes in the optimization process. The optimization formulation with the objective of maximizing the fundamental frequency of the two-scale structure and the material consumption as the constraint is established, and the sensitivity expression is derived. The topology optimization problem of the two-scale structure is solved using a gradient-based algorithm. Numerical examples show that the optimization method proposed in this paper can effectively ensure the connectivity between the microstructures of different lattice materials in the optimized two-scale structural designs and enhance the manufacturability of the optimized designs.

Key words: topology optimization; numerical homogenization; natural frequency; microstructure optimization; integrated topology optimization of structure and microstructures

引用本文/Cite this paper:

罗潇, 刘湃, 曾雨琪, 等. 考虑微结构连接性的双尺度结构自然频率拓扑优化[J]. 计算力学学报, 2023, 40(5): 732-738.

LUO Xiao, LIU Pai, ZENG Yu-qi, et al. Integrated topology optimization of structures and lattice material microstructures to maximize structural fundamental frequency considering the connectivity between lattice materials [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, 40(5): 732-738.