

基于 SGMD 及 LWOA-ELM 的有限元模型修正

赵宇^{1,2}, 彭珍瑞^{*1}

(1. 兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070; 2. 天水师范学院 电子信息与电气工程学院, 天水 741000)

摘要:为得到待修正参数与结构响应之间的关系,提高模型修正的效率和精度,提出了一种基于辛几何模态分解(SGMD)和 Lévy 飞行鲸鱼优化算法(LWOA)优化极限学习机(ELM)的有限元模型修正(FEMU)方法。首先,对加速度频响函数(AFRF)进行 SGMD 分解,采用能量熵增量法确定重组辛几何分量(SGC)构成 SGC 矩阵。然后,利用 LWOA 对 ELM 的权值和阈值进行优化,提高 ELM 模型的预测效率,以 LWOA-ELM 为代理模型映射出待修正参数与 SGC 矩阵之间的关系。最后,以试验频响函数 SGC 矩阵与 LWOA-ELM 模型输出所得矩阵差值的 F-范数最小为目标函数,结合 LWOA 求解待修正参数。算例分析表明,提出的方法用于有限元模型修正有较好的可行性和有效性。以 SGC 矩阵表征 AFRF 的修正方法,有较好的噪声鲁棒性;LWOA-ELM 作为代理模型预测精度高,泛化能力强。

关键词:模型修正;辛几何模态分解;能量熵增量法;极限学习机;鲸鱼优化算法

中图分类号:O32;TP183

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2023)02-0255-09

1 引言

有限元模型分析结果能够为结构设计和工程决策提供一定的依据。然而,由于模型简化和边界条件等因素影响,有限元分析的结构响应与实测值存在着偏差,可以通过有限元模型修正 FEMU(Finite Element Model Updating)使得有限元模型能够极大程度地反映结构的实际状态。

目前,根据使用的动力测试信息,以结构模态参数和频响函数为目标的有限元模型修正方法应用较为广泛。其中,基于频响函数的模型修正方法不需要进行模态分析,直接使用振动测试所得的频响函数矩阵,修正结果较为精确^[1]。但是,信号在测量和传输时会受到不同程度的噪声污染,存在测试误差,影响频响函数的准确性,需要可靠并具有噪声鲁棒性的信号分解方法有效地提取特征量。Sanliturk 等^[2]将实测频响函数变换为脉冲响应函数,并对脉冲响应函数重构的相空间矩阵进行奇异值分解实现降噪处理。Zhang 等^[3]在此基础上以保留了主要特征信息的奇异值为特征量进行有限元模型修正,算例表明所提方法具有较强的噪声鲁棒性。曹明明等^[4]直接利用频响函数构造出 Han-

kel 矩阵,并对其进行奇异值分解,通过极值点数量突变原则选择能表征原频响函数的奇异值作为特征量,提出了基于频响函数奇异值的有限元模型修正方法。彭珍瑞等^[5]基于小波变换对加速度频响函数进行小波分解,通过小波系数构造目标函数完成模型修正。以上模型修正方法都是采用信号处理方法对频响函数进行分解、降噪和特征提取来表征主要信息。辛几何模态分解 SGMD(Symplectic Geometry Mode Decomposition)^[6]是在辛几何谱分析 SGSA(Symplectic Geometry Spectrum Analysis)^[7,8]的基础上提出的一种基于辛几何的新型信号分析方法,该方法通过辛几何相似变换,在保留相空间结构特性的基础上能有效重构模态,具有较强的抗噪能力。目前,SGMD 多用于故障诊断,Pan 等^[6]将 SGMD 应用于机械复合故障诊断,通过与小波变换、集合经验模态分解和局部特征尺度分解对比,证明了 SGMD 具有较好的分解性能和噪声鲁棒性。郑直等^[9]利用 SGMD 提取液压泵故障特征信息,基于能量法选择重构辛几何分量 SGC(Symplectic Geometry Component),并结合广义分形维数实现了液压泵故障诊断,结果表明,对于故障特征信息提取,SGMD 较局部均值分解具有有效性和优越性。程正阳等^[10]通过齿轮裂纹故障实验数据验证了 SGMD 方法良好的分解性能和优越的噪声鲁棒性。SGMD 尚未用于有限元模型修正。

收稿日期:2021-09-23;修改稿收到日期:2022-02-11.

基金项目:国家自然科学基金(51768035);天水师范学院 2021 年创新基金(CXJ2021-26)资助项目.

作者简介:彭珍瑞^{*}(1972-),男,博士,教授,博士生导师
(E-mail:pzrui@163.com).

另外,在模型修正时需要重复进行有限元迭代计算,会影响有限元模型修正的效率,代理模型逐渐应用于模型修正。基于代理模型的修正方法利用响应面模型^[11]、支持向量机^[12]和神经网络^[13]等代替待修正参数与修正目标之间的关系,减少有限元计算量。极限学习机 ELM(Extreme Learning Machine)是 Huang 等^[14]提出的基于单隐层前馈神经网络的快速学习算法,具有结构简单和泛化能力强等优点。但是,ELM 随机产生的输入权值和隐含层阈值会影响其稳定性,智能优化算法如遗传算法 GA(Genetic Algorithm)^[15]和粒子群算法 PSO(Particle Swarm Optimization)^[16]为 ELM 性能的提高提供了良好的途径。受自然界中鲸鱼群体捕食行为的启发,Mirjalili 等^[17]提出了鲸鱼优化算法 WOA(Whale Optimization Algorithm),因其参数设置少且寻优效果好得到了应用,并提出了一些改进算法。其中,基于 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法 LWOA(Lévy flight based Whale Optimization Algorithm)是在基本 WOA 搜索机制中加入 Lévy 飞行行为,以增强种群多样性,平衡算法局部和全局搜索能力^[18]。本文采用 LWOA 优化 ELM 的权值和阈值,将 LWOA-ELM 作为代理模型进行模型修正。

考虑到信号时频域变换过程中计算量的增加,本文直接对加速度频响函数 AFRF(Acceleration Frequency Response Function)进行 SGMD 分解,并基于能量熵增量法确定重组 SGC 分量,以 SGC 矩阵表征频响函数。利用 LWOA-ELM 模型建立待修正参数与有限元频响函数特征量之间的映射关系,构造代理模型。以试验频响函数 SGC 矩阵与 LWOA-ELM 模型输出所得矩阵差值的 F-范数最小为目标,通过 LWOA 优化待修正参数,实现有限元模型修正。

2 辛几何模态分解

SGMD 的实现过程^[6]如下。

2.1 相空间重构

对任一原始信号 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, n 为数据长度。根据 Takens 定理,对该信号进行重构,得到轨迹矩阵 $\mathbf{X}$ 为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_{1+\tau} & \cdots & x_{1+(d-1)\tau} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_m & x_{m+\tau} & \cdots & x_{m+(d-1)\tau} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 d 为嵌入维数, τ 为延迟时间, $m = n - (d - 1)\tau$ 。

2.2 辛正交矩阵 QR 分解

令 $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, 构造 Hamilton 矩阵 $\mathbf{M}$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{N} = \mathbf{M}^2$, $\mathbf{M}$ 和 $\mathbf{N}$ 均为 Hamilton 矩阵。构造出辛正交矩阵 $\mathbf{Q}$ 为

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{N} \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{B}$ 为上三角矩阵。矩阵 $\mathbf{B}$ 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d$ 。根据 Hamilton 矩阵的性质可得, $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$ ($i = 1, 2, \dots, d$) 为矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值, $\mathbf{Q}_i$ 为矩阵 $\mathbf{A}$ 对应的特征向量。又根据 $\mathbf{S}_i = \mathbf{Q}_i^T \mathbf{X}^T$, $\mathbf{Z}_i = \mathbf{Q}_i \mathbf{S}_i$, 其中, $\mathbf{S}$ 为转换系数矩阵, $\mathbf{Z}$ 为重构的轨迹矩阵。

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \cdots + \mathbf{Z}_d \quad (4)$$

2.3 对角平均

利用对角平均将重构矩阵 $\mathbf{Z}_i$, 转化为一组长为 n 的辛几何分量 $Y_i \in \mathbf{Z}_{m \times d} = (z_{ij})_{m \times d}$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq d$ 。令 $d^* = \min(m, d)$, $m^* = \max(m, d)$, $n = m + (d - 1)\tau$ 。当 $m < d$ 时, $y_{ij}^* = z_{ij}$; 否则, $y_{ij}^* = z_{ji}$ 。对角平均转换矩阵为

$$y_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{p=1}^k y_{p, k-p+1}^* & (1 \leq k \leq d^*) \\ \frac{1}{d^*} \sum_{p=1}^{d^*} y_{p, k-p+1}^* & (d^* \leq k \leq m^*) \\ \frac{1}{n-k+1} \sum_{p=k-m^*+1}^{n-m^*+1} y_{p, k-p+1}^* & (m^* \leq k \leq n) \end{cases} \quad (5)$$

根据式(5)确定 d 组初始 SGC 分量, 即 $[Y_1, Y_2, \dots, Y_d]$, 其中 $Y_i = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 。

2.4 分量重组

初始 SGC 分量并不完全独立, 需要对其重组。通常使用相似性^[6,19]计算确定重组 SGC 分量, 但这会影响分析结果的准确性。本文采用能量熵增量法^[20]对 d 组初始 SGC 分量进行筛选重组。

辛几何分量 Y_i 的能量为

$$E_i = \sum_{l=1}^n |y_{il}^2| \quad (6)$$

各分量的能量熵增量为

$$\Delta H_i = -p_i \log_2 p_i \quad (7)$$

式中 $p_i = E_i/E$ 为第 i 个分量在总能量 E 中占的比重, 且 $\sum_{i=1}^d p_i = 1$, $E = \sum_{i=1}^d E_i$ 。

能量熵增量较大的 q 组分量保留了主要的特征信息。此时, 对这 q 组分量 $[Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_q^*]$ 进行重组。本文直接利用 SGMD 对 AFRF 进行分

解,将能量熵增量较大的 q 组分量构成 SGC 矩阵 $\mathbf{Y}_{\text{SGC}} = [\mathbf{Y}_1^*, \mathbf{Y}_2^*, \dots, \mathbf{Y}_q^*]$ 以表征原频响函数。

3 LWOA-ELM 代理模型

3.1 ELM

将 ELM 作为代理模型引入有限元模型修正,建立待修正参数与频响函数 SGC 矩阵之间的映射关系。

ELM 包含输入层、隐含层和输出层。给定 N 组训练样本集 $(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i)$, $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{t}_i = [t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{im}]^T \in \mathbf{R}^m$, 则网络输出为

$$\sum_{i=1}^L \beta_i g(\mathbf{w}_i \mathbf{x}_j + b_i) = t_j \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (8)$$

式中 L 为隐含层节点数, $\mathbf{w}$ 为输入层节点与隐含层节点间的权值向量, β 为隐含层节点与输出层节点间的权值向量, b 为隐含层节点的阈值, $g(\cdot)$ 为激活函数。

式(8)可表示为矩阵形式

$$\mathbf{H}\beta = \mathbf{T} \quad (9)$$

则有隐含层输出矩阵

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} g(\mathbf{w}_1 \mathbf{x}_1 + b_1) & \cdots & g(\mathbf{w}_L \mathbf{x}_1 + b_L) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(\mathbf{w}_1 \mathbf{x}_N + b_1) & \cdots & g(\mathbf{w}_L \mathbf{x}_N + b_L) \end{bmatrix}_{N \times L} \quad (10)$$

式中 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L)^T$ 为输出权值矩阵; $\mathbf{T} = (t_1, t_2, \dots, t_N)^T$ 为目标矩阵。

由文献[14],式(9)的最小二乘解

$$\hat{\beta} = \mathbf{H}^+ \mathbf{T} \quad (11)$$

式中 $\mathbf{H}^+$ 为隐含层输出矩阵 $\mathbf{H}$ 的 Moore-Penrose 广义逆。

3.2 LWOA 优化 ELM

ELM 输入层权值和隐含层节点阈值的随机选取导致其预测精度下降,采用 LWOA 优化 ELM 网络参数,以进一步提高 LWOA-ELM 代理模型的性能。

在搜索空间, LWOA 通过猎物包围、Bubble-net 狩猎、猎物搜索及 Lévy 飞行行为更新座头鲸的位置捕获猎物^[18]。LWOA-ELM 模型将 ELM 输入层权值和隐含层节点阈值作为 LWOA 的每一头座头鲸,以 ELM 样本集期望输出与实际输出的均方根误差 RMSE(Root Mean Square Error)为适应度函数,通过对鲸鱼的位置更新,得到优化后的输入权值和阈值。

LWOA 优化 ELM 步骤如下。

(1) 相关参数初始化。确定 ELM 的输入层、隐含层和输出层神经元个数;随机生成 ELM 输入

权值和隐含层阈值;设置 LWOA 的初始种群个数、最大迭代次数和参数的上下限。

(2) 个体适应度评价。计算每头鲸鱼的适应度值,记录当前最优个体位置。

(3) LWOA 优化 ELM。利用 LWOA 优化权值和阈值,更新鲸鱼位置,进行寻优,直至达到最大迭代次数。

(4) 输出最优解。将其作为 ELM 的初始权值和阈值,进行预测。

4 基于频响函数 SGC 矩阵的模型修正

利用 LWOA-ELM 建立待修正参数与频响函数 SGC 矩阵之间的模型, FEMU 转化为有约束的非线性优化问题。以试验频响函数 SGC 矩阵与 LWOA-ELM 模型所得 SGC 矩阵差值的 F-范数最小为目标函数

$$\min F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Y}_{\text{SGC}}^T - \mathbf{Y}_{\text{SGC}}^A(\mathbf{x})\|_F, x_{lb} < x_l < x_{ub} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{Y}_{\text{SGC}}^T$ 和 $\mathbf{Y}_{\text{SGC}}^A$ 分别为试验和 LWOA-ELM 模型所得 SGC 矩阵, $\mathbf{x}$ 为待修正变量, x_{lb} 和 x_{ub} 为第 l 个待修正参数的上限和下限, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数。

算法的合理选择是解决有限元模型修正问题的基本条件。LWOA 具有较好的寻优精度和效率,继续采用 LWOA 对式(12)的目标函数进行优化求解。有限元模型修正流程如图 1 所示。

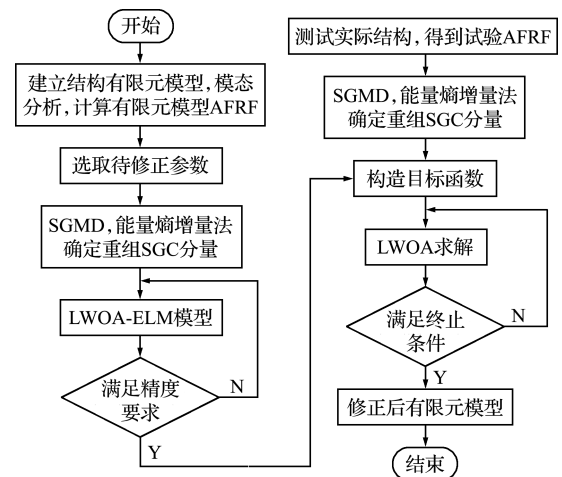


图 1 有限元模型修正流程

Fig. 1 Flowchart of FEMU

5 算例分析

5.1 频响函数 SGMD 分解有效性分析

如图 2 所示 5 层剪切型框架, 其质量 $m_1 = 3.0 \text{ kg}$, $m_2 = m_3 = m_4 = 2.5 \text{ kg}$, $m_5 = 2.0 \text{ kg}$, 刚度参数 $k_1 = k_2 = 120 \text{ N/m}$, $k_3 = 110 \text{ N/m}$, $k_4 = k_5 =$

90 N/m。5 阶频率分别为 0.3153 Hz、0.8518 Hz、1.3369 Hz、1.6850 Hz 和 1.9728 Hz。为了模拟实测工况,在 AFRF 中加入高斯白噪声,噪声表达式为

$$\mathbf{H}_{\text{ACC}}(\omega)' = \mathbf{H}_{\text{ACC}}(\omega)(1 + \alpha\eta) \quad (13)$$

式中 $\mathbf{H}_{\text{ACC}}(\omega)$ 和 $\mathbf{H}_{\text{ACC}}(\omega)'$ 分别为加入噪声前后的 AFRF, α 为噪声水平, η 为(0,1)的随机数。

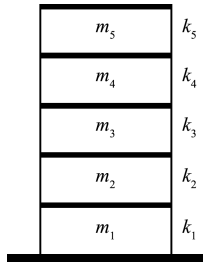
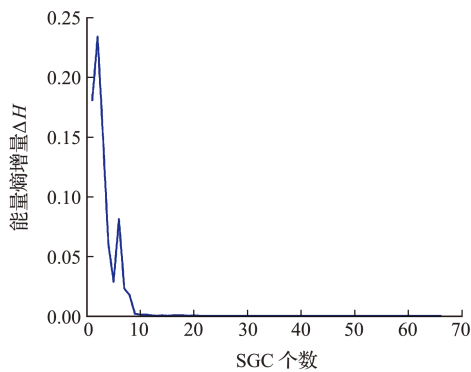


图 2 5 层剪切型框架

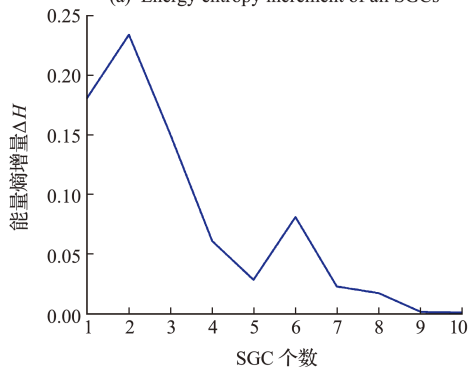
Fig. 2 5-story shear frame structure

在 0~2 Hz 频率范围内分析,频率点为 200,分辨率为 0.01 Hz,对某一 AFRF 加入 10% 的噪声进行 SGMD 分解。根据文献[6],取延迟时间 τ 为 1,嵌入维数 d 为 $n/3$, n 为频率点数,即得到 66 个 SGC 分量。计算各 SGC 分量能量熵增量,10% 噪声时所有 SGC 分量能量熵增量和前 10 个 SGC 分量能量熵增量如图 3 所示。



(a) 所有 SGC 分量能量熵增量

(a) Energy entropy increment of all SGCs



(b) 前 10 个 SGC 分量能量熵增量

(b) Energy entropy increment of the first 10 SGCs

图 3 SGC 分量能量熵增量

Fig. 3 Energy entropy increment of SGCs

由图 3 可以看出,前面几个 SGC 分量能量熵增量较大,之后各 SGC 分量能量熵增量逐渐趋于 0,根据 2.4 节所述能量熵增量法确定出能量熵增量 $\Delta H > 0.02$ 的分量 $\text{SGC}_1 \sim \text{SGC}_7$ 。

为了验证 SGMD 的分解性能,分别利用 SGMD 方法对无噪声和 10% 噪声时的频响函数进行分解,分解后的前 10 个 SGC 分量如图 4 所示。由于其余 SGC 分量主要为噪声成分,文中仅给出了前 10 个 SGC 分量。

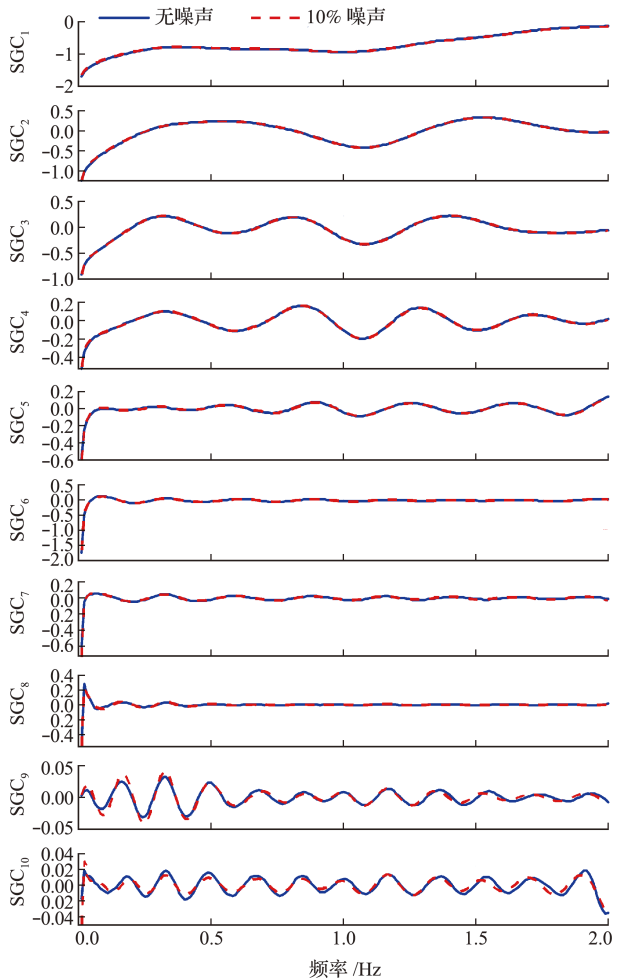


图 4 无噪声和 10% 噪声时前 10 个 SGC 分量

Fig. 4 First 10 SGCs without noise and with 10% noise

可以看出,无噪声和 10% 噪声时分量 $\text{SGC}_1 \sim \text{SGC}_7$ 在形态上均具有较高的相似性,将其进行相似性分析,得到前 10 个 SGC 分量相关性系数列入表 1。分量 $\text{SGC}_1 \sim \text{SGC}_7$ 的相关性系数均大于 0.99。

表 1 前 10 个 SGC 分量相关性系数

Tab. 1 Correlation coefficient of the first 10 SGCs

分量	相关系数	分量	相关系数
SGC_1	0.9999	SGC_6	0.9997
SGC_2	0.9999	SGC_7	0.9948
SGC_3	0.9999	SGC_8	0.9860
SGC_4	0.9992	SGC_9	0.9499
SGC_5	0.9976	SGC_{10}	0.8906

图 5 给出了利用 $SGC_1 \sim SGC_7$ 重构的 AFRF 与 10% 噪声时的 AFRF。计算其相关性系数,其值为 0.9984。

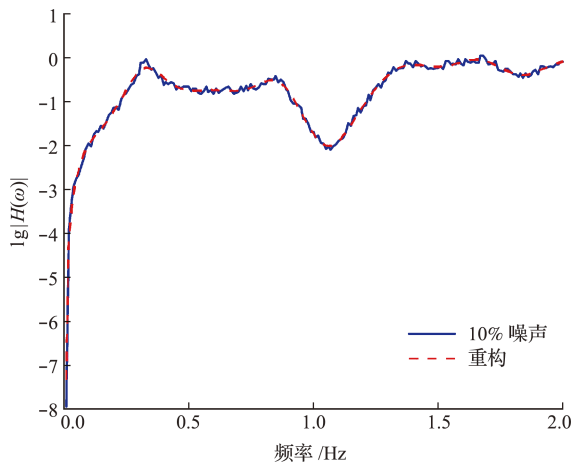


图 5 重构 AFRF 与 10% 噪声时 AFRF
Fig. 5 Reconstructed AFRF and AFRF with 10% noise

综上分析表明,SGMD 方法具有较好的分解能力和噪声鲁棒性,基于能量熵增量法确定 SGC 分量的方法是可行有效的,较少的 SGC 分量能表示出原始信号中的主要特征信息。因此,可以使用能量熵增量法确定出的 SGC 分量组成 SGC 矩阵表征原频响函数。

5.2 车床床身模型修正

某型数控车床床身采用灰铸铁 HT200,其材料参数为弹性模量 $E=200$ GPa,密度 $\rho=7850$ kg/m³,泊松比 $\nu=0.3$ 。建模过程中对床身部分不影响结构特性的部件进行了简化和忽略,如螺母、螺钉,圆角和倒角等。床身模型如图 6 所示。采用自动网格划分方法,网格尺寸设置为 30 mm,划分后的节点数 334109 个,单元数 182238 个。

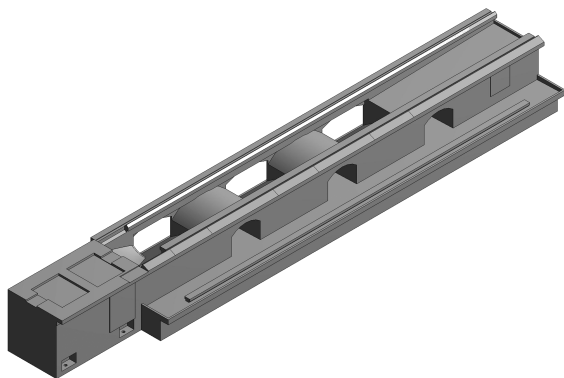


图 6 床身模型
Fig. 6 Lathe bed model

5.2.1 待修正参数选取

在有限元模型修正时,一般将几何参数和材料

参数作为待修正参数,对于机床床身来说,其几何参数与设计不会有较大差距,故将材料的弹性模量和密度作为待修正变量 $x=[E \ \rho]$,以算例中所述材料属性为试验值,对应模型为试验模型。通过增加 10% 弹性模量,减小 10% 密度来模拟有限元值。采用本文所提方法调整修正参数以缩小有限元分析和试验测试响应之间的差距进行模型修正。初始有限元值与试验值列入表 2。

表 2 初始有限元值和试验值
Tab. 2 Initial FEM and test values

修正参数	有限元值	试验值	误差/%
弹性模量/GPa	220	200	10
密度/kg·m ⁻³	7065	7850	-10

5.2.2 频响函数 SGMD 分解

床身底座施加固定全约束,进行模态分析,取前 6 阶模态。在此基础上采用模态叠加法进行谐响应分析,床身导轨中部任意一点施加简谐激振力,其中简谐激振力为 2% 的主切削力(25000 N)。频率扫描范围为 0~450 Hz,求解间隔为 1 Hz。试验测试过程中,不可避免地会受到噪声的干扰,对试验 AFRF 分别加入 10% 和 20% 的噪声。

利用 SGMD 方法对试验模型 AFRF 进行分解。取延迟时间 τ 为 1,嵌入维数 d 为 150,得到 150 个 SGC 分量。计算各 SGC 分量能量熵增量,20% 噪声时前 10 个 SGC 分量的能量熵增量如图 7 所示。选择能量熵增量较大的分量 SGC_1 和 SGC_2 。无噪声和 20% 噪声时试验频响函数 SGMD 分解的前 10 个 SGC 分量如图 8 所示。

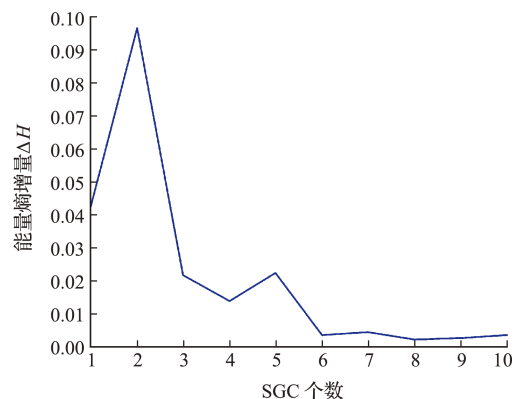


图 7 20% 噪声时前 10 个 SGC 分量能量熵增量
Fig. 7 Energy entropy increment of the first 10 SGCs with 20% noise

从图 8 可以看出,无噪声和 20% 噪声时分量 SGC_1 和 SGC_2 在形态上具有较高的相似性,相关性

系数分别为 1 和 0.9999。另外,SGC₁和 SGC₂重构后的 AFRF 和试验 AFRF 的相关性系数为 0.9852。因此采用 SGC₁和 SGC₂构造矩阵 $\mathbf{Y}_{\text{SGC}}$ 表征频响函数。

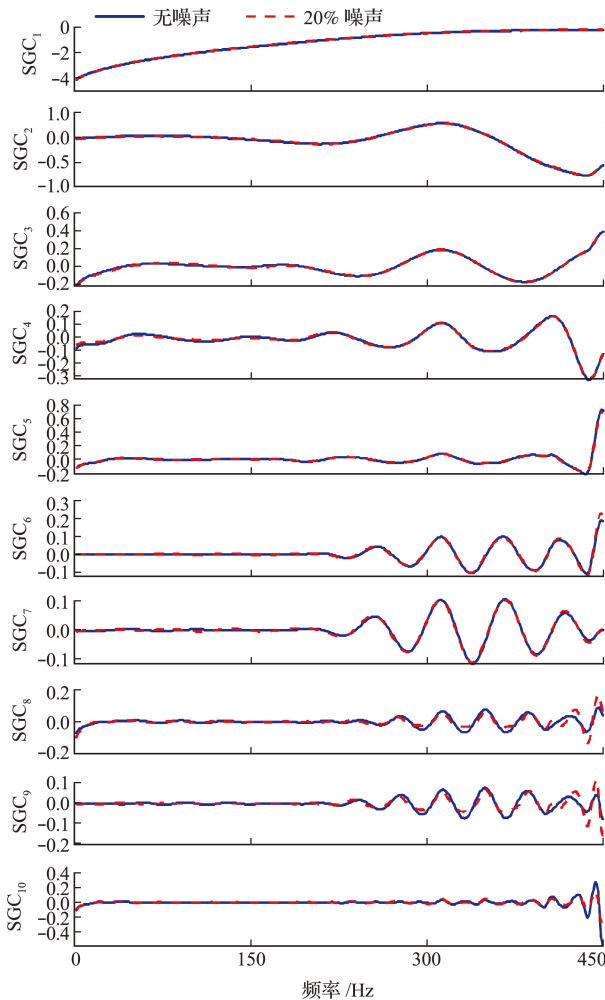


图 8 无噪声和 20% 噪声时前 10 个 SGC 分量
Fig. 8 First 10 SGCs without noise and with 20% noise

5.2.3 LWOA-ELM 模型的建立与检验

采用拉丁超立方抽样,在有限元值的 $\pm 20\%$ 区间对待修正参数抽样 100 组,并代入有限元模型进行谐响应分析得到对应 AFRF 进行 SGMD 分解。以待修正参数为样本输入,SGC 矩阵组成的向量为样本输出,建立 LWOA-ELM 模型。

为验证 LWOA-ELM 模型的性能,将其与 GA-ELM、PSO-ELM 及 WOA-ELM 模型进行比较。选定激活函数为 sigmoid 函数,隐含层节点数为 80。种群数量为 30,最大迭代次数为 150。PSO 算法学习因子均为 2。GA 交叉概率为 0.9,变异概率为 0.1。程序独立运行 20 次,GA、PSO、WOA 及 LWOA 优化 ELM 平均适应度值迭代曲

线如图 9 所示。

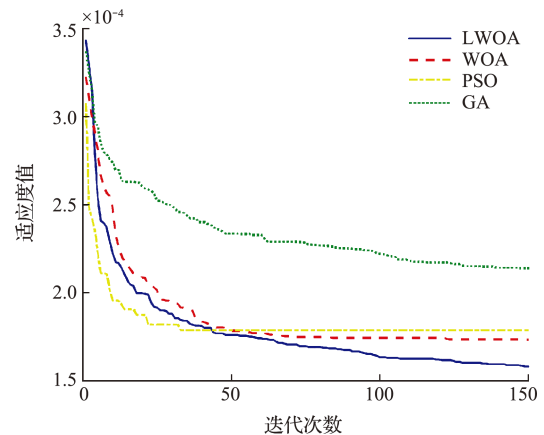


图 9 优化 ELM 平均适应度值迭代曲线
Fig. 9 Iteration curves of average fitness values for optimized ELM

由图 9 可以看出,对比 4 种算法的优化过程,LWOA 收敛速度比其他算法快。所建代理模型的精度通过均方根误差 RMSE 和决定系数 R^2 评价。RMSE 趋于 0; R^2 趋于 1,表示模型具有较好的精度。ELM、GA-ELM、PSO-ELM、WOA-ELM 及 LWOA-ELM 模型预测 RMSE 和 R^2 值列入表 3。

表 3 模型 RMSE 和 R^2 值
Tab. 3 Values of RMSE and R^2

模型	RMSE	R^2
ELM	4.8304×10^{-4}	1
GA-ELM	2.1421×10^{-4}	1
PSO-ELM	1.7894×10^{-4}	1
WOA-ELM	1.7339×10^{-4}	1
LWOA-ELM	1.5806×10^{-4}	1

由表 3 可知,5 种模型的 R^2 值均为 1,而优化后的 ELM 模型较传统 ELM 模型,其 RMSE 值均有所减小。其中,LWOA-ELM 模型的 RMSE 值最小,为 1.5806×10^{-4} 。5 种模型中 LWOA-ELM 模型精度最高。因此,本文使用 LWOA-ELM 模型。

5.2.4 待修正参数 LWOA 优化

建立 LWOA-ELM 模型之后,采用 LWOA 求解式(12)目标函数值。种群数量为 60,最大迭代次数为 300,待修正参数上下限为有限元值的 $\pm 20\%$ 区间。无噪声、10% 噪声和 20% 噪声时修正后的参数结果对比列入表 4。由表 4 可知,噪声对于修正结果的影响不大,20% 噪声时修正误差小于 2%。SGMD 能有效消除噪声,该方法具有一定的噪声鲁棒性。

表 4 模型修正结果
Tab. 4 Results of model updating

修正参数	试验值	无噪声		10%噪声		20%噪声	
		修正值	误差/%	修正值	误差/%	修正值	误差/%
弹性模量/GPa	200	199.2897	0.3552	198.1992	0.9004	197.2033	1.3983
密度/kg·m ⁻³	7850	7816.0389	0.4326	7783.7864	0.8435	7754.3170	1.2189

20%噪声时修正后模型、试验模型及初始有限元模型 AFRF 如图 10 所示。修正前后的前 6 阶固有频率及误差值列入表 5。

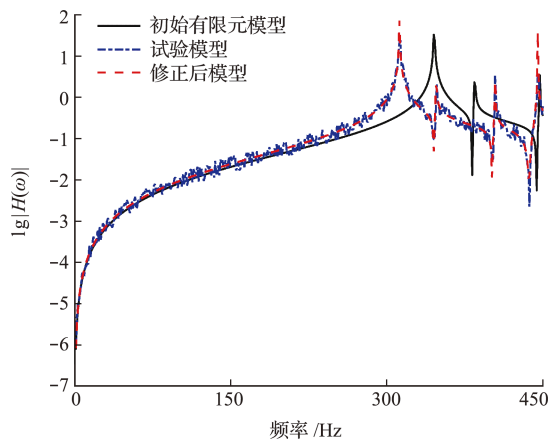


图 10 20%噪声时修正后模型、试验模型及初始有限元模型 AFRF

Fig. 10 AFRF of updated model, test model and initial FEM with 20% noise

表 5 修正前后前 6 阶固有频率及误差值
Tab. 5 First 6 frequencies and errors before and after model updating

阶次	试验模型	初始有限元模型		修正后模型	
	f_t/Hz	f_a/Hz	$e_{at}/\%$	f_u/Hz	$e_{ut}/\%$
1 阶	283.96	313.93	10.5543	283.70	0.0916
2 阶	302.57	334.50	10.5529	302.29	0.0925
3 阶	312.44	345.42	10.5556	312.16	0.0896
4 阶	347.66	384.35	10.5534	347.35	0.0892
5 阶	404.17	446.83	10.5550	403.80	0.0915
6 阶	445.36	492.37	10.5555	444.96	0.0898

从图 10 可以看出, MWOA-ELM 模型修正后的 AFRF 与试验模型有很好的吻合。同时, 由表 5 可知, 修正后固有频率误差小于 0.1%。这表明基于 SGMD 和 LWOA-ELM 的方法修正后模型能够反映结构真实状况。

6 结 论

为提高有限元模型修正的效率和精度, 基于 SGMD 和 LWOA-ELM 对有限元模型进行修正,

得到以下结论。

(1) 直接对 AFRF 进行 SGMD 分解并通过能量熵增量法确定重组 SGC 分量, 将其对应分量组成 SGC 矩阵能够表征原频响函数。

(2) 优化后的 ELM 模型克服了 ELM 随机产生输入层权值和隐含层阈值导致网络不稳定的不足。相较于 GA-ELM、PSO-ELM 和 WOA-ELM 模型, LWOA-ELM 模型具有较高的预测精度。

(3) 某型车床床身算例表明, 在 20% 的噪声下修正后的参数误差控制在 2% 以内; 固有频率误差小于 0.1%。有效验证了所提方法在有限元模型修正中应用的可行性。修正后的模型可作为基准模型用于后续结构的优化设计和响应分析。

本文仅通过数值仿真算例验证所提模型修正方法的有效性, 在下一步的研究中, 很有必要对实际工程结构进行试验, 以进一步验证所提方法, 将其推广到实际应用中。

参考文献(References):

- [1] 梁 鹏, 李 斌, 王秀兰, 等. 基于桥梁健康监测的有限元模型修正研究现状与发展趋势[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2014, **34**(4): 52-61. (LIANG Peng, LI Bin, WANG Xiu-lan, et al. Present research status and development trend of finite element model updating based on bridge health monitoring[J]. *Journal of Chang'an University(Natural Science Edition)*, 2014, **34**(4): 52-61. (in Chinese))
- [2] Sanliturk K Y, Cakar O. Noise elimination from measured frequency response functions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2005, **19**(3): 615-631.
- [3] Zhang Y, Hou Z C. A model updating method based on response surface models of reserved singular values[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, **111**: 119-134.
- [4] 曹明明, 彭珍瑞, 刘满东. 基于频响函数奇异值的模型

- 修正方法[J]. 振动与冲击, 2021, **40**(3): 195-203. (CAO Ming-ming, PENG Zhen-rui, LIU Man-dong. Model updating method based on singular value of frequency response function[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, **40**(3): 195-203. (in Chinese))
- [5] 彭珍瑞, 曹明明, 刘满东. 基于加速度频响函数小波分解的模型修正方法[J]. 航空学报, 2020, **41**(7): 223548. (PENG Zhen-rui, CAO Ming-ming, LIU Man-dong. Model updating method based on wavelet decomposition of acceleration frequency response function[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, **41**(7): 223548. (in Chinese))
- [6] Pan H Y, Yang Y, Li X, et al. Symplectic geometry mode decomposition and its application to rotating machinery compound fault diagnosis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, **114**: 189-211.
- [7] Xie H B, Dokos S, Sivakumar B, et al. Symplectic geometry spectrum regression for prediction of noisy time series[J]. *Physical Review E*, 2016, **93**(5): 052217.
- [8] 李晓海, 李东升. 环境因素影响下基于辛几何谱分析法的结构损伤识别[J]. 水利与建筑工程学报, 2016, **14**(3): 154-160, 176. (LI Xiao-hai, LI Dong-sheng. Damage detection with symplectic geometry spectrum analysis under changing environment[J]. *Journal of Water Resources and Architectural Engineering*, 2016, **14**(3): 154-160, 176. (in Chinese))
- [9] 郑直, 王宝中, 刘佳鑫, 等. 辛几何模态分解和广义形态分形维数的液压泵故障诊断[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, **41**(5): 724-730. (ZHENG Zhi, WANG Bao-zhong, LIU Jia-xin, et al. Hydraulic pump fault diagnosis method of symplectic geometry mode decomposition and generalized morphological fractal dimensions[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2020, **41**(5): 724-730. (in Chinese))
- [10] 程正阳, 王荣吉, 潘海洋. 辛几何模态分解方法及其分解能力研究[J]. 振动与冲击, 2020, **39**(13): 27-35. (CHENG Zheng-yang, WANG Rong-ji, PAN Hai-yang. Symplectic geometry mode decomposition method and its decomposition ability[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, **39**(13): 27-35. (in Chinese))
- [11] Ren W X, Chen H B. Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method[J]. *Engineering Structures*, 2010, **32**(8): 2455-2465.
- [12] 陈喆, 何欢, 陈国平. 基于增广 SVM 的结构动力学模型修正方法研究[J]. 振动与冲击, 2017, **36**(15): 194-202. (CHEN Zhe, HE Huan, CHEN Guo-ping. Structural dynamic model updating based on augmented SVM[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, **36**(15): 194-202. (in Chinese))
- [13] 王钦龙, 王红岩, 芮强. 基于多目标遗传算法的高速履带车辆动力学模型参数修正研究[J]. 兵工学报, 2016, **37**(6): 969-978. (WANG Qin-long, WANG Hong-yan, RUI Qiang. Research on parameter updating of high mobility tracked vehicle dynamic model based on multi-objective genetic algorithm[J]. *Acta Armamentarii*, 2016, **37**(6): 969-978. (in Chinese))
- [14] Huang G B, Zhu Q Y, Siew C K. Extreme learning machine: Theory and applications[J]. *Neurocomputing*, 2006, **70**(1-3): 489-501.
- [15] 郑茂辉, 刘少非. GA 优化 ELM 神经网络的排水管道缺陷诊断[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, **53**(5): 59-64. (ZHENG Mao-hui, LIU Shao-fei. Defect diagnosis of urban drainage pipelines based on GA optimized ELM neural network[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, **53**(5): 59-64. (in Chinese))
- [16] Han F, Yao H F, Ling Q H. An improved evolutionary extreme learning machine based on particle swarm optimization[J]. *Neurocomputing*, 2013, **116**: 87-93.
- [17] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, **95**: 51-67.
- [18] Zhou Y Q, Ling Y, Luo Q F. Lévy flight trajectory-based whale optimization algorithm for engineering optimization[J]. *Engineering Computations*, 2018, **35**(7): 2406-2428.
- [19] Zhang X Y, Li C S, Wang X B, et al. A novel fault diagnosis procedure based on improved symplectic geometry mode decomposition and optimized SVM[J]. *Measurement*, 2021, **173**: 108644.
- [20] 周小龙, 刘薇娜, 姜振海, 等. 变分模态分解的 Volterra 模型和形态学分形维数在发动机故障诊断中的应用[J]. 汽车工程, 2019, **41**(12): 1442-1449, 1465. (ZHOU Xiao-long, LIU Wei-na, JIANG Zhen-hai, et al. Application of volterra mode of variational mode decomposition and morphology fractal dimension in engine fault diagnosis[J]. *Automotive Engineering*, 2019, **41**(12): 1442-1449, 1465. (in Chinese))

Finite element model updating based on SGMD and LWOA-ELM

ZHAO Yu^{1,2}, PENG Zhen-rui^{*1}

(1. School of Mechanical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

2. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Tianshui Normal University, Tianshui 741000, China)

Abstract: In order to obtain the relationship between updating parameters and structural responses, and improve the efficiency and accuracy of model updating, finite element model updating (FEMU) method based on symplectic geometry mode decomposition (SGMD) and extreme learning machine (ELM) optimized by Lévy flight based whale optimization algorithm (LWOA) is proposed. Firstly, SGMD is applied to decompose acceleration frequency response function (AFRF) data. The reconstructed symplectic geometry components (SGCs) are selected by energy entropy increment method to make the SGC matrix. Then, to improve the prediction accuracy, LWOA is used to optimize the weightings and thresholds of ELM. LWOA-ELM model is established as the surrogate model for the mapping between updating parameters and the SGC matrix of experimental AFRF. Finally, with the minimum Frobenius norm of error between the SGC matrix from tests and those from LWOA-ELM model as the objective function, the updating parameters are obtained by LWOA. Case studies demonstrate that the proposed method is feasible and effective for FEMU. The updating method with SGC to indicate AFRF has good noise robustness. As the surrogate model, LWOA-ELM has high prediction accuracy and strong generalization ability.

Key words: model updating; symplectic geometry mode decomposition; energy entropy increment method; extreme learning machine; whale optimization algorithm

引用本文/Cite this paper:

赵 宇,彭珍瑞. 基于 SGMD 及 LWOA-ELM 的有限元模型修正[J]. 计算力学学报, 2023, 40(2): 255-263.

ZHAO Yu, PENG Zhen-rui. Finite element model updating based on SGMD and LWOA-ELM[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, 40(2): 255-263.