

基于格子 Boltzmann 方法的粘弹性 流体圆柱绕流分析

李 勇*, 李汉清, 何录武

(华东理工大学 机械与动力工程学院, 上海 200237)

摘 要:将光滑界面法引入到格子 Boltzmann 方法中分析粘弹性流体绕流问题,分别采用单松弛模型和对流扩散模型求解运动方程和 Oldroyd-B 本构方程,针对圆形和椭圆内部边界条件,给出连续界面插值函数,在此基础上,运用光滑界面法将内部边界转换为作用力项施加到演化方程中。首先分析圆柱绕流问题,给出不同材料参数情况下的流场分布和阻力系数计算结果,比较发现与宏观数值模拟结果相吻合。将模型拓展到绕椭圆流动中,分析椭圆形状和材料参数对粘弹性流体绕柱流的影响,发现随着椭圆长轴与短轴比值的增加和维森伯格数的增加,阻力系数逐渐下降,并且长短轴比对迭代收敛有较大影响。

关键词:光滑界面法;粘弹性流体;格子玻尔兹曼方法;阻力系数

中图分类号:O373;O552.3

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2023)02-0223-06

1 引 言

目前格子 Boltzmann 方法 LBM(Lattice Boltzmann Method)作为一种介观分析方法正逐步应用于各种粘弹性流动分析中,与基于连续介质理论的传统 CFD 方法^[1,2]不同,LBM 将流体看作多个流体微团,尺寸介于宏观流体和微观分子之间,通过特定的演化碰撞规则计算粒子的分布函数,进而基于统计力学的思想获得流体的宏观变量。由于格子 Boltzmann 方法良好的并行性,且在复杂边界处理问题上有一定的优势,所以在固-液两相流尤其是非牛顿流体与固体相互作用等问题上展现出广阔的应用前景^[3,4]。

粘弹性流体绕流问题是一种比较常见的工程问题,也是粘弹性流动数值研究中的基准问题。内部固体与液体之间的曲面边界条件的处理是 LBM 分析绕流问题的关键内容。对该问题的处理方法有启发式边界、插值密度分布函数边界、浸入式边界和光滑界面法^[5]。Ladd^[6,7]基于半步反弹格式,引入边界速度,由于假设固体边界位于格点间的中点处,所以对于曲线边界形状的问题,该方法只有一阶精度。为了克服这一缺点,Filippova 等^[8]首次采用虚拟平衡态和加密网格,实现了圆柱绕流的

模拟,但其稳定性不够。Mei 等^[9]则在此基础上增加了一个插值点,扩大了其稳定性范围。Yu 等^[10]提出一种对曲面墙的处理方法,用单次插值获得边界格点上所需的分布函数,实现了绕圆柱的稳定流动,且该方法具有二阶精度。Wang 等^[11]基于上述方案,研究了二维垂直流道内两个不同尺寸的圆形颗粒的拖拽、接触和碰撞运动问题。Guo 等^[12]提出用具有二阶精度的非平衡态外推方法,利用相邻内部格点的分布函数通过向外插值获得边界格点上未知方向上的密度分布函数。Feng 等^[13]将浸没边界法与格子 Boltzmann 方法结合,通过可调的弹簧参数描述了一个与速度相关的修正力来实现颗粒沉降的模拟,但对于边界点较多问题计算量太大。光滑界面法 SPM(smooth profile method)由 Nakayama 等^[14]提出,该方法将内部边界效应转换成作用力施加到演化方程中,成功处理了粒子与流体间的边界,获得了分散粒子中各单个胶体粒子的体力效应。Jafari 等^[15]则通过模拟剪切流中绕单个圆柱体和相互靠近的两个圆柱体的流动过程,进一步证实了 SPM 处理内部绕流边界的可行性。在应用方面,Kouhestani 等^[16]结合 LBM 和 SPM 成功模拟了平面通道中一个、两个和多个颗粒在粘性剪切流体中的悬浮运动。Gohari 等^[17]结合 LBM 和 SPM 模拟矩形通道中由圆形、单分散和分散颗粒组成的液-固流动,并分析颗粒密度和分散性对流动的影响。Lee 等^[18]使用光滑界面法(SPM)处理颗粒与流体的边界,模拟分析了圆形

收稿日期:2021-10-22;修改稿收到日期:2021-11-18.

基金项目:国家自然科学基金(11372111)资助项目.

作者简介:李 勇*(1968-),男,博士,副教授

(E-mail:yong_li@ecust.edu.cn).

颗粒在粘弹性流体水平通道中的悬浮运动。

上述研究主要针对圆形颗粒或障碍物,未考虑障碍物形状对绕流的影响,本文结合 LBM 和 SPM,采用双分布函数耦合求解 Oldroyd-B 型粘弹性流体的流变行为,用 SPM 处理柱体与粘弹性流体间的边界,首先分析粘弹性流体绕圆柱的流动,然后将 SPM 扩展到绕椭圆柱流动问题中,讨论椭圆柱形状对绕流问题的影响。

2 粘弹性流体格子 Boltzmann 模型

由于粘弹性本构方程形式复杂,并与运动方程相互耦合,所以对于粘弹流动,需要分别求解本构方程和运动方程。计算时使用经典的单松弛求解不可压缩的 N-S 方程,同时采用对流扩散模型求解本构方程,经过迭代获得稳定的流场。LBM 单松弛模型描述格子点上分布函数的演化方程为

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t)] + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) F_i \Delta t \quad (1)$$

式中 f_i 为粒子密度分布函数, τ 为松弛时间,与粘度关系为 $\nu_s = c_s^2(\tau - 1/2)\Delta t$, Δt 为时间步长, ν_s 为运动粘度, $f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t)$ 为平衡态分布函数,表示为

$$f_i^{(0)} = \omega_i \rho \left(1 + \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{1}{2c_s^4} \mathbf{Q}_i : \mathbf{u}\mathbf{u}\right) \quad (2)$$

式中 f_i 为权重系数, ρ 为密度, $\mathbf{Q}_i = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i - c_s^2 \mathbf{I}$, $\mathbf{e}_i$ 为离散速度分量, c_s 为格子声速, Δx 为格子间距,式(1)的 F_i 为作用力项^[19],即

$$F_i = \omega_i \left(\frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^4} \right) \cdot (\rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_p) \quad (3)$$

式中 $\mathbf{g}$ 为体现粘弹性本构特性的格子间的作用力,由偏应力张量 $\mathbf{T}$ 计算,即 $\rho \mathbf{g} = \nabla \cdot \mathbf{T}$, 偏应力张量将由本构方程得到。 $\mathbf{F}_p$ 为颗粒对流体的反作用力,具体形式将在下节给出。粘弹性流体的宏观变量密度 ρ 和速度 $\mathbf{u}$ 分别为

$$\rho = \sum_{i=0}^{q-1} \bar{f}_i, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^{q-1} \mathbf{e}_i \bar{f}_i + \frac{\mathbf{g} + \mathbf{F}_p}{2} \Delta t \quad (4)$$

式中 q 为离散速度个数。

Oldroyd-B 型粘弹性流体的本构方程由构型张量 $\mathbf{A}$ 表示为^[20]

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = -\frac{1}{\lambda} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) + \mathbf{A} \cdot \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{A} \quad (5)$$

构型张量与偏应力张量的关系为

$$\mathbf{T} = (\mu_p / \lambda) (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad (6)$$

式中 λ 和 μ_p 分别为聚合物的松弛时间和动力学黏度。采用 LBM 对流扩散模型对式(5)进行离散,

其演化方程为

$$h_{i\alpha\beta}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) - h_{i\alpha\beta}(\mathbf{x}, t) = -(1/\varphi) [h_{i\alpha\beta}(\mathbf{x}, t) - h_{i\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{A}_{\alpha\beta}, \mathbf{u})] + (1 - 1/2\varphi) [\zeta_{\alpha\beta}/A_{\alpha\beta}] h_{i\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{A}_{\alpha\beta}, \mathbf{u}) \quad (7)$$

式中 $h_{i\alpha\beta}$ 为对流方程的密度函数, $\xi_{\alpha\beta}$ 为本构方程确定的源项, φ 为松弛时间,由扩散系数确定为

$$\varphi = \frac{1}{c_i^2} k + \frac{1}{2} \quad (8)$$

扩散系数 k 取 $k = 10^{-5} \mu_p$ 。式(7)右边的平衡态分布函数 $h_{i\alpha\beta}^{(0)}$ 为

$$h_{i\alpha\beta}^{(0)} = \omega_i A_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_i^2}\right) \quad (9)$$

式中 c_i 为比例系数,速度 $\mathbf{u}$ 由式(4)获得,构型张量分量 $A_{\alpha\beta}$ 为

$$A_{\alpha\beta} = \sum_{i=0}^{q-1} h_{i\alpha\beta} + \frac{\zeta_{\alpha\beta}}{2} \quad (10)$$

考虑到 k 非常小,可以近似得到式(7)中对应 Oldroyd-B 本构模型的源项为

$$\zeta = -\frac{1}{\lambda} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) + \mathbf{A} \cdot (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{A} \quad (11)$$

格子点上的密度分布函数和构型张量分布函数的求解需要选择合适的离散速度模型,本文分别选用 D2Q9 和 D2Q5 模型,采用迭代求解运动方程和对流扩散方程的演化方程(1,7),即首先根据初始条件求解方程(1)得到密度分布函数,由式(4)计算流场的宏观量,再求解对流扩散的迁移方程(7),得到对应的分布函数,由式(6,10)计算宏观构型张量和偏应力张量,再计算式(1)的粘弹性体力项 $\mathbf{g}$, 再进行下一次迭代。

3 内部边界的处理

基于 LBM 的曲面边界条件的传统处理方法较为复杂,光滑界面法通过轮廓函数,在对格点位置做出判断后,按相关公式计算体力,将界面影响转化为体力项,在流体运动方程中的施加体力来代替内部界面的存在,大大简化了计算过程。其基本思想是定义光滑连续函数来描述颗粒与流体之间具有厚度的界面边界特征,如图 1 所示。其中, R 为粒子半径, d 是轮廓厚度,定义插值函数 $\Phi(x)$ 的值在流体区域为 0,在颗粒区域为 1,在界面厚度的轮廓区域从 0 到 1 连续变化,相比于矩形界面法的函数值由 0 到 1 突变,SPM 具有更好的连续性,如图 1 所示,粗线为矩形界面法的函数变化,细线为 SPM 中插值函数 $\Phi(x)$ 的变化,可以看出,SPM 中插值函数 $\Phi(x)$ 的变化是连续的。

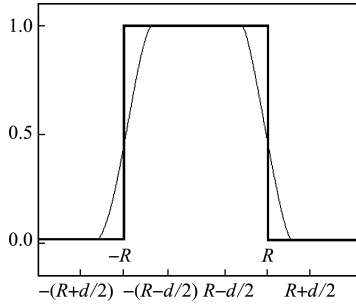


图1 SPM 插值函数

Fig. 1 SPM interpolation function diagram

在粘弹性流体绕圆柱流动问题中,对应于 LBM 的插值函数 $\Phi(x)$ 的表达式为

$$\Phi(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \left[12 \times \frac{1}{d} (R - |\mathbf{X} - \mathbf{X}_0|) \right] \quad (12)$$

式中 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{X}_0$ 分别为格点坐标和颗粒圆心坐标。对于将要分析的椭圆柱流动问题,由于不是中心对称结构,需要给出两个坐标分量表示的插值函数,其具体的表达式为

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \left[12 \times \frac{1}{d} \left(\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} g(x, y) - g(x, y) \right] \quad (13)$$

式中 $g(x, y) = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$, b 和 c 分别为椭圆长轴和短轴长度, (x_0, y_0) 为椭圆柱中心点的坐标值。在 SPM 方法中,固体颗粒对流动的影响不是通过施加边界条件实现的,而是将其转换成作用力施加到迁移方程(4),具体表达式为^[14]

$$\mathbf{F}_p(\mathbf{x}, t) = -\Phi(\mathbf{x}, t) [\mathbf{u}_p(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)] / \Delta t \quad (14)$$

式中 $\mathbf{u}_p$ 为固体颗粒速度,在绕柱流中 $\mathbf{u}_p = 0$ 。由于函数 $\Phi(x)$ 在流体区域等于 0,所以作用力等于 0,在固体区域等于 1,在边界区域在 0 到 1 之间连续变化,边界效应就转换为上述作用,这样在计算时不需要对内部边界做特殊处理,只需要根据内部界面的中心位置,由格点坐标计算作用力添加到迁移方程中,完成内部边界的处理。

4 数值模拟结果及分析

粘弹性流体绕柱流的几何模型具体尺寸如图 2 所示,其中圆柱半径 $R = 10\Delta$, Δ 为格子单位,对于椭圆柱, $R_d = 10\Delta$, R_d 为椭圆当量半径,根据椭圆柱面积不变进行等量换算, $\pi R_d^2 = \pi cb$, L 为流动总长度, L_1 为入口到圆柱的距离,用 z 值来定义椭圆柱的轴长之比,即 $z = b/c$ 。 $Re = 0.0472$, 粘度比 $\beta = \nu_s / (\nu_s + \nu_p) = 0.59$, ν_p 和 ν_s 分别为对应于 Oldroyd-B 本构方程的聚合物和溶剂的运动粘度。模拟过程中,长度和宽度分别划分为 300 和 40 格

点,收敛精度设为 10^{-6} ,网格步长 $\Delta x = \Delta y = \Delta = 1$,时间步长 $\Delta t = 1$,粘弹性流体的类型为 Oldroyd-B 型,流体密度 $\rho = 1$ (不可压),由于本构方程是非线性的,收敛较慢,达到收敛的迭代次数在 1 万到 2 万次之间。根据文献[21],当取界面厚度 $d/\Delta = 1$ 时,误差小于 5%,考虑到收敛和计算量的因素,界面厚度取为 Δ 。格子单位下的变量对应的实际物理单位分别为 10^{-3} kg/m^3 (质量密度), 10^{-3} s (时间), $10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ (运动黏度), mm (长度)。分别定义雷诺数 Re 和威森伯格数 Wi 为

$$Re = 2UR_d / (\nu_s + \nu_p), Wi = \lambda U / R_d \quad (15)$$

式中 U 为入口处的平均速度。

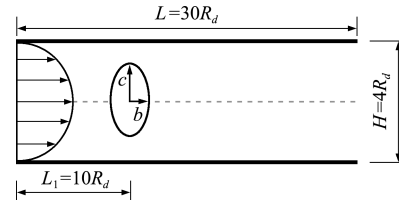


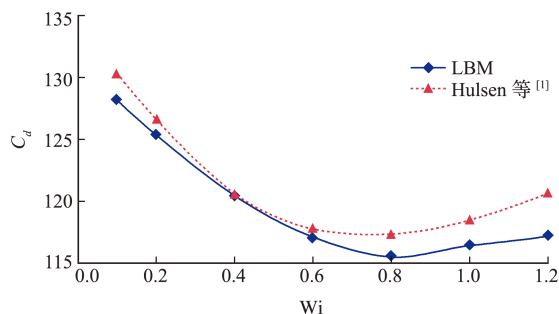
图2 粘弹性流体绕柱流的几何图形

Fig. 2 Diagram of viscoelastic fluid flow around columns

本文分析绕圆柱流动,验证 SPM 在粘弹性流体绕柱流问题中的可行性,然后将 SPM 的插值函数 $\Phi(x)$ 拓展到椭圆柱流动中,讨论椭圆柱尺寸 z 对绕柱流的影响。表 1 是不同 Wi 情况下柱体的阻力系数 C_d 与前期 Hulsen 等^[1]采用 DEVSS/DG 格式有限元研究结果比较,折线如图 3 所示。可以看出,阻力系数 C_d 关于 Wi 的变化趋势是一致的,当 $Wi < 0.8$ 时,随着 Wi 的增大,阻力系数 C_d 减小;当 $Wi = 0.8$ 时,阻力系数 C_d 值最小;当 $Wi > 0.8$ 时, C_d 开始缓慢增加。但两种方法的结果误差也有所增大,这主要是由于粘弹性流体的宏观数值求解的高 Wi 数问题造成的,也就是当 $Wi > 1$ 时,数值解很难保持稳定,虽然采用 DEVSS/DG 动量格式有限元改进方法可以改善这一问题,但解可能还是存在一定误差,同时高 Wi 数问题对

表1 绕圆柱流动的阻力系数 C_d Tab. 1 Drag coefficient C_d of flow around the cylinder

Wi	LBM	Hulsen 等 ^[1]
0.1	128.234	130.363
0.2	125.434	126.626
0.4	120.391	120.596
0.6	117.118	117.792
0.8	115.501	117.373
1.0	116.385	118.501
1.2	117.224	120.650

图3 阻力系数 C_d 关于威森博格数 Wi 的关系Fig. 3 Dimensionless drag coefficient (C_d) as a function for Wi

LBM 同样存在,结果也同样存在误差,所以造成两种方法解的差异。另外,由于高 Wi 的原因,模拟中存在与文献[1,2]一样的问题,即在 Wi 继续增加时,程序的收敛性不是很好,解决的方法是选取更高的格子精度以改进对曲边界的处理方法。

图4给出的是 $Re=0.0472$, $Wi=0.6$ 时粘弹性流体绕圆柱流动时柱体附近的速度和构型张量分量云图。从图4(a)可以看出,流道内流体的速度关于模型基本对称,且柱体圆心附近上下区域的流体速度最大;从图4(b)可以看出,流道内柱体附近的构型张量分量 A_{xx} 关于流道中心线基本对称,且柱体尾迹处的构型张量分量明显增大,这一现象与 Hulsen 等^[1]的有限元模拟结果一致。

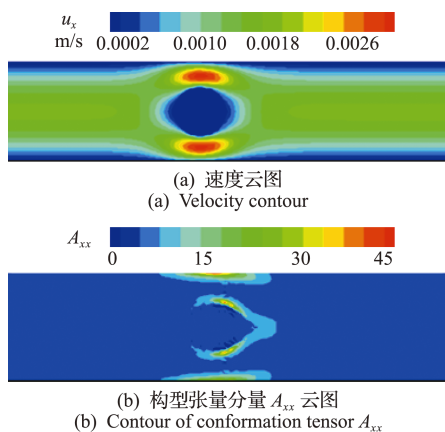


图4 粘弹性流体绕圆柱流动的云图

Fig. 4 Contour of viscoelastic fluid flowing around a column

为了分析 Wi 对柱体附近流场速度分布的影响,图5分别给出 $Wi=0.1, 0.6$ 和 0.8 时沿流道中线的柱体圆心前 $4R$ 到圆心后 $6R$ 的速度 u 变化,其中, x 为距圆心的距离, U 为入口平均速度。可以看出,当 $Wi=0.1$ 时,柱体圆心左右两边的速度大致对称,接近于牛顿流体的流动特征,随着 Wi 的增加,流线下游的速度增加趋于缓慢,到达稳态时与柱体圆心处的距离越远,从而引起阻力系数的降低,合理解释了图3的结果。上述结果与 Alves

等^[2]的有限体积法模拟结果一致,表明将 SPM 应用于粘弹性流体 LBM 模拟是可行的。

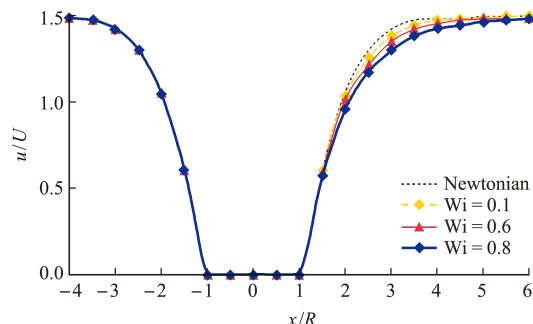
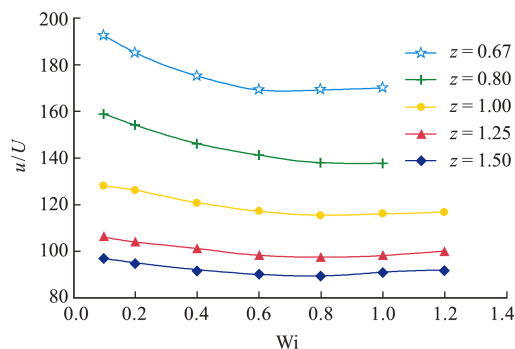


图5 流道内中心线上的速度

Fig. 5 Velocity along the center line

分析粘弹性流体绕椭圆柱的流动问题,探讨椭圆柱尺寸长短轴比 z 对绕柱流的影响。图6分别给出 $z=0.667, 0.8, 1.0, 1.25$ 和 1.5 五种情况下,椭圆的阻力系数 C_d 关于 Wi 的变化趋势,可以看出, z 越大,椭圆流线性越好,阻力系数越小,这与实际情况吻合。还可以看出,椭圆柱的阻力系数 C_d 关于 Wi 的变化趋势与圆柱的一致,当 $Wi < 0.8$ 时, C_d 随 Wi 减小,当 $Wi > 0.8$ 时,略有增大。另外,椭圆长轴与短轴比 z 对收敛有一定影响,当 $z=0.667$ 和 0.8 时,对于 $Wi > 1$ 的粘弹流体,程序较难收敛,出现这种现象的原因主要是 z 较小时,障碍物的流线型较差,绕流形态复杂,造成数值解迭代收敛困难。

图6 阻力系数 C_d 关于 Wi 的变化Fig. 6 Drag coefficient C_d as a function for Wi

$Re=0.0472$, $Wi=0.6$ 时粘弹性流体绕椭圆流动的局部云图如图7所示,其中,图7(a)是 $z=0.667$ 和 1.5 时流道内的局部速度云图,图7(b)是流道内的局部构型张量分量 A_{xx} 云图。表2给出的是流道内最大流体速度值和构型张量分量 A_{xx} 值。可以看出,随着 z 的增加,椭圆具有更好的流线型,其周围扰动明显减小,所以流动的最大速度明显降低,同时构型张量大大减小。

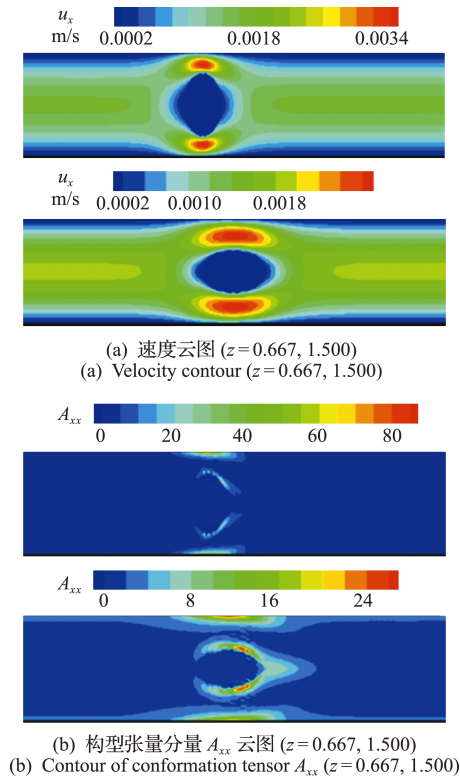


图7 绕椭圆流动云图

Fig. 7 Contour of flowing around the ellipse

表2 最大速度 u_x 和最大构型张量分量 A_{xx}
Tab. 2 Maximum velocity u_x and conformation tensor A_{xx}

z	0.667	0.8	1.0	1.25	1.5
$u_x / \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	0.0035	0.0032	0.0029	0.0026	0.0025
A_{xx}	88.402	64.778	47.193	31.459	27.561

5 结 论

本文采用双分布函数耦合求解 Oldroyd-B 型粘弹性流体的绕流问题,用 SPM 处理流体内部的边界,首先对绕圆柱流动进行模拟,将结果与前期研究进行比较分析,然后分析绕椭圆柱的流动,讨论椭圆形状对流动问题的影响,主要结论如下。

(1) 对于绕圆柱流动,当 $Wi < 0.6$ 时,阻力系数随着 Wi 数的增加而减小,同时柱体下游速度达到稳定的距离越长,LBM 结果与采用 DEVSS/DG 格式有限元方法的结果十分吻合,当 $Wi > 0.8$ 时,两种方法计算得到的阻力系数都有随 Wi 增大的趋势,但两者的数值存在一定误差,同时随着 Wi 增加,迭代收敛难度增加,说明对于粘弹性流动的模拟,LBM 与有限元方法一样存在高 Wi 数问题,两者结果误差是由高 Wi 带来的数值不稳定造成。

(2) 对于绕椭圆柱的流动,阻力系数呈现出与圆柱流动类似的特征,随着 Wi 数的增加而下降。

同时椭圆长短轴比对阻力系数有较大的影响,随着长短轴比值 z 的增加,椭圆具有更好的流线型,同时阻力系数明显降低,流道内的流体最大速度值 u_x 和最大构型张量分量 A_{xx} 也随之减小。另外椭圆形形状对迭代收敛速度有较大的影响,对于 $z > 1$ 的椭圆,当 $Wi = 1.2$ 时,仍可以得到稳定的收敛结果,但是对于 $z < 1$ 的椭圆, $Wi = 0.8$ 时,迭代很难收敛,说明复杂绕流会加大粘弹流体数值迭代收敛的难度。

本文将 SPM 引入到粘弹流体的介观模拟中,为非牛顿流体的数值模拟研究提供了新的思路。

参考文献(References):

- [1] Hulsen M A, Fattal R, Kupferman R. Flow of viscoelastic fluids past a cylinder at high Weissenberg number: Stabilized simulations using matrix logarithms [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2005, **127**(1): 27-39.
- [2] Alves M A, Pinho F T, Oliveira P J. The flow of viscoelastic fluids past a cylinder: Finite-volume high-resolution methods [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2001, **97**(2-3): 207-232.
- [3] Ladd A J. Short-time motion of colloidal particles: Numerical simulation via a fluctuating Lattice-Boltzmann equation [J]. *Physical Review Letters*, 1993, **70**(9): 1339-1342.
- [4] Goyal N, Derksen J J. Direct simulations of spherical particles sedimenting in viscoelastic fluids [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2012, **183-184**: 1-13.
- [5] 薛海虹,王政道,钱跃斌. 格子 Boltzmann 方法处理复杂边界新进展 [J]. *力学季刊*, 2016, **37**(4): 615-624. (XUE Hai-hong, WANG Zheng-dao, QIAN Yue-hong. Recent progress on complex boundary treatments for lattice Boltzmann method [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2016, **37**(4): 615-624. (in Chinese))
- [6] Ladd A J C. Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation—Part 1: Theoretical foundation [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, **271**: 285-309.
- [7] Ladd A J C. Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation—Part 2: Numerical results [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, **271**: 311-339.
- [8] Filippova O, Hanel D. Grid refinement for Lattice-BGK models [J]. *Journal of Computational Physics*, 1998, **147**(1): 219-228.
- [9] Mei R W, Luo L S, Shyy W. An accurate curved

- boun-dary treatment in the Lattice Boltzmann method [J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, **155**(2): 307-330.
- [10] Yu D Z, Mei R W, Shyy W. A unified boundary treatment in lattice Boltzmann method[A]. 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit[C]. 2003.
- [11] Wang L, Guo Z L, Mi J C, et al. Drafting, kissing and tumbling process of two particles with different sizes [J]. *Computers & Fluids*, 2014, **96**: 20-34.
- [12] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C. An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method[J]. *Physics of Fluids*, 2002, **14**(6): 2007-2010.
- [13] Feng Z G, Michaelides E E. The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2004, **195**(2): 602-628.
- [14] Nakayama Y, Kim K, Yamamoto R. Direct simulation of flowing colloidal dispersions by smoothed profile method[J]. *Advanced Powder Technology*, 2010, **21**(2): 206-211.
- [15] Jafari S Y, Amamoto R, Rahnama M. Lattice-Boltzmann method combined with smoothed-profile method for particulate suspensions[J]. *Physical Review E Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2011, **83**(2): 026702.
- [16] Kouhestani A, Rahnama M, Jafari S, et al. Particle flow simulation in a channel with symmetric protuberances using combination of lattice Boltzmann and smoothed profile methods[J]. *Scientia Iranica*, 2017, **24**(4): 1940-1949.
- [17] Mehrabi Gohari E, Sefid M, Jahanshahi Javaran E, et al. Hydrodynamic simulation of a liquid-solid fluidized bed using Lattice Boltzmann and smoothed profile methods[J]. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 2017, **12**(2): 196-211.
- [18] Lee Y K, Ahn K H. A novel Lattice Boltzmann method for the dynamics of rigid particles suspended in a viscoelastic medium[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2017, **244**: 75-84.
- [19] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C. Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method [J]. *Physical Review E*, 2002, **65**: 046308.
- [20] Malaspinas O, Fietier N, Deville M. Lattice Boltzmann method for the simulation of viscoelastic fluid flows [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2010, **165**(23-24): 1637-1653.
- [21] Nakayama Y, Yamamoto R. Simulation method to resolve hydrodynamic interactions in colloidal dispersions[J]. *Physical Review E*, 2005, **71**(3).

Analysis of viscoelastic fluid flow around a cylinder based on lattice Boltzmann method

LI Yong*, LI Han-qing, HE Lu-wu

(School of Mechanical and Power Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: The smooth profile method is introduced into the lattice Boltzmann method to analyze the flow of a viscoelastic fluid around a circular cylinder and an elliptical cylinder. The single relaxation model and advection-diffusion model are used to solve the equation of motion and Oldroyd-B constitutive equation respectively. For circular and elliptical internal boundary conditions, the continuous interface interpolation function is given. On this basis, the internal boundary is transformed into a force term and applied to the evolution equation by using the smooth profile method. Firstly, the flow around the cylinder is analyzed, and the calculation results of the flow field and drag coefficient under different material parameters are given, which are found to be consistent with the macro numerical simulation results, through comparison. The model is extended to the flow around an elliptical cylinder, and the effects of the ellipse shape and viscoelastic material parameters on the flow are analyzed. It is found that the drag coefficient decreases with the increase of the ratio of the major axis to the minor axis of the cylinder and Weissenberg number, and the ratio of the major axis to the minor axis has a great influence on the convergence of iterations.

Key words: smooth profile method; viscoelastic fluid; Lattice Boltzmann Method; drag coefficient

引用本文/Cite this paper:

李 勇, 李汉清, 何录武. 基于格子 Boltzmann 方法的粘弹性流体圆柱绕流分析[J]. 计算力学学报, 2023, **40**(2): 223-228.

LI Yong, LI Han-qing, HE Lu-wu. Analysis of viscoelastic fluid flow around a cylinder based on lattice Boltzmann method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, **40**(2): 223-228.