

DOI: 10.7511/jslx20220419001

兼顾静动荷载的结构拓扑优化方法

姜宝石^{*1}, 崔昌禹²

(1. 海南大学 土木建筑工程学院, 海口 570228; 2. 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 哈尔滨 150090)

摘要: 为避免考虑瞬态动力性能时拓扑优化的高计算成本, 满足工程快速设计的需求, 获得主要静动荷载作用下的合理结构形态, 本文提出了一种低计算成本的兼顾静动荷载的结构拓扑优化方法。施加的动荷载是地震等效荷载, 用振型分解法和抗震规范中的反应谱曲线确定; 通过结构形态、动力特性和地震等效静载的相互反馈和作用实现了考虑结构动力特性的拓扑优化; 此外, 还提出方法的自动进化策略。算例表明, 方法可有效实现兼顾静动性能的拓扑优化。

关键词: 拓扑优化; 地震等效静载; 自由形式结构; 自动进化

中图分类号: TU318; O302 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-4708(2023)01-0007-07

1 引言

结构优化设计通常包含尺寸优化、形状优化和拓扑优化三类。拓扑优化是结构优化中最为复杂的优化方式, 三维空间的拓扑优化不但能改变材料分布和结构形状, 而且也能改变构件截面形状和尺寸。目前, 已提出很多种拓扑优化方法, 如均匀化方法^[1]、幂指数形式的变密度法 SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization)^[2]、双向进化结构优化 BESO (Bi-Evolutionary Structural Optimization)^[3] 和改进进化论方法^[4,5] Extended ESO (Extended Evolutionary Structural Optimization) 等。这些方法已可较好地处理静载作用下的结构拓扑优化设计问题。其中改进进化论方法已应用于实际工程^[4], 该方法在结构边界决定结构体内产生的力学特性的原理基础上, 引入在设计域内反映力学性能的物理量连续变化的假定。利用结构体产生的 von Mises 应力等物理量生成等值线/等值面, 确定消除的基准值。消除基准值对应的等值线/等值面得出结构体的新边界, 从而实现了增加、保留、消除和移动效应的双向进化。此外, 连续体结构的 von Mises 应力与单元敏感度等效^[6], 可避免敏感度计算。但改进进化论方法需要重新划分具有自由形状边界的新结构体有限元网格, 对网格

划分技术要求高。其设计过程是先寻找结构在竖向均布静载作用下的受力骨架, 再进行结构方案设计, 并对结构动力性能进行验算, 若动力性能等不能满足工程需要, 则需要改变设计条件重新设计, 直至找到满足需要的结构形式。这种设计-验算-重设计的方式会造成大量的时间和人力浪费。因此, 有必要探索一种可同时兼顾静动力学性能的结构拓扑优化设计。

动荷载作用下的结构优化设计是其应用于实际工程时必须面对的问题。结构动力学优化主要有两个研究方向, (1) 结构动力特性优化, 如结构频率等; (2) 结构动力响应优化, 如位移和加速度等。早期研究以结构动力特性优化为主, 以提高结构一阶或多阶频率为目标或约束条件^[7], 或有禁忌频率带^[8], 以避免卓越频率或高能频带, 避免共振发生。求解结构频率不涉及动荷载, 相对简单。随着结构动力特性优化研究的逐步成熟, 结构动力响应的优化受到的关注逐渐增多。结构动力响应优化会涉及动荷载、结构动力特性、动力响应分析以及优化设计, 尤其是动力响应分析时需求解各时点的结构动力微分方程, 涉及的理论复杂、变量多且计算量大。常见的处理方式有两种, 一是关注结构峰值响应, 如峰值加速度、峰值位移^[10]和最大动应力^[7]等, 另一种就是计算激励全过程能量之和的平均值^[9]及模态柔度之和^[10]。由文献^[10-14]可知, 等效静态荷载法是解决结构动力响应优化问题的有效方法。高云凯等^[11]指出等效静载法的基本思想是将一系列的静态荷载施加到分析模型上进行

收稿日期: 2022-04-19; 修改稿收到日期: 2022-07-12.

基金项目: 国家重点研发计划(2019YFD1101004); 国家自然科学基金(51968018)资助项目.

作者简介: 姜宝石^{*} (1982-), 男, 副教授

(E-mail: lanbaoshi-hit@hainanu.edu.cn).

线性静态分析,使其产生与动态分析某一时刻相同的位移场,以保证后续优化的线性静态分析模型与非线性动态分析模型的等价性。随后即可将非线性动态优化问题转化为线性优化和非线性分析相互反馈的线性静态多工况迭代优化过程,即利用成熟的线性优化算法来求解结构的动态优化。应用等效静载法寻找动力荷载作用下的结构最优拓扑,仍然受响应处理和线性静态多工况迭代结果等的处理方式影响,过程复杂和计算量大等问题并未得到有效解决。

应用振型分解和地震设计反应谱计算结构的地震等效静载,而不是计算某条地震波作用下的等效静载,更符合结构设计需求。抗震规范的设计反应谱与特征周期结合,给出了结构包络反应值,可较好地反应多数结构响应。本文综合了改进进化论方法^[5]确定消除基准值的方式和 BESO^[3]方法无需重新划分有限网格的优点实现拓扑优化,通过在方法中施加地震等效静载实现地震作用下结构拓扑优化的工程实用化,避免了求解瞬态动力方程获得地震效应的复杂处理过程,以较低的计算成本实现了便于工程应用的兼顾静动力性能的结构拓扑优化。

2 方法的问题表述

方法的公式化表述如式(1)所示。

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{X} \\ \text{Min. } C(\mathbf{X}) \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^N V_i x_i = V^*, x_i = 0 \text{ or } 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中 \mathbf{X} 为构成结构体单元集合,是设计变量,其分量 x_i 表示结构体第 i 个有限元单元的状态,0 表示不存在,1 表示存在。 $C(\mathbf{X})$ 为结构的应变能, V_i 为第 i 个单元的体积, V^* 为体积限值。

3 地震等效静载

基于文献^[13,15]定义地震等效静载。对平面应力问题,结构有限元模型的每个节点有两个平移自由度和一个转角自由度,后者对模态参与系数没有贡献。将质量凝聚在节点上,令 \mathbf{M} 表示质量矩阵, Φ_j 表示无阻尼第 j 阶正交归一化的模态,参与系数 γ_j 定义为

$$\gamma_j = \Phi_j^T \mathbf{M} \mathbf{I} \quad (2)$$

式中 \mathbf{I} 为一个向量,其对应于地震荷载输入方向的分量为 1,其他分量为 0。

让 \mathbf{p}_j 表示对应于 j 阶模态的静载向量。地震等效静载向量 \mathbf{P} 定义为带有系数 δ_j 的 \mathbf{p}_j 线性组合,如式(3,4)所示。

$$\mathbf{P} = \sum_{j=1}^m \delta_j \mathbf{p}_j \quad (3)$$

$$\mathbf{p}_j = \gamma_j S_a(\omega_j) \mathbf{M} \Phi_j = \gamma_j \alpha_j g \mathbf{M} \Phi_j \quad (4)$$

式中 m 为振型模态总数,设计加速度响应谱 $S_a(\omega_j)$ 用重力加速度 g 来定义,即 $S_a(\omega_j) = \alpha_j g$,其中 α_j 表示对应于第 j 阶模态的地震影响系数。根据《建筑抗震设计规范》(GB 50011-2010)^[16]中地震效应系数曲线计算 α_j 。当结构周期 T_j 小于特征周期 T_g 时, T_j 需要小于 0.1 s 才能降低 α_j 。当 $0.1 < T_j < T_g$ (s) 时,通过改善振型模态减小 γ_j 来减小地震静载 \mathbf{p}_j 。当 $T_j > T_g$ 成立时,随着 T_j 的增加,地震效应系数减小。根据 $S_d(\omega_j) = (1/\omega_j^2) S_a(\omega_j)$,可由 $S_a(\omega_j)$ 得到伪位移响应谱 $S_d(\omega_j)$ 。因此,即使在 α_j 不变的范围内,地震荷载作用下的变形也可通过提高固有频率来降低。

4 方法的实现过程

结构演化基本思想,将结构应力转移到背景网格上,同时进行应力均匀化扩散,使背景网格上的单元具有应力分布信息。再根据结构体的单元应力分布特征确定消除基准值,将背景网格上应力小于消除基准的单元去掉,以消除的方式实现材料的消除、保留和增加操作。消除用单元的有无来实现,避免了新结构体的网格重剖分。方法还考虑了地震作用方向改变对结构的影响,取平面结构左震和右震作用下应力最大值作为单元应力的代表值,相当于按照地震组合作用下的不利内力进行组合。

4.1 应力连续性扩散和自动进化

应力采用绕节点平均后的 von Mises 应力,再将其在背景网格上按照距离进行应力连续性扩散。背景网格和设计域一致。这让离散的有限元应力结果趋近连续,且让背景网格上没有结构体的部分也获得应力信息,如式(5)所示。其中 σ_i^e 为第 i 个单元的应力; σ_j 为第 j 个节点的 von Mises 应力; $\beta(r_{ij})$ 是线性权重因子,如式(6)所示, r_{ij} 为第 i 个单元中心和第 j 个节点的距离; r_{\min} 是应力均匀化半径,用来筛选距第 i 个单元形心距离小于 r_{\min} 的节点;距离第 i 个单元 r_{\min} 范围内节点总数为 K 。 r_{\min} 的选择不是越大越好,需要根据优化区域与非优化区域的关系来定,过大会导致不同应力水平的区域相互干扰,建议覆盖区域为第 i 个单元的邻接

单元即可。

$$\sigma_i^e = \sum_{j=1}^K \beta(r_{ij}) \sigma_j / \sum_{j=1}^K \beta(r_{ij}) \quad (5)$$

$$\beta(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (j=1, 2, \dots, K) \quad (6)$$

消除基准值可利用式(7~9)来确定。其中 σ_c^k 为第 k 步的应力消除基准值参考值; \bar{m} 为结构的 von Mises 应力平均值,由式(8)确定; μ 为结构的 von Mises 应力标准差,由式(9)确定;经验系数 λ_k 的范围为 $0 < \lambda_k \leq 1$; n 为结构的节点总数。

$$\sigma_c^k = \bar{m} - \lambda_k \mu, \quad \bar{m} = \sum_{i=1}^n \sigma_i / n \quad (7, 8)$$

$$\mu = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_i - \bar{m})^2 / n} \quad (9)$$

研究经验表明,采用式(7)确定消除基准,结构进化速率快。研究显示,如果维持消除基准值不变,结构形态很快就趋于稳定,结构演化难以持续。需要在进化过程中,不断调整该值的大小。系数 λ_k 由经验公式(10)确定。在自动进化中,当结构消除单元数量少于增加单元数量时, λ_k 在当前值的基础上降低 Δ ,经验参数 Δ 为较小的正数。即在结构演化过程中,保持 λ_k 值不变,而在无法继续消除单元时减少该值。结构迭代根据式(10)进行。

为了便于确定 $k=1$ 步的初始值 λ_1 ,由式(7)可得式(11),用初始结构的单元应力代表值的最小值 σ_{\min}^0 来替代 σ_c^k 确定 λ_1 值。对初始结构与设计域相同的情形,初始结构的最小应力 σ_{\min}^0 通常较小,可乘以一个小于 1 的系数 ξ ,来调整该值的大小。

$$\lambda_{k+1} = \begin{cases} \lambda_k - \Delta & (\Delta V_k < 0, 0.001 \leq \Delta \leq 0.03) \\ \lambda_k & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (10)$$

$$\lambda_1 = \xi(\bar{m} - \sigma_{\min}^0) / \mu \quad (\xi < 1) \quad (11)$$

式中 $\Delta V_k = \Delta V_{\text{delet}}^k - \Delta V_{\text{add}}^k$ 为第 k 步结构体体积变化量, ΔV_{add}^k 和 $\Delta V_{\text{delet}}^k$ 为第 k 步结构增加和消除的单元体积。 Δ 值不能过大,否则会导致结构变化过于剧烈,影响结果合理性。为避免消除应力值过大,造成演化中消除过多单元,导致结构形状和性能剧变而得不到收敛解,消除基准值 σ_c^k 用式(12)限制其大小。

$$\sigma_c^k = \min(\sigma_c^k, \sigma_p^k) \quad (12)$$

式中 \min 表示取括号中元素的最小值, σ_c^k 为第 k 步按照式(7, 10)计算得到的结构消除基准值。 σ_p^k 按照式(13)进行,设第 k 步进行单元增加或删除操作前的结构体单元总数为 N ,将经应力均匀化后的单元应力代表值进行升序排列,找到对应的第 p

个应力值 σ_p ,即为 σ_p^k 。

$$\sigma_p^k = \sigma_p, [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p, \dots, \sigma_N],$$

且 $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_p \leq \dots \leq \sigma_N, \quad (13)$

$$p = [\gamma N] \geq 1$$

式中 γ 为消除比例限制,按照经验取值,一般取 $0.03 \leq \gamma \leq 0.3$; $[\]$ 表示取整,四舍五入。 γ 取值需根据结构的应力分布特性来选取,可参考第 5 节的算例。

如果结构体积接近目标体积,将式(13)的 N 替换为全体设计域单元的数,令 $\gamma = V^*/V$,其中 V 为全体设计域的体积。即将全体设计域单元的应力代表值排序后,按照目标体积所对应的单元数量,确定消除基准值。保持 λ_k 不变,直至结构体积稳定或小于目标体积为止。

4.2 竖向静载与水平地震等效静载下的应力代表值

本文将水平地震等效静载与竖向均布静载同时作用于结构体。在每一进化步,水平地震等效静载施加于每个节点,其大小随着结构频率和模态的变化而变化。另外,对于平面连续结构体来讲,仅从结构左侧施加和右侧施加水平荷载,其 von Mises 应力分布并不相同。靠近荷载的单元应力会偏大,这与框架结构的受力特点明显不同。而且,计算所得结构应力在镜像对称位置的值相等。因地震作用方向可往复变化,结构演化中需考虑这种特点。方法如下,设计具有几何对称性的设计域,并作为初始结构体,对其施加对称约束;演化中,先进行应力均匀化扩散,然后取左右对称位置的应力最大值为这两处的应力代表值(即以对称位置的最大应力为结构应力代表值)。该操作会使结构在进化中保持对称性,且能同时抵抗从左侧和右侧来的水平地震等效荷载。以此为基础,确定消除基准值和进行结构单元的添加、保留和消除操作。对竖向荷载和水平地震共同作用下的结构单元和节点应力,用同样的方式获得应力代表值。

4.3 孤立单元的处理

本文地震等效荷载的分布与结构网格节点质量的模态密切相关,各节点力的大小不同。荷载不均匀必然引起应力的不均匀。4.1 节的应力均匀化操作不能完全保证应力在背景网格上的均匀性,在某些计算步会出现孤立区域,如图 1 所示。这些区域的出现,将导致结构频率为零的情况,影响等效地震力的计算。显然,孤立单元在下一步分析中

是低应力区域。结构体是与支座和荷载连接的单联通域。根据这一事实,在消除单元后利用单元邻接关系做孤立区域的检查,将孤立区域单元直接杀死。

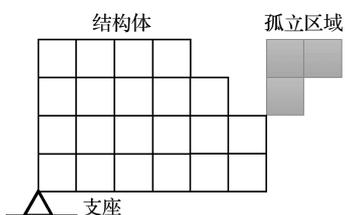


图1 结构体边界出现的孤立区域
Fig.1 Isolated area at structural boundary

4.4 方法的基本流程

单元增减操作采用有限元软件 ANSYS 的单元生死功能实现。涉及的静力分析、频率和模态分析用该软件的相应功能模块进行分析,其他功能用 APDL 语言编程实现。方法流程如图 2 所示。

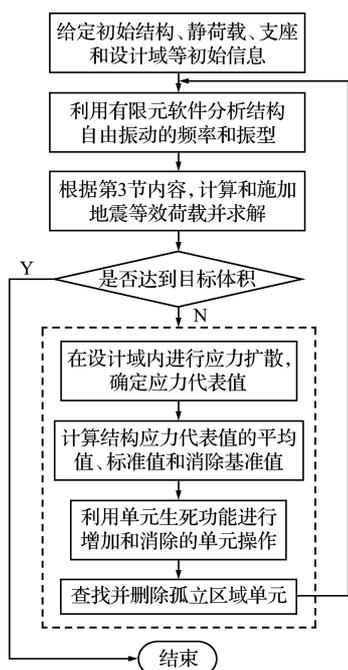


图2 方法的流程
Fig.2 Flow chart of method

5 数值算例与讨论

以冷弯薄壁型钢墙体中密柱框架的支撑优化为例探讨方法特性。目标函数为水平和竖向力同时作用下的应变能。荷载组合时未考虑抗震规范中的恒载与地震作用的组合分项系数,均取为 1.0,该取值方式对方法无影响。在以下算例中,假定工程位于海南省海口市,场地类别为 III 类,设计地震分组为第一组,抗震设防烈度选为 8 度。由抗震规范查到,抗震设计防等级为 8 度水平地震影响系

数最大值为 0.3g,场地特征周期 $T_g = 0.45$ s。计算等效地震荷载时取结构前 20 阶频率和模态,组合系数 $\delta_j = 1.0$ 。

为寻找冷弯薄壁型钢墙体的密柱框架最优支撑布置,设计本算例。初始模型有两层,层高 3.2 m,模型总长 12 m,立柱间距 1.0 m。墙体骨架为平面结构,有限元模型用平面单元 PLANE42 模拟,单元尺寸 $0.05 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}$ 。按照梁柱区域和梁柱围成区域建立几何模型,梁柱区域设定为非优化区域(图 3(a)中蓝色区域),梁柱区域宽度为 0.1 m;梁柱围成区域设定为优化区域(图 3(a)中黄色区域)。优化区域的材料厚度为 0.01 m,梁柱非优化区域的材料厚度为 0.1 m。材料弹性模量 210 GPa,泊松比 0.3。柱子区域底部施加约束。一层楼板处竖向均布荷载为 4 kN/m,二层楼板处竖向均布荷载为 2 kN/m。

因地震等效静载为体积力,为探讨其在拓扑优化中的作用,设计两种工况来讨论该方法的特性。工况 1,所有材料均有质量,即均施加地震等效静载,设计域内材料同时提供荷载和抗力;优化区域和柱区域的材料密度为 7800 kg/m^3 ,考虑楼板质量,梁区域的材料密度设定为 15000 kg/m^3 。工况 2,柱和优化区域材料密度设为零,梁区域材料密度同工况 1,即在梁上作用地震等效静载,即柱和优化区域材料只提供抗力,与通常结构设计假定一致。

本算例存在多个子设计域且不连续,在优化过程中,对每个区域的操作相同。选取应力均匀化半径 $r_{\min} = 0.075 \text{ m}$,消除比例限值 γ 为 0.28,经验系数 Δ 为 0.01, ξ 为 0.95。因梁柱非优化区在优化过程后期应力较大,导致梁柱附近材料反复增减,会降低进化速率。故取较大的消除比例限制以保证结构进化速率,设置 2 种工况的设计域目标体积都为初始结构体积的 12%。

图 3(b,c)为在竖向静载和水平地震等效荷载共同作用下的密柱框架支撑优化结果,最优结构的选取考虑了结构最终形态的合理性。图 3(b)最终结构优化区域剩余材料占初始结构的 13.9%,一阶频率 46.9 Hz。而初始结构的一阶频率为 92.0 Hz。图 3(c)最终结构优化区域剩余材料占初始结构的 12.2%,一阶频率 87.0 Hz。相应初始结构的一阶频率为 310.0 Hz。图 3(c)最终结构的频率较高,主要是因为设计域内的材料密度设定为零,结构质量低,频率高估。从结构形态看,支撑形态差异较大,图 3(b)中主要支撑交点在结构上部,且立柱中部出现附加材料,而图 3(c)的主要支撑交点在结

构下部,且立柱上没有附加材料,显然,这些支撑的分布和立柱附加材料的有无与水平荷载的分布密切相关,工况(1),即图3(b),为全部节点均作为质点都施加等效静载,支撑上有水平地震等效荷载,支撑不仅要抵抗梁上荷载,而且要抵抗自身质量产生的水平荷载,因而支撑倾斜角度大一些;立柱上也有等效水平静载,因而会产生弯矩,立柱跨中部分会增加材料。而工况2,即图3(c),只将梁上节点作为质点施加等效静载,支撑上没有水平地震等效荷载,支撑只需承担梁上的水平地震等效荷载即可,因而倾斜角度小些;立柱上没有等效水平静载,因而没有增加材料。图3(b,c)最终结构最大位移依次分别为 2.72×10^{-6} m 和 5.28×10^{-7} m。

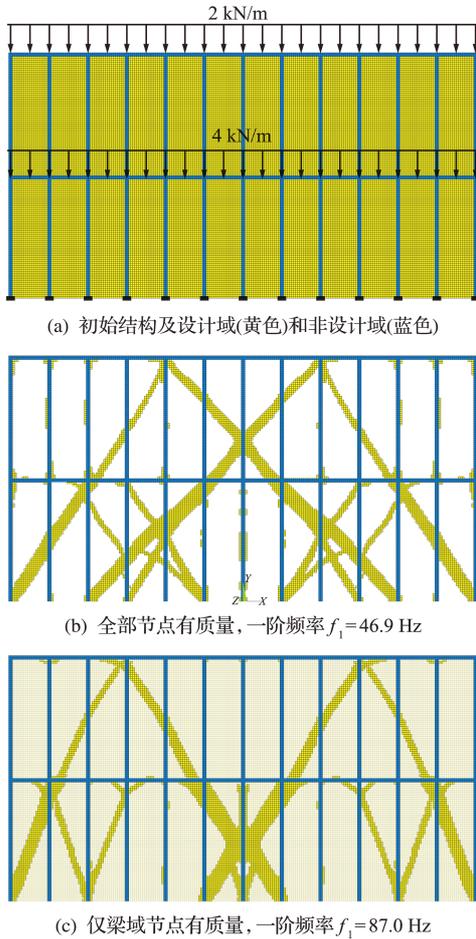


图3 密柱框架支撑拓扑优化设计的初始和最终结构
Fig. 3 Initial and final structure of topology optimization design for supports of dense column frame

图4是工况1结构演化中的应变能和应变能密度的变化情况,表现出先下降后升高的趋势。分析其原因,应变能和应变能密度下降和材料减少导致水平地震等效荷载减少相关,而在第140进化步后应变能和应变能密度上升,且应变能密度上升更快,表明结构材料的效率在提高,同时也表明进化

初期冗余材料删除,冗余材料提供的荷载效应较抗力效应多,而后期材料提供的抗力大于荷载效应。图5是工况1最小、最大和平均应力的变化情况。最大应力的减少,同样表明结构荷载在随结构材料的减少而降低,而平均应力的提高则说明结构的承载效率在提高。

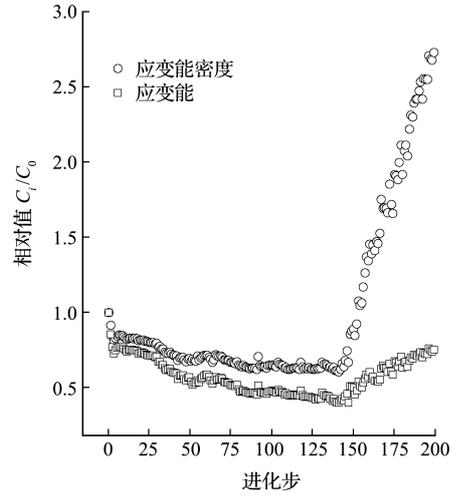


图4 工况1的应变能和应变能密度相对值变化
Fig. 4 Changes of relative value of structural strain energy and strain energy density for case 1

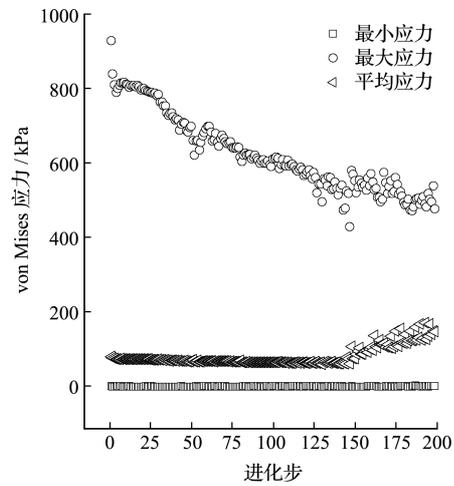


图5 工况1的最小、最大和平均应力变化
Fig. 5 Minimum, maximum and average stress for case 1

图6和图7是工况2结构演化中的应变能和应变能密度最小、最大和平均应力的变化情况。可以看出,应变能、应变能密度、平均应力和最大应力都随着演化的进行有变大趋势,而且工况2最终结构的应变能相对值比工况1大很多,这是因为优化区域的材料密度为零,结构材料减少,水平地震等效静载不会相应减少。从本算例可以看出,将设计域材料作为有质量的质点施加等效静载,或只是抗力的提供者,该方法都可找到合适的解。

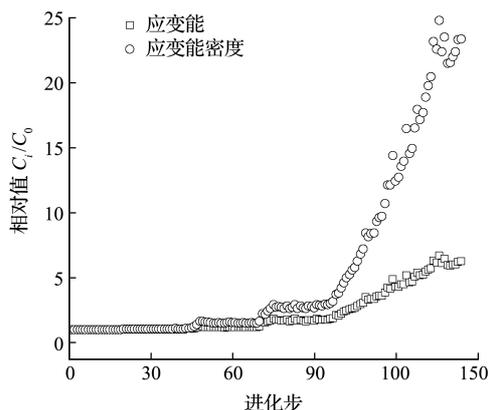


图6 工况2的应变能和应变能密度相对值变化

Fig. 6 Changes of relative value of structural strain energy and strain energy density for case 2

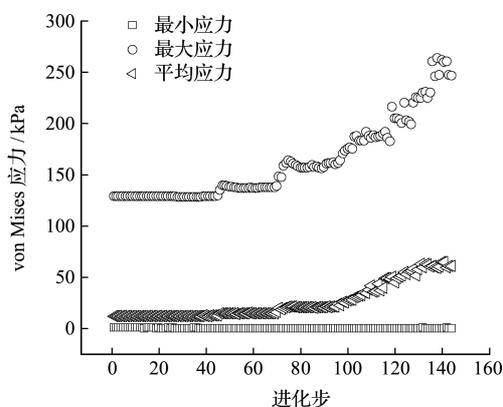


图7 工况2的最小、最大和平均应力变化

Fig. 7 Minimum, maximum and average stress for case 2

6 结论

本文实现了静动力荷载同时作用下的结构拓扑优化,所施加的水平地震等效静载由振型分解法与抗震规范反应谱确定。方法具有普适性,可在其他优化算法中实施。方法应用灵活,只需要将不同区域的材料密度设置为零或非零,就可控制节点等效静载的施加,实现不同的设计目的。算例表明,在结构演化过程中,荷载分布对结构形态影响较大,形态创构施加荷载应尽可能符合工程实际。

实际建筑设计问题往往需要考虑其他性能约束,对力学类约束,如位移等,可考虑使用罚函数法来考虑带约束的敏感度推导。因实体单元的 Mises 应力和单元敏感度具有等价性^[6],可建立 Mises 应力和其中单元敏感度项之间的关系,用经罚函数修正后的 Mises 应力或直接用带罚函数的敏感度作为单元应力代表值(表征单元承载效率),可继续使用本方法。而对建筑功能空间等形成的几何约束条件,则宜用设计域来限制。本方法使结构形态创构由考虑结构主要静载向考虑主要静动荷载转变,且

拓扑优化包含了抗震规范的反应谱,所得结构会更易通过工程设计的全面验算。

参考文献(References):

- [1] Grégoire A, Perle G D, Olivier P. Topology optimization of modulated and oriented periodic microstructures by the homogenization method [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2019, **78**(7): 2197-2229.
- [2] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **21**(2): 120-127.
- [3] Huang X, Xie Y M. *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures* [M]. John Wiley & Sons Ltd., 2010.
- [4] Cui C, Ohmori H, Sasaki M. Computational morphogenesis of 3D structures by extended ESO method [J]. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 2003, **44**(141): 51-61.
- [5] 姜宝石, 崔昌禹, 崔国勇. 多功能结构拓扑形态优化数值方法 [J]. *计算力学学报*, 2012, **29**(6): 819-824, 830. (JIANG Bao-shi, CUI Chang-yu, CUI Guo-yong. Structural topology optimization with multiple functions [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, **29**(6): 819-824, 830. (in Chinese))
- [9] Li Q, Steven G P, Xie Y M. On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization [J]. *Structural Optimization*, 1999, **18**(1): 67-73.
- [6] 燕乐伟, 陈树辉. 一种改进的广义遗传算法及其在结构动力优化问题中的应用 [J]. *工程力学*, 2010, **27**(5): 21-26. (YAN Le-wei, CHEN Shu-hui. An improved generalized genetic algorithm and its application in dynamic optimization of structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, **27**(5): 21-26. (in Chinese))
- [7] 黄海新, 李涛, 程寿山. 带频率禁区的结构单元尺寸二阶灵敏度动力优化设计 [J]. *固体力学学报*, 2019, **40**(3): 225-237. (HUANG Hai-xin, Li Tao, Cheng Shou-shan. Second-order sensitivity dynamic optimization design of structural element size with frequency-prohibited band [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2019, **40**(3): 225-237. (in Chinese))
- [9] Shobeiri V. Bidirectional evolutionary structural optimization for nonlinear structures under dynamic loads [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2020, **121**(5): 888-903.
- [10] Martin A, Deierlein G G. Structural topology optimization of tall buildings for dynamic seismic excitation using mo-

- dal decomposition [J]. *Engineering Structures*, 2020, **216**:1-17.
- [11] 高云凯,田林雳. 基于等效静态载荷法的车身碰撞拓扑优化[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2017, **45**(3): 391-397. (GAO Yun-kai, TIAN Lin-li, Topology optimization of automotive body crashworthiness design with equivalent static loads method [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2017, **45**(3): 391-397. (in Chinese))
- [12] Suksuwan A, Spence S M J. Performance-based multi-hazard topology optimization of wind and seismically excited structural systems [J]. *Engineering Structures*, 2018, **172**:573-588.
- [13] Jiang B, Zhang J, Ohsaki M. Shape optimization of free-form shell structures combining static and dynamic behaviors [J]. *Structures*, 2021, **29**:1791-1807.
- [14] 李永欣,贺星星,李凯伦,等. 基于等效静态载荷法的非线性动态拓扑优化[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(3): 377-383. (LI Yong-xin, HE Xing-xing, LI Kai-lun, et al, Nonlinear dynamic topology optimization on equivalent static loads method [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(3):377-383. (in Chinese))
- [15] Ohsaki M, Zhang J. Prediction of inelastic seismic responses of arch-type long-span structures using a series of multimodal pushover analyses [J]. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 2013, **54**(1):27-37.
- [16] 建筑抗震设计规范(GB 50011-2010)[S]. 2010. (Code for Seismic Design of Building (GB 50011-2010) [S]. 2010. (in Chinese))

Structural topology optimization combining static and dynamic loads

JIANG Bao-shi^{*1, 2}, CUI Chang-yu²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Hainan University, Haikou 570228, China;

2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: To avoid the high computational cost of topology optimization considering the transient dynamic performance, meet the requirements of rapid engineering design and obtain a reasonable structure shape under the main static and dynamic loads, a structural topology optimization method with low computational cost is proposed. The applied dynamic load is an equivalent seismic load, which is determined by the mode decomposition method and the response spectrum curve in the seismic code. The structural dynamic characteristics are optimized by the interaction between structural shape, dynamic characteristics and equivalent seismic static load in the topology optimization. In addition, the automatic evolution strategy of the method is proposed. Numerical examples show that the proposed method can effectively realize topology optimization of structures under static and dynamic loads.

Key words: topology optimization; seismic equivalent static load; free-form structure; automatic evolution

引用本文/Cite this paper:

姜宝石,崔昌禹. 兼顾静动荷载的结构拓扑优化方法[J]. 计算力学学报, 2023, **40**(1):7-13.

JIANG Bao-shi, CUI Chang-yu. Structural topology optimization combining static and dynamic loads [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2023, **40**(1):7-13.