

基于泰勒展开的二阶层次分析法初探

赵维涛*, 尹福平, 胡东超

(沈阳航空航天大学 航空宇航学院, 沈阳 110136)

摘要:经典 AHP 常用于武器装备效能或能力评估,然而经典 AHP 采用线性加权模型,即通过底层指标效能线性加权得到顶层指标效能,对非线性体系往往会引入较大评估误差,易产生决策性错误。为解决这一问题,本文以底层指标效能值等于 1/2 为展开点,给出基于泰勒展开的二阶加权模型,对线性体系,二阶加权模型可退化为经典线性加权模型;推导出二阶 AHP 的数学表达式,给出二阶 AHP 效能评估步骤,构建二阶 AHP 的基本框架。算例表明,二阶 AHP 评估结果相比经典 AHP 更接近于解析解,产生决策性错误的机率远小于经典 AHP。

关键词:效能评估;AHP;二阶模型;泰勒展开

中图分类号:V328.5

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2022)05-0655-06

1 引言

层次分析法 AHP (Analytic Hierarchy Process)因其操作简单,且不需要大量数据等优点得到广泛使用,并且 ADC 模型^[1]的能力矩阵大多采用 AHP 计算。近年来,许多学者对 AHP 做出改进,衍生出多种 AHP,如群组 AHP、模糊 AHP 和区间 AHP 等。

阎朝一^[2]以判断矩阵的一致性指标作为专家权重的标准,构建了群组 AHP。李春强^[3]基于区间 AHP 构建了舰船动力系统的评估模型。马森等^[4]运用 AHP 与模糊综合评价法对抛锚器作战效能进行评估。周曼等^[5]将模糊 AHP 应用在综合电子信息系统标准适用性分析中。段若晨等^[6]通过三标度法代替九标度法,并采用最优传递矩阵对 AHP 进行改进。王建等^[7]通过将判断矩阵转化成模糊一致性矩阵,使其自然满足一致性检验。LI 等^[8]采用模糊综合评价法对指标进行评价,采用 AHP 确定指标体系的权重,进而评估潜艇集群鱼雷武器系统作战效能。Zhao 等^[9]利用 AHP 确定无人机回收系统的影响权重,通过定性分析和定量分析相结合,对无人机回收系统进行有效评价。Jia 等^[10]将熵权法和 AHP 结合确定权重,最终得出设备管理信息系统的综合水平。Wei 等^[11]采用

模糊 AHP 与 ADC 模型相结合的方式对舰载通信设备进行效能评估。Mangla 等^[12]采用模糊 AHP 对风险进行定性和定量评估,确定其关注的优先级。He 等^[13]通过引入一种基于评价者偏好顺序的相对权重计算方法,取代传统的九标度法。雷宁等^[14]等采用 AHP 确定武器导弹维修保障指标体系的权重,结合模糊综合评价法确定武器导弹维修保障效能。唐政等^[15]提出水声对抗系统效能灰色层次分析评估方法,解决了水下信息模糊与数据缺失对水声对抗系统效能评估的影响。杨东岳等^[16]使用德尔菲咨询法构建了云探测的能力指标,首次引用 AHP 对云探测的作战效能进行了相对客观的系统评估。Chang 等^[17]结合 AHP、重要性能分析和二元模糊语言表示模型来确定仿真训练系统的效益,该方法不损失专家提供的任何有价值的信息。Xing 等^[18]运用 AHP 和模糊评价法,定量分析乡村旅游发展的各种要素。Han 等^[19]为减少主观因素的影响,提出了一种基于层次分析与熵权的无人机智能群系统效能评估方法。

目前,AHP 的研究主要集中在判断矩阵、比例标度和一致性与可信度等问题上,但这些研究并未改变 AHP 采用底层指标效能线性加权模型的本质,对于非线性体系效能或能力评估误差较大。因此,本文以底层指标效能值等于 1/2 为展开点,基于泰勒展开推导出二阶加权模型的表达式,并给出二阶 AHP 效能评估步骤,构建二阶 AHP 的基本框架,减少利用 AHP 评估非线性体系效能或能力的误差,进而减少产生决策性错误的机率。

收稿日期:2021-04-22;修改稿收到日期:2021-11-16.

基金项目:辽宁省教育厅(JYT19058;JYT2020029);辽宁省自然科学基金(2019-ZD-0228)资助项目.

作者简介:赵维涛*(1977-),男,博士,教授
(E-mail:zhwt201@163.com).

2 经典 AHP

2.1 基本原理和方法

经典 AHP 评估系统效能的基本思想是将研究对象的目标分解为一个层次结构模型。然后由专家对同一层次的因素进行两两比较与评估,形成判断矩阵并对其进行一致性检验,若不满足则需要重新构建判断矩阵,若满足则可获得各评估指标的权重。最后,由底层向顶层(目标层)逐层进行计算,进而得到系统效能评估值。

设顶层指标效能为 E , 底层指标 i 的效能为 e_i , 则经典 AHP 数学表达式为

$$E = \sum_{i=1}^n \omega_i e_i \quad (1)$$

式中 ω_i 为底层指标 i 的权重,且 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ 。

2.2 缺陷分析

经典 AHP 为线性加权模型,而在实际问题中,绝大多数体系顶层指标效能与底层指标效能的关系为非线性,当采用经典 AHP 评估高度非线性问题时会引起较大的误差,易产生决策错误。若武器装备效能评估值高于真实效能,则可能导致装备在实战中执行力不足和任务失败,影响战争结局;若武器装备效能评估值低于真实效能,则可能导致装备保障和维修等费用增加,造成资源浪费。

3 二阶 AHP

3.1 二阶效能模型

二阶效能模型的数学表达式为

$$E = \sum_{i=1}^n \omega_i f_i(e_i) \quad (2)$$

式中 $f_i(e_i)$ 为底层指标效能的非线性函数。

将各评估指标数据进行规范化处理后,效能值 E 处于 $[0, 1]$ 。因此,当 $e_i = 0$ 时, $f_i(e_i) = 0$; 当 $e_i = 1$ 时, $f_i(e_i) = 1$ 。

在 $e_i = 1/2$ 处对 $f_i(e_i)$ 进行二阶泰勒展开,得

$$f_i(e_i) = f_i(1/2) + f_i'(1/2)(e_i - 1/2) + [f_i''(1/2)/2](e_i - 1/2)^2 \quad (3)$$

当 $e_i = 0$ 时,有

$$f_i(0) = f_i(1/2) - (1/2)f_i'(1/2) + f_i''(1/2)/8 = 0 \quad (4)$$

当 $e_i = 1$ 时,有

$$f_i(1) = f_i(1/2) + (1/2)f_i'(1/2) + f_i''(1/2)/8 = 1 \quad (5)$$

将式(4,5)分别进行相加和相减计算,并将相

加和相减结果代入式(3),得

$$f_i(e_i) = f_i(1/2) + e_i - 1/2 + [2 - 4f_i(1/2)] \times (e_i - 1/2)^2 \quad (6)$$

将式(6)代入式(2),得

$$E = \sum_{i=1}^n \omega_i \left\{ f_i(1/2) + e_i - 1/2 + [2 - 4f_i(1/2)] \times (e_i - 1/2)^2 \right\} \quad (7)$$

式(7)为顶层指标效能与底层指标效能之间的数学表达式,其中 $f_i(1/2)$ 为未知常量。只有确定 $f_i(1/2)$ 值,才能得出顶层指标效能 E 与底层指标效能 e_i 的数学表达式。对于所有评估指标,本文令 $f_i(1/2)$ 均相等,即 $f_i(1/2) = f(1/2)$, 则

$$E = \sum_{i=1}^n \omega_i \left\{ f(1/2) + e_i - 1/2 + [2 - 4f(1/2)] \times (e_i - 1/2)^2 \right\} = \sum_{i=1}^n \omega_i f(e_i) \quad (8)$$

由式(8)可知,当 $e_i = 1/2$ 时, $E = f(1/2)$, 故 $f(1/2)$ 物理意义为当底层指标效能均取 $1/2$ 时,顶层指标的效能值。

3.2 底层指标效能函数

底层指标效能函数 $f(e_i)$ 为 e_i 的二次函数,因此 $f(e_i)$ 可能出现负值或大于 1 的情况,而效能值范围为 $[0, 1]$, 因此需要对 $f(e_i)$ 进行修正。修正方法为,当效能值不处于 $[0, 1]$ 时,二次函数采用直线进行代替。修正后的 $f(e_i)$ 数学表达式为

当 $f(1/2) = 1/2$ 时,

$$f(e_i) = e_i \quad (9)$$

当 $f(1/2) \in [1/4, 1/2) \cup (1/2, 3/4]$ 时,

$$f(e_i) = f(1/2) + e_i - 1/2 + [2 - 4f(1/2)] \times (e_i - 1/2)^2 \quad (10)$$

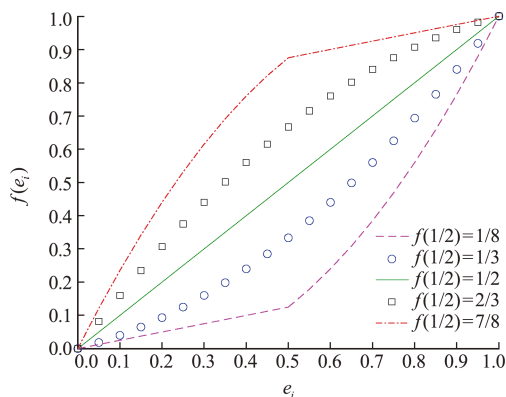
当 $f(1/2) \in [0, 1/4)$ 时,

$$f(e_i) = \begin{cases} 2f(1/2)e_i & (e_i \in [0, 1/2]) \\ f(1/2) + e_i - 1/2 + [2 - 4f(1/2)] \times (e_i - 1/2)^2 & (e_i \in (1/2, 1]) \end{cases} \quad (11)$$

当 $f(1/2) \in (3/4, 1]$ 时,

$$f(e_i) = \begin{cases} f(1/2) + e_i - 1/2 + [2 - 4f(1/2)] \times (e_i - 1/2)^2 & (e_i \in [0, 1/2]) \\ [2 - 2f(1/2)]e_i + 2f(1/2) - 1 & (e_i \in (1/2, 1]) \end{cases} \quad (12)$$

当 $f(1/2)$ 分别取 $1/8, 1/3, 1/2, 2/3$ 和 $7/8$ 时,函数 $f(e_i)$ 如图 1 所示。

图1 $f(e_i)$ 与 e_i 关系曲线Fig. 1 Relationship curve between $f(e_i)$ and e_i

3.3 二阶 AHP 基本步骤

(1) 建立效能评估指标体系;(2) 利用经典 AHP 确定权重;(3) 通过专家评估模型的非线性程度,打分确定当底层指标效能均取 $1/2$ 时顶层指标效能,即确定 $f(1/2)$;4) 根据 $f(1/2)$ 值,计算 $f(e_i)$; (5) 根据式(8)计算顶层指标效能。

4 算例

4.1 数学问题

设某系统顶层指标效能 E 与底层指标效能 e_1 和 e_2 之间的关系为

$$E = 3e_1^2/7 + 3e_2^2/7 + e_1e_2/7 \quad (13)$$

4.1.1 经典 AHP 计算表达式

为获得权重,将 e_1 和 e_2 分别在 $0 \sim 1$ 均匀生成 10 个点,然后组合可构建出 100 个样本点并利用式(13)计算解析解,最后通过优化(经典 AHP 评估值与解析解误差最小)得到权重。计算结果为 $\omega_1 = \omega_2 = 1/2$, 故经典 AHP 的表达式为

$$E_a = e_1/2 + e_2/2 \quad (14)$$

4.1.2 二阶 AHP 计算表达式

当 $e_1 = e_2 = 1/2$ 时,效能解析解为 $E = 1/4$, 即 $f(1/2) = 1/4$, 此时有 $f(e_i) = e_i^2$ 。则采用二阶 AHP 的数学表达式为

$$E_s = e_1^2/2 + e_2^2/2 \quad (15)$$

4.1.3 结果讨论

按照 100 个样本点效能值大小进行排序,解析解、经典 AHP 和二阶 AHP 的评估值如图 2 所示。可以看出,采用二阶 AHP 给出的效能评估值比经典 AHP 更接近于解析解,二阶 AHP 评估效果优于经典 AHP。另外,对比式(13~15)可知,二阶 AHP 模型保留了解析解的二次特征,而经典 AHP 模型为线性模型,从理论上讲,二阶 AHP 模型相比经典 AHP 模型更接近解析解。

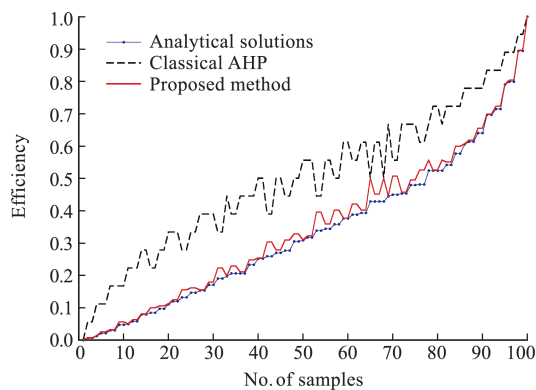


图2 评估结果(算例 1)

Fig. 2 Results of evaluation (Example 1)

4.2 拉杆强度效能评估

拉杆截面为圆形,半径为 r ,拉力为 P 。由材料力学可知,拉杆的正应力 σ 为

$$\sigma = P/\pi r^2 \quad (16)$$

式中 $r \in [0.1, 1]$ 为趋大型指标, $P \in [0, \pi[\sigma]/100]$ 为趋小型指标, $\sigma \in [0, [\sigma]]$ 为趋小型指标, $[\sigma]$ 为许用应力。

4.2.1 效能解析解

将底层指标 r 和 P 以及顶层指标 σ 按其所属类型转换到 $[0, 1]$ 区间内的效能指标,并代入式(16),得效能解析解为

$$E = 1 - (1 - e_p)/(9e_r + 1)^2 \quad (17)$$

4.2.2 经典 AHP 计算表达式

采用与算例 1 相同的优化方法计算权重,经典 AHP 的数学表达式为

$$E_a = 0.7273e_r + 0.2727e_p \quad (18)$$

4.2.3 二阶 AHP 计算表达式

当 $e_r = e_p = 1/2$ 时,效能解析解为 $119/121$, 即 $f(1/2) = 119/121$, 则二阶 AHP 的数学表达式为

$$E_s = 0.7273f(e_r) + 0.2727f(e_p) \quad (19)$$

式中

$$f(e_i) = \begin{cases} -234e_i^2/121 + 355e_i/121 & (e_i \in [0, 1/2]) \\ 4e_i/121 + 117/121 & (e_i \in (1/2, 1]) \end{cases}$$

表 1 记录了 25 个底层指标效能 e_r 与 e_p , 分别采用经典 AHP 和二阶 AHP 计算 25 个样本点的效能,计算结果如图 3 所示。可以看出,二阶 AHP 评估效能比经典 AHP 更接近于解析解。

表 1 样本点效能值

Tab. 1 Efficiency of sample points

样本点编号	效能 e_r	效能 e_p
1~5	0.1	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
6~10	0.3	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
11~15	0.5	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
16~20	0.7	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
21~25	0.9	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9

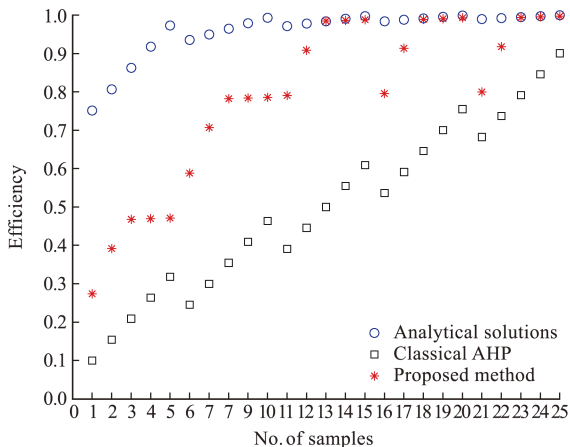


图3 评估结果(算例2)
Fig. 3 Results of evaluation (Example 2)

4.3 火力打击能力评估

该算例来源于文献[20],为火炮火力打击能力评估。火力打击能力 C_H 由火力反应时间 t_F 、弹药杀伤半径 r 、射击精度 P_S 和弹药威力 D_W 决定,火力打击能力的计算模型^[20]为

$$C_H = (1 - t_F/t) \pi r^2 P_S D_W / S \quad (20)$$

式中 火力反应时间 $t_F \in [0, t]$ 为趋小型指标; 弹药杀伤半径 $r \in [0, \sqrt{S/\pi}]$ 为趋大型能力指标; 射击精度 $P_S \in [0, 1]$ 和弹药威力 $D_W \in [0, 1]$ 均为趋大型能力指标; t 为战斗持续时间, S 为目标覆盖面积。

4.3.1 火力打击能力解析解

将 t_F 和 r 转化为能力评估指标,即 $C_{t_F} = 1 - t_F/t$ 和 $C_r = r/\sqrt{S/\pi}$, 并将其代入式(20),则火力打击能力的解析解为

$$C_H = C_{t_F} C_r^2 P_S D_W \quad (21)$$

4.3.2 经典 AHP 计算表达式

采用与算例1相同的优化方法计算权重,则经典 AHP 的数学表达式为

$$C_a = 0.2458 C_{t_F} + 0.2626 C_r + 0.2458 P_S + 0.2458 D_W \quad (22)$$

4.3.3 二阶 AHP 计算表达式

当 $C_{t_F} = C_r = P_S = D_W = 1/2$ 时,能力的解析解为 $1/32$,则二阶 AHP 评估能力 C_s 的表达式为

$$C_s = 0.2458 f(C_{t_F}) + 0.2626 f(C_r) + 0.2458 f(P_S) + 0.2458 f(D_W) \quad (23)$$

式中 $f(e_i) = \begin{cases} e_i/16 & (e_i \in [0, 1/2]) \\ 15e_i^2/8 - 7e_i/8 & (e_i \in (1/2, 1]) \end{cases}$

4.3.4 结果讨论

文献[20]介绍了 M777 轻型火炮、FH-77B 牵引火炮、T-240 mm 榴弹炮以及 66 式 152 mm 榴弹

炮,四种火炮性能指标参见文献[20]。采用经典 AHP 和二阶 AHP 的能力评估结果如图4所示。可以看出,二阶 AHP 相比于经典 AHP 更接近于解析解。

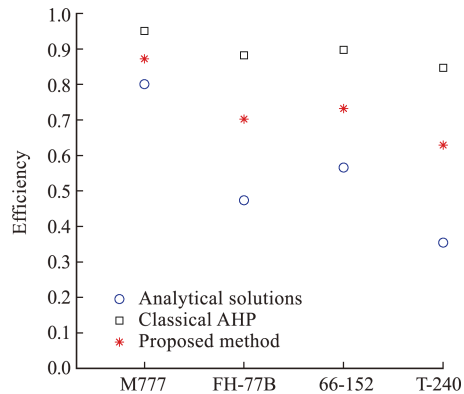


图4 评估结果(算例3)
Fig. 4 Results of evaluation (Example3)

5 结 论

(1) 针对经典 AHP 采用线性加权模型的缺陷,本文基于泰勒展开建立二阶加权模型,对于线性系统,二阶加权模型可退化为线性加权模型。推导出二阶 AHP 的数学表达式,给出二阶 AHP 效能评估步骤,构建二阶 AHP 的基本框架。

(2) 算例结果表明,二阶 AHP 的评估结果相比经典 AHP 的评估结果更接近解析解。对于武器装备而言,若评估误差较大给决策者提供错误的信息或带来一定的负面影响,因此采用二阶 AHP 可减少产生决策性错误的机率,从而提高战争胜率。

(3) 本文引入了 $f(1/2)$, 其物理意义为当底层指标效能均取 $1/2$ 时顶层指标的效能值。算例 $f(1/2)$ 均采用解析解,对于实际问题 $f(1/2)$,可由专家按照尺度标准打分给出,尺度标准等问题将在后续研究中结合实际问题进行深入探究。

参考文献(References):

- [1] 赵曰强,安实,麦强,等.基于ADC法的防空导弹武器系统效能建模[J].系统工程与电子技术,2020,42(9):2003-2012. (ZHAO Yue-qiang, AN Shi, MAI Qiang, et al. Effectiveness modeling of air defense missile weapon system based on ADC method [J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(9): 2003-2012. (in Chinese))
- [2] 阎朝一.被动隔热式喷气偏流板装置综合效能评估方法研究[D].哈尔滨工程大学,2019. (YAN Chao-yi. Research on Comprehensive Effectiveness Evaluation

- of Passive Jet Blast Deflector [D]. Harbin Engineering University, 2019. (in Chinese))
- [3] 李春强. 基于区间层次分析法的舰船动力系统方案评估研究[J]. 舰船科学技术, 2016, **38**(13): 124-127. (LI Chun-qiang. Research on project evaluation of warship power system based on interval-based analytic hierarchy process [J]. *Ship Science and Technology*, 2016, **38**(13): 124-127. (in Chinese))
- [4] 马森, 郭三学, 王世贝. 基于模糊层次分析法的抛锚器作战效能评估[J]. 火力与指挥控制, 2019, **44**(10): 66-70. (MA Miao, GUO San-xue, WANG Shi-bei. Combat efficiency evaluation of anchor thrower based on analytic hierarchy process and fuzzy evaluation [J]. *Fire Control & Command Control*, 2019, **44**(10): 66-70. (in Chinese))
- [5] 周曼, 沈涛, 周荣坤. 模糊层次分析法在综合电子信息系统标准适用性分析中的应用[J]. 电子学报, 2010, **38**(3): 654-657. (ZHOU Man, SHEN Tao, ZHOU Rong-kun. Application of fuzzy AHP in integrated electronic information system standard applicability [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, **38**(3): 654-657. (in Chinese))
- [6] 段若晨, 王丰华, 顾承显, 等. 采用改进层次分析法综合评估 500 kV 输电线路防雷改造效果[J]. 高电压技术, 2014, **40**(1): 131-137. (DUAN Ruo-chen, WANG Feng-hua, GU Cheng-yu, et al. Comprehensive evaluation of 500 kV transmission line lightning protection effect based on improved analytic hierarchy process [J]. *High Voltage Engineering*, 2014, **40**(1): 131-137. (in Chinese))
- [7] 王建, 庞永杰, 杨卓懿, 等. 改进模糊层次分析法在 AUV 总体性能评价中的应用[J]. 上海交通大学学报, 2015, **49**(2): 275-280. (WANG Jian, PANG Yong-jie, YANG Zhuo-yi, et al. Application of improved FAHP in evaluation of AUV overall performance [J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2015, **49**(2): 275-280. (in Chinese))
- [8] Li Z, Zhou Z W, Hu H B, et al. Operational effectiveness analysis of cluster submarine formation torpedo weapon system based on fuzzy AHP comprehensive evaluation[A]. Proceedings of the World symposium on Software Engineering[C]. 2019.
- [9] Zhao Y C, Lou W Z, Wang J K, et al. Evaluation of the unmanned aerial vehicle (UAV) recovery system based on the analytic hierarchy process and grey relational analysis[A]. IEEE International Conference on Unmanned Systems[C]. 2019.
- [10] Jia H L, Song X, Gao J, et al. Equipment management information system evaluation based on entropy weight method and AHP model[A]. 2nd International Conference on Safety Produce Informatization[C]. 2019.
- [11] Wei Y R, Zhou X G, Liu X X. Effectiveness evaluation of ship-borne communication equipment on FAHP based ADC[A]. International Conference on Computer Engineering and Application[C]. 2020.
- [12] Mangla S K, Kumar P, Barua M K. Risk analysis in green supply chain using fuzzy AHP approach: A case study[J]. *Resources, Conservation and Recycling*, 2015, **104**: S1415563994.
- [13] He W Y, Zhang J H, Wang J. A comprehensive evaluation method of diesel engine sound quality based on paired comparison, uniform design sampling, and improved analytic hierarchy process [J]. *Journal of Zhejiang University (Science A)*, 2017, **18**(7): 531-544.
- [14] 雷宁, 曹继平, 王赛, 等. 基于 AHP 和模糊综合评价法的装备维修保障效能评估[J]. 兵工自动化, 2019, **38**(10): 76-79. (LEI Ning, CAO Ji-ping, WANG Sai, et al. Effectiveness evaluation of equipment maintenance support based on AHP and fuzzy comprehensive evaluation method [J]. *Ordnance Industry Automation*, 2019, **38**(10): 76-79. (in Chinese))
- [15] 唐政, 孙超, 刘宗伟, 等. 基于灰色层次分析法的水声对抗系统效能评估[J]. 兵工学报, 2012, **33**(4): 432-436. (TANG Zheng, SUN Chao, LIU Zong-wei, et al. Research on efficiency evaluation for underwater acoustic countermeasure system based on grey hierarchy analysis [J]. *Acta Armamentarii*, 2012, **33**(4): 432-436. (in Chinese))
- [16] 杨东岳, 周博强. 基于层次分析法的云探测作战效能评估[J]. 飞机设计, 2019, **39**(5): 46-51. (YANG Dong-yue, ZHOU Bo-qiang. Cloud detection operational effectiveness evaluation based on analytic hierarchy process [J]. *Aircraft Design*, 2019, **39**(5): 46-51. (in Chinese))
- [17] Chang K H, Chang Y C, Chung H Y. A novel AHP-based benefit evaluation model of military simulation training systems[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, **2015**: 956757.
- [18] Xing Y H, Li S, Liao J J, et al. Suitability evaluation of rural tourism based on AHP and fuzzy evaluation method[J]. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2019, **267**(3): 032007.
- [19] Han Y M, Fang D, Zhang H Y, et al. Efficiency evaluation of intelligent swarm based on AHP entropy weight method[J]. *Journal of Physics: Conference*

- Series, 2020, **1693**(1): 012072.
- [20] 邹 力, 宋朝河. 基于 ADC 方法的牵引火炮系统效能评估[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版), 2012, **28**(2): 28-31. (ZOU Li, SONG Chao-he. Evaluation of the effect valuation to the towed guns based on ADC[J]. *Journal of Shanxi University of Technology (Natural Science Edition)*, 2012, **28**(2): 28-31. (in Chinese))

Preliminary study of the second order Analytic Hierarchy Process based on Taylor expansion

ZHAO Wei-tao*, YIN Fu-ping, HU Dong-chao

(Faculty of Aerospace Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: The classical AHP (Analytic Hierarchy Process) is often used to evaluate the effectiveness or capability of weapons and equipment. However, the classical AHP adopts a linear weighted model, that is, the bottom-level index efficiency can be weighted linearly to get the top-level index efficiency, which often introduces large evaluation errors to the nonlinear system and tends to produce decision-making errors. In order to solve this problem, a second-order weighted model based on Taylor expansion is presented, which takes the efficiency value of the underlying index at 1/2 as the expansion point. For the linear system, the second-order weighted model can be reduced to the classical linear weighted model. The mathematical expression of the second-order AHP is derived, the efficiency evaluation steps of the second-order AHP are given, and the basic framework of the second-order AHP is constructed. The numerical examples show that the evaluation result of the second order AHP are closer to the analytic solution than that of the classical AHP, and the probability of making a decision error is far less than that of the classical AHP.

Key words: effectiveness evaluation; AHP; second order model; Taylor expansion

引用本文/Cite this paper:

赵维涛, 尹福平, 胡东超. 基于泰勒展开的二阶层次分析法初探[J]. 计算力学学报, 2022, **39**(5): 655-660.

ZHAO Wei-tao, YIN Fu-ping, HU Dong-chao. Preliminary study of the second order Analytic Hierarchy Process based on Taylor expansion[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(5): 655-660.