

基于态型近场动力学的准静态数值仿真方法

孙璐妍¹, 余音^{*2}, 郑晓玲¹

(1. 上海飞机设计研究院, 上海 201210; 2. 上海交通大学 航空航天学院, 上海 200240)

摘要:近场动力学 PD(Peridynamics)是一种通过空间积分方程描述力学行为的方法,对不连续问题的求解有重要的应用前景。本文构建了一种基于态型 PD 理论的准静态数值仿真方法,推导了节点刚度矩阵和结构刚度矩阵的表达关系,改进了 Kilic 在键型 PD 理论中运用的动力松弛法,将其引入态型 PD 理论,综合绝对和相对收敛准则得到了一种修正的迭代收敛准则。用该方法对薄板轴压稳定性进行了数值仿真,采用了方板晶格的离散方法,以此减小计算规模提高计算效率,成功捕获了三次屈曲现象,对比经验公式和试验结果等过往研究结论,一致性良好。

关键词:态型近场动力学;板壳屈曲;稳定性;动力松弛法;收敛准则

中图分类号:O302

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2022)04-0518-05

1 引言

2000年, Silling^[1]提出了一套能够求解多尺度不连续力学问题的近场动力学理论,其优势得益于借助相同的数学模型描述物体从原子尺度到宏观尺度的力学行为。它是在空间域中将对象离散为一系列物质点,物质点之间通过非局部作用产生联系,物质点的运动由空间积分方程表达,可以使用统一的数学模型求解多尺度力学行为,突破了空间微分方程及连续性假设的瓶颈,不连续现象随求解自然发生^[2]。

Silling等^[3]提出的态型 PD 理论利用物质点间的力状态和变形状态来构造本构关系,物质点之间相互作用力和相对变形分解成和传统力学概念类似的各向同性量和偏量,周围环境对物质点的影响通过各向同性量表达,PD 模型参数和传统材料力学参数通过能量推导建立关系,弥补了早期键型 PD 理论无法正确反应某些材料属性的不足。Silling^[4]又推导了态型 PD 线性化理论,得到了模量状态。在 Silling 的指引下,态型 PD 理论推广应用于瞬态动力学问题的求解^[5]、弹塑性^[6]和准脆性断裂特征^[7]本构模型的描述。态型 PD 理论相应的计算体系也进一步完善,如特定条件下计算塑性变形的隐式算法^[6]、态型 PD 材料失效判别准则^[8]和影响非局部作用的权函数设定^[9]等。

真实的薄壁结构往往存在钉孔连接等疲劳细

节,而失稳是薄壁结构主要的失效模式之一,PD 理论为后续研究失稳对疲劳细节裂纹萌生与扩展的影响开辟了一条新路。动力松弛法是一种借助带临界阻尼的动力学方程求解静力学问题的方法,尤其适用于材料和几何非线性问题的求解。Kilic等^[10]以键型 PD 理论为基础,运用动力松弛法求解了轴压屈曲和热屈曲问题。

本文将在态型 PD 线性化理论基础上,推导节点刚度矩阵和结构刚度矩阵的表达关系,改进 Kilic等^[10]基于键型 PD 理论的动力松弛法,构建态型 PD 理论中准静态仿真的数值计算方法,并将该方法用于金属矩形薄板的轴向压稳定性预测。使用合理的离散方法建立薄板的态型 PD 模型以提高计算速率,通过矩形薄板拉压的基准数值实验与有限元仿真结果对比,验证薄板态型 PD 模型的正确性。最后,本文通过经验公式证明了金属平板轴压稳定性仿真结果的可靠性。

2 态型 PD 理论简介

2.1 基本理论

假设物体占据某一空间域 R , 线性化态型 PD 理论^[4]将域内物质点 x 的运动方程描述如下,

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = L_u(x,t) + b(x,t) = \int_R C(x,q)u(q,t)dV_q - P(x)u(x,t) + b(x,t) \quad (1)$$

式中 $\rho(x)$ 为物质点 x 的密度; $u(x,t)$ 为 t 时刻物质点 x 的位移矢量,其二阶导数即加速度矢量; $L_u(x,t)$ 为位移场 $u(\cdot)$ 作用下的物质点 x 在 t 时

刻受域内其他物质点作用的合力矢量, $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ 表示物质点 $\mathbf{x}$ 在 t 时刻所受的外力矢量。 $\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{q})$ 和 $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ 的物理意义如下, 记 $\mathbf{n}$ 为任意单位矢量, $\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{q})\mathbf{n}$ 为将物质点 $\mathbf{x}$ 附近的物质点 $\mathbf{q}$ 移动位移矢量 $\mathbf{n}$, 在其他物质点保持不动的情况下, 作用在物质点 $\mathbf{x}$ 上的内力密度; $\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{n}$ 为将物质点 $\mathbf{x}$ 移动位移矢量 $\mathbf{n}$, 其他物质点保持不动的情况下, 需要施加在物质点 $\mathbf{x}$ 上的外力密度。 $\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{q})$ 和 $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ 与模量状态 $\underline{\mathbf{K}}$ 及传统材料力学性能参数间的关系参见文献[6]。键型 PD 理论中, 物质点间距离小于近场范围 δ 时, 才可能存在相互作用。而态型 PD 理论考虑了物质点所处环境, 当物质点间的距离大于 δ 但小于 2δ 时, 只要存在另一点, 与此两点的距离均小于 δ , 则此两点间仍可能存在相互作用。

2.2 节点刚度矩阵与结构刚度矩阵

设结构离散后, 节点总数为 N , 有 N_x 个节点 $\mathbf{q}_i (1 \leq i \leq N_x)$, 满足 $|\mathbf{q}_i - \mathbf{x}| < 2\delta$, 将式(1)的积分展开, 得到节点 $\mathbf{x}$ 的增量平衡方程如下,

$$[\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \quad \mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{q}_1) \quad \cdots \quad \mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{q}_{N_x})] \begin{bmatrix} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{u}(\mathbf{q}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(\mathbf{q}_{N_x}) \end{bmatrix} + \mathbf{b}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = -\mathbf{P}(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^{N_x} \mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{q}_i)$ 。

从零开始编号, $\mathbf{x}_i (0 \leq i < N)$ 表示第 i 号节点, 那么结构增量平衡方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \cdots & \mathbf{C}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{N1} & \cdots & \mathbf{C}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_N \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (0 \leq i < N, 0 \leq j < N) \quad (3)$$

式中 $\mathbf{C}_{ij} = \mathbf{C}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, $\mathbf{u}_j = \mathbf{u}(\mathbf{x}_j)$, $\mathbf{b}_i = \mathbf{b}(\mathbf{x}_i)$, 结构刚度矩阵具有对称性^[4]。

3 准静态问题的数值方法

按照达朗贝尔原理, 建立节点 $\mathbf{x}$ 的运动方程为

$$\tilde{\rho}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}^n(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^n(\mathbf{x})\dot{\mathbf{u}}^n(\mathbf{x}) = \mathbf{b}^n(\mathbf{x}) + \mathbf{L}^n(\mathbf{x}) \quad (t = n\Delta t) \quad (4)$$

式中 Δt 为时间步长, 上标 n 为第 n 次迭代, $\tilde{\rho}(\mathbf{x})$ 为节点 $\mathbf{x}$ 的密度矩阵, $\mathbf{c}^n(\mathbf{x})$ 为 t 时刻节点 $\mathbf{x}$ 的阻尼矩阵。对于静力学问题的求解, 时间步长、密度和阻尼都是人为假设的, 没有实际物理意义, 最终的求解结果也与之无关。但计算的稳定性受虚拟时间步长和密度的影响, 计算的收敛速度受虚拟阻尼的影响, 因此需要对虚拟量进行约束来保证计算

的稳定性和收敛速度。

一般取 $\Delta t = 1$, 虚拟密度矩阵 $\tilde{\rho}(\mathbf{x})$ 形式为对角阵, 其对角元素 $\lambda_i(\mathbf{x})$ 与时间步长 Δt 的约束关系如下,

$$\lambda_i(\mathbf{x}) \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_j |{}^0 c_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x})| \quad (1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 3) \quad (5)$$

式中 ${}^0 c_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ 为 $\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ 的第 i 行第 j 列元素, 上标 0 为初始参考构型, 本文取 $\lambda_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_j |{}^0 c_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x})|$ 。

虚拟阻尼一般不高于系统临界阻尼系数, $\mathbf{c}^n(\mathbf{x})$ 为对角矩阵, 对角元素取值如下,

$$c_i^n(\mathbf{x}) = 2\lambda_i(\mathbf{x}) \sqrt{\frac{(\mathbf{u}^n(\mathbf{x}))^T \tilde{\mathbf{K}}^n \mathbf{u}^n(\mathbf{x})}{(\mathbf{u}^n(\mathbf{x}))^T \mathbf{u}^n(\mathbf{x})}}$$

式中 $\tilde{\mathbf{K}}^n$ 为一个对角形式的局部刚度矩阵, 对角元素 $\tilde{K}_{ii}^n = -\frac{b_i^n(\mathbf{x}) + L_i^n(\mathbf{x}) - b_i^{n-1}(\mathbf{x}) - L_i^{n-1}(\mathbf{x})}{\lambda_i(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{u}}_i^{n-1/2}(\mathbf{x}) \Delta t}$ 。

值得注意的是, 当 $\dot{\mathbf{u}}_i^{n-1/2}(\mathbf{x}) = 0$ 时, 上式是无意义的, 为了避免这一情况发生, 规定

$$\tilde{K}_{ii}^n = 0 \quad \text{if} \quad \dot{\mathbf{u}}_i^{n-1/2}(\mathbf{x}) < \text{tol} \times |\mathbf{u}^n(\mathbf{x})| \quad (6)$$

将式(4)进行有限差分写成分量形式即为

$$\dot{\mathbf{u}}_i^{n+1/2}(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{u}}_i^{n-1/2}(\mathbf{x}) \frac{\lambda_i(\mathbf{x})/\Delta t - c_i^n(\mathbf{x})/2}{\lambda_i(\mathbf{x})/\Delta t + c_i^n(\mathbf{x})/2} + \frac{b_i^n(\mathbf{x}) + L_i^n(\mathbf{x})}{\lambda_i(\mathbf{x})/\Delta t + c_i^n(\mathbf{x})/2} \quad (7)$$

$t + \Delta t$ 时刻节点的位移为

$$\mathbf{u}^{n+1}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^n(\mathbf{x}) + \Delta t \dot{\mathbf{u}}^{n+1/2}(\mathbf{x}),$$

$$\text{取} \quad \dot{\mathbf{u}}_i^{1/2}(\mathbf{x}) = \frac{b_i^0(\mathbf{x}) + L_i^0(\mathbf{x})}{2\lambda_i(\mathbf{x})} \Delta t。$$

初始位移场的选择直接影响到算法的收敛速度, 故节点的初始位移根据节点空间位置插值得到。

本文选取的初始位移场引起的系统不平衡力较小, 在进行系统平衡判定时, 若选用绝对不平衡力收敛准则, 则迭代次数过少影响求解精度, 若选用相对不平衡力收敛准则, 则迭代次数过多影响求解速度。本文融合了相对及绝对两种准则的优势, 得到了一种修正的收敛准则为

$$\begin{cases} \max_j \left| \frac{L_{i,j}^{n,k}}{L_{i,j}^{n,0}} \right| \leq \text{tol}_{r,j} & (k < n_b) \\ \max_j \left| \frac{L_{i,j}^{n,k}}{L_{i,j}^{n,0}} \right| \leq \text{tol}_{r,j} \text{ or } \max_j |L_{i,j}^{n,k}| \leq \text{tol}_{a,j} & (k \geq n_b) \end{cases} \quad (8)$$

式中 $L_{i,j}^{n,k}$ 代表编号为 i 的节点的第 j 个自由度在第 n 个增量步的第 k 次迭代后的不平衡内力, $L_{i,j}^{n,0}$ 代表初始不平衡力。 n_b 代表收敛准则切换的临界次数, $\text{tol}_{r,j}$ 和 $\text{tol}_{a,j}$ 分别代表节点第 j 个自由度上的相对

和绝对平衡容差。动力松弛法迭代过程中的死循环现象能通过修正的不平衡力收敛准则有效避免。

4 数值仿真

本文分析借助了结构分析软件 SBPD(State-Based Peridynamics),软件求解器基于 VC++语言,通过统一计算设备架构技术 CUDA(Compute Unified Device Architecture)和共享存储并行编程语言扩展 OpenMP(Open Multi-Processing),提供了 CPU+GPU 协同和 CPU 多核两种并行计算方式。

4.1 基准数值试验

以矩形薄板拉压作为基准试验,将 SBPD 与 ABAQUS 的仿真结果进行对比。矩形薄板长为 300 mm,宽为 200 mm,厚为 2 mm,弹性模量为 69 GPa,泊松比为 0.33,载荷形式为沿长度方向的位移。平板拉伸的边界条件为双边简支,双边自由;压缩的边界条件为四边简支。拉和压施加的位移大小均为 1.2 mm。

在 PD 理论的数值仿真中,物体通常划分成大小一致的正方体晶格,节点设在晶格的正中,对于薄板问题,若厚度方向只划分一层晶格,会使节点刚度矩阵中与厚度方向有关的量为 0,导致方程无法求解,不仅如此,薄板结构发生屈曲时,面内的应力应变在厚度方向上是变化的,因此在厚度方向上至少划分两层晶格。而薄板结构的长宽方向的尺寸远大于厚度方向的尺寸,正方体晶格的离散方法会导致模型节点的数量过于庞大,影响求解效率。本文将结构离散成方板晶格,在板厚方向划分了两层晶格,晶格长宽为 10 mm,厚为 1 mm,晶格数量为 1200,方板晶格的对角线长为 14.2 mm,即为节点的近场范围,节点 2 倍近场范围内一般有 49 个节点与之关联。与之相比,常规离散方法至少需要划分 120000 个正方体晶格,节点 2 倍近场范围内一般有 73 个节点与之关联,节点刚度矩阵计算需要经过两次关联节点的遍历,其计算时间与关联节点数量的平方正相关,整个模型的求解时间与节点数量和节点刚度矩阵计算时间正相关。综上所述,本文方法将求解效率提升了约 200 倍。

在 ABAQUS 中做了类似的离散处理,单元类型为三维实体减缩积分单元 C3D8R。分析得到的平板拉伸沿 y 方向的位移场云图如图 1 所示。

ABAQUS 得到的拉压外力值分别为 112.2 kN 和 -124.6 kN,SBPD 得到的拉压外力值为 119.9 kN 和 -131.9 kN,SBPD 的结果比 ABAQUS 大 6%~

7%。这是由于两者离散方法的差异造成的,PD 模型的实际加载端距为 290 mm,相同的位移载荷下,需作用的外力也更大,因此两者结果差异的趋势也是合理的,证明了金属矩形薄板态型 PD 模型的正确性。

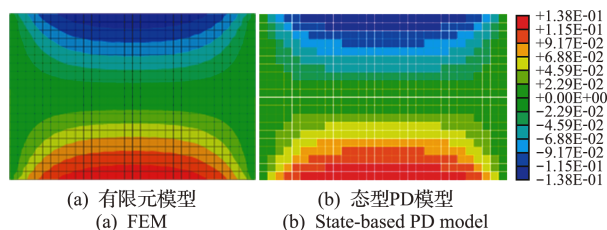


图 1 平板拉伸沿 y 方向的位移场云图(单位:mm)
Fig. 1 Contour of flat panel displacement field along y axis under tension (unit:mm)

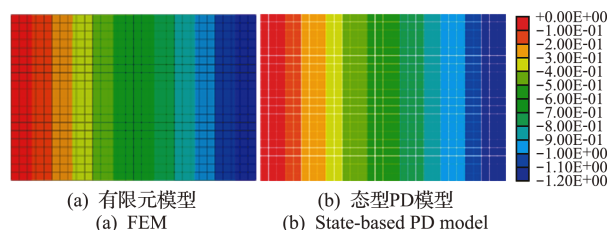


图 2 平板压缩沿 x 方向的位移场云图(单位:mm)
Fig. 2 Contour of flat panel displacement field along x axis under compression (unit:mm)

4.2 金属平板轴压稳定性分析

对于对称结构而言,数值仿真稳定性问题需要先引入初始几何缺陷作为扰动,本文引入的初始缺陷形态为 ABAQUS 屈曲分析的第 1 阶模态位移场,设置的缩比因子为 0.2(幅值大小为 1/10 的平板厚度)。

仿真得到的轴向载荷位移变化曲线如图 3 所示,可以看出,平板在点 a 发生了初始屈曲,载荷为 9.6 kN,轴压刚度突变,与初始值比下降了 40%,此时平板仍然具有承载能力;初始屈曲后轴压刚度缓慢降低,在点 b 发生了二次分支型屈曲,载荷为 35.2 kN,此时的平衡状态并不稳定;很快在点 c 发生了三次跳跃型屈曲,载荷为 39.6 kN,在点 d 达到新的平衡状态,从点 c 到点 d 的过程中,平板的轴压刚度突变,出现不连续跳跃,点 c 和点 d 的轴压刚度分别约为初始值的 40% 和 30%;此后平板继续承载,面内刚度保持缓慢下降。平板中心点挠度随载荷变化的曲线如图 4 所示,屈曲模态变化如图 5 所示,可以看出,屈曲前中心点挠度变化很小,初始屈曲后迅速变大,在中心区域出现一个半波波形,半波慢慢鼓起,在波峰挠度无法继续变大时,发生二次屈曲,一个半波扩展为两个方向一致的半

波,然而这个状态并不稳定,迅速发生三次屈曲,中心点挠度发生了突变,在两个波之间出现第三个方向相反的半波。

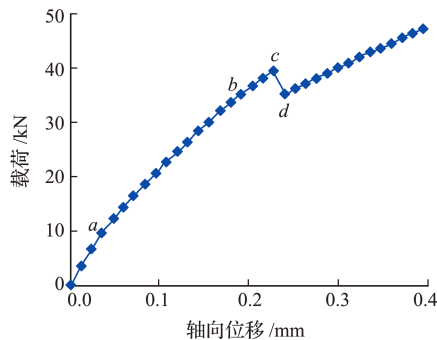


图3 载荷位移曲线

Fig. 3 Load-displacement curve

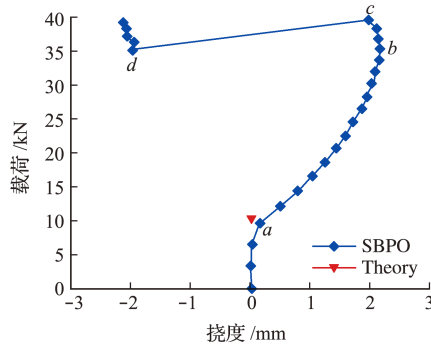


图4 中心点挠度随载荷变化的曲线

Fig. 4 Load-deflection curve of central point

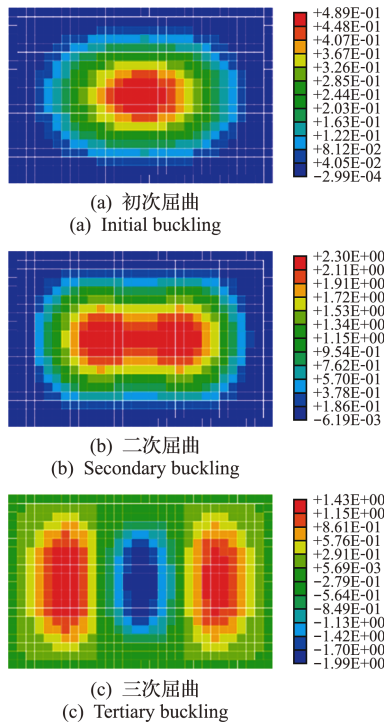


图5 屈曲模态

Fig. 5 Buckling mode contour

常用的矩形平板压缩稳定性临界应力 σ_{cr} 公

式^[11]如下,

$$\sigma_{cr} = K_c \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu_e^2)} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \quad (9)$$

式中 杨氏模量 E 取 69×10^3 MPa,泊松比 μ_e 取 0.33,平板厚度 δ 取 2 mm,加载边宽度 b 取为 200 mm,压缩临界应力系数 K_c 与平板长宽比和边界约束有关,对于本文问题, K_c 取 4,计算得到 $\sigma_{cr} = 25.47$ MPa,乘以加载边截面面积得到临界压力 10.190 kN,数值仿真结果与该值相差约 5.7%,证明仿真得到的初始屈曲结果是可靠的。

从仿真结果可知,矩形平板初始屈曲后仍具备一定的承载能力,且三倍初始屈曲载荷内,平板的屈曲模态形式不会发生变化,这与矩形薄板轴压稳定性的试验研究成果一致^[12,13]。试验研究发现金属矩形薄板是否发生多次屈曲与矩形薄板的长宽比和边界条件有关,而最终破坏与金属材料进入塑性状态有关^[13]。

5 总 结

本文提出了一种基于 PD 状态理论准静态问题仿真的数值方法。

(1) 针对 PD 薄板模型提出了合理的离散方法以提高计算效率。

(2) 推导了节点刚度矩阵和结构刚度矩阵的表达关系,改进了 Kilic^[9] 基于 PD 键理论的动力松弛法。

(3) 结合绝对准则和相对准则,提出了一种新的修正迭代收敛准则,并将该方法成功运用于薄板拉压及轴压稳定性的数值仿真中。

目前,态型 PD 理论的研究工作还处于起步阶段,相信待理论框架和计算体系成熟之后,将在不连续力学领域发挥更大的作用。

参考文献(References):

- [1] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, **48**(1): 175-209.
- [2] 黄丹,章青,乔丕忠,等. 近场动力学方法及其应用[J]. *力学进展*, 2010, **40**(4): 448-459. (HUANG Dan, ZHANG Qing, QIAO Pi-Zhong, et al. A review on peridynamics (PD) method and its applications[J]. *Advances in Mechanics*, 2010, **40**(4): 448-459. (in Chinese))
- [3] Silling S A, Epton M, Weckner O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling[J]. *Journal of Elas-*

- ticity, 2007, **88**(2):151-184.
- [4] Silling S A. Linearized theory of peridynamic states [J]. *Journal of Elasticity*, 2010, **99**(1):85-111.
- [5] Warren T L, Silling S A, Askari A, et al. A non-ordinary state-based peridynamic method to model solid material deformation and fracture [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, **46**(5):1186-1195.
- [6] Mitchell J A. A nonlocal, ordinary, state-based plasticity model for peridynamics [R]. Office of Scientific and Technical Information(OSTI), 2011.
- [7] 张钰彬, 刘一鸣, 黄 丹. 水力劈裂问题的态型近场动力学建模[J]. 计算力学学报, 2019, **36**(1):21-26. (ZHANG Yu-bin, LIU Yi-ming, HUANG Dan. State-based peridynamic modeling for hydraulic fracture[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2019, **36**(1):21-26. (in Chinese))
- [8] Foster J T, Silling S A, Chen W N. An energy based failure criterion for use with peridynamic states[J]. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2011, **9**(6):675-688.
- [9] Kilic B, Madenci E. An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2010, **53**(3):194-204.
- [10] Kilic B, Madenci E. An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2010, **53**(3):194-204.
- [11] 飞机设计手册总编委会. 飞机设计手册第9册[M]. 北京:航空工业出版社, 2001. (Aircraft Design Manual General Editor Committee. *Aircraft Design Manual 9* [M]. Beijing: Beijing Aviation Industry Press, 2001. (in Chinese))
- [12] 沈惠申. 板壳后屈曲行为[M]. 上海:上海科学技术出版社, 2002. (SHEN Hui-shen. *Postbuckling Behavior of Plates and Shells* [M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 2002. (in Chinese))
- [13] 周祥玉, 范祖尧. 受压薄板后屈曲性态的试验研究[J]. 上海交通大学学报, 1992, **26**(4):14-18. (ZHOU Xiang-yu, FAN Zu-yao. An experimental study of postbuckling behavior of thin plates[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 1992, **26**(4):14-19. (in Chinese))

Numerical method of quasi-static simulations using state-based peridynamics

SUN Lu-yan¹, YU Yin^{*2}, ZHENG Xiao-ling¹

(1. Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 201210, China;

2. School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Peridynamics (PD) is a method describing mechanical behavior by a spatial integral equation, and has a great potential for solving discontinuous problems. A numerical method of quasi-static simulations using state-based PD theory is developed: relation between nodes and structural stiffness matrix is derived; dynamic relaxation method is modified on the basis of what Kilic used in bond-based PD theory and is introduced into state-based PD theory; modified convergence criteria are derived from the combination of absolute and relative criterion. This method is applied to simulating the stability of a thin metallic panel under axial compression, the panel is proposed to discretized into nodes that represents square plate lattices to reduce the calculation scale and improve calculation efficiency. The initial buckling, secondary bifurcation buckling and tertiary snap-through buckling are successfully captured in the simulation, and the result shows a good agreement among empirical formula, test result, etc, in the present research.

Key words: state-based peridynamics; shell buckling; stability; dynamic relaxation method; convergence criteria

引用本文/Cite this paper:

孙璐妍, 余 音, 郑晓玲. 基于态型近场动力学的准静态数值仿真方法[J]. 计算力学学报, 2022, **39**(4):518-522.

SUN Lu-yan, YU Yin, ZHENG Xiao-ling. Numerical method of quasi-static simulations using state-based peridynamics[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(4):518-522.