DOI: 10.7511/jslx20210209001

薄壁圆筒壳初始几何缺陷不确定性 量化的极大熵方法

李建字*1, 佘昌忠1, 张丽丽2, 杨 坤1

(1. 天津科技大学 机械工程学院,天津市轻工与食品工程机械装备集成设计与在线监控重点实验室,天津 300222; 2. 天津职业技术师范大学 理学院,天津 300222)

摘 要:针对薄壁圆筒壳结构轴压屈曲载荷的缺陷敏感性以及真实几何缺陷的不确定性,提出一种基于实测缺陷数据和极大熵原理的初始缺陷建模与屈曲载荷预测方法。首先,将初始几何缺陷视为二维随机场,并利用实测缺陷数据和 Karhunen-Loève 展开法将初始缺陷的随机场建模转化为随机向量的建模;其次,利用极大熵方法确定随机向量的概率分布;最后,基于所构建的初始缺陷随机模型,利用 MCMC 抽样方法和确定性屈曲分析方法,进行随机屈曲分析并给出基于可靠度的屈曲载荷折减因子。数值算例表明,与直接假设随机场相关结构的方法相比,本文方法的结果是对薄壁圆筒壳屈曲载荷的一个更无偏估计。

关键词:轴压薄壁圆筒壳;初始几何缺陷;极大熵方法;屈曲载荷;折减因子

中图分类号:O302

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2022)04-0443-07

1 引 言

薄壁圆筒壳由于其优越的承载性能和简易的制造工艺在航空航天、军事导弹和化工液罐存储等现代工程中广泛应用。轴压条件下其结构形式非常简单,但表现出的力学特性却十分复杂,存在非弹性效应、大变形和屈曲等因素,从而导致该结构的轴压承载力总是由其稳定性控制。在关于轴压薄壁圆筒壳稳定性研究中,一个长期关注的课题就是屈曲载荷的实验结果与理论解之间存在较大的差异,关于其机理的研究促进了后屈曲理论[1]和缺陷敏感性理论[2]的发展。已有研究表明,初始缺陷的形状和大小均对轴压薄壁圆筒壳的屈曲载荷有明显影响,而该结构产品在其全生命周期内形成的真实几何缺陷又具有不确定性,如何量化这种不确定性并在设计环节给出既安全又经济的屈曲载荷目前仍是颇具挑战的研究课题。

关于薄壁圆筒壳初始几何缺陷量化表征的研究大致可分为确定性方法和概率方法^[3]。确定性方法的思路一般是通过人为假设或某种搜索手段确定最不利缺陷形式,并据此获得屈曲载荷的下限

收稿日期:2021-02-09;修改稿收到日期:2021-03-25. 基金项目:国家自然科学基金(11772228)资助项目. 作者简介:李建字*(1978-),男,博士,副教授

(E-mail: lijianyu@tust. edu. cn).

值,如实测缺陷法[3]、特征模态缺陷法[4]、单点窝陷 扰动法[5]以及各类缺陷组合和最优搜索类方法[6]。 确定性方法由于其简洁性和便利性而得到广泛运 用。但其不足是关于屈曲载荷不确定性量化的信 息量太少而使得对承载力下限值的预测偏保守。 概率方法针对具有不确定性特征的初始缺陷在统 计意义下呈现的规律性,利用随机变量或随机场对 初始缺陷进行建模,并通过随机分析方法给出屈曲 载荷的统计预测结果[1]。在 20 世纪 60 年代, Budiansky 等[7]提出应该对初始几何缺陷进行随机描 述,以实现对缺陷高度敏感结构屈曲载荷的更可靠 预测。利用概率方法量化表征缺陷的难点在于随 机变量的选定及其概率密度函数的确定。Elishakoff 等[8] 最早将实测缺陷的傅立叶系数直接随机 化为高斯型随机变量,并通过蒙特卡洛方法获得屈 曲载荷的随机分布结果。近年来,随机场理论逐渐 用于缺陷的建模表征,如文献「9]基于实测数据的 功率谱分析,构造初始几何缺陷随机场的谱表征方 法,文献[10]基于实测数据并假定随机场自相关结 构,构造缺陷随机场的 KL(Karhunen-Loève)分解 方法。利用随机场理论对缺陷建模在数学上显得 更自然,但目前的不足是,由于实测数据缺乏,已有 研究通常对缺陷的随机场模型施加各类假设,如缺 陷随机场的平稳性(Homogeneity)、高斯性和各态 历经性等^[11]。事实上,通过对已有实验数据的统计检验,发现真实缺陷大多不具备这些性质,这导致预测的屈曲载荷往往有偏^[12]。

本文提出一种基于实测缺陷数据和极大熵建模的初始几何缺陷随机建模方法。基于实测缺陷数据的统计结果并引入极大熵原理对统计变量进行随机建模,给出已知信息条件下对初始几何缺陷随机分布的一个最无偏估计。该方法不仅无需事先假定随机场自相关结构,而且也放松了对随机场的平稳性、高斯性和各态历经性等假设。

2 初始几何缺陷的极大熵建模

薄壁圆筒壳的几何缺陷表现为实际与理想之间的形状偏差,包括圆柱度误差和表面局部凹陷等多种形式 $^{[13]}$ 。鉴于缺陷形式及分布具有随机性,学者们提出利用随机场理论对其进行建模表征。如图 1 所示,左侧是一高为 L,截面半径为 R,筒厚为 t 的薄壁圆筒壳结构。右侧矩形面为该结构沿其任意母线展平所得,记 s=(x,y) 为矩形面各点坐标,其中 x 为环向坐标($0 \le x \le 2\pi R$),y 为轴向坐标 $(0 \le y \le L)$ 。

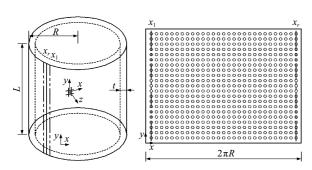


图 1 薄壁圆筒壳及其展开示意图

Fig. 1 Thin cylindrical shell structure and its expanded diagram

将初始几何缺陷表征为薄壁圆筒壳与理想圆筒 壳相比在半径方向的偏差,记为 $a(s,\omega)$,且 $a(s,\omega)$ ∈ $\Theta^2(\Omega, F, P)$ 为一随机场,其中 (Ω, F, P) 为概率三元 组, $\omega \in \Omega$ 为样本, F 为事件域, P 为概率测度, $\Theta^2(\Omega, F, P)$ 为二阶范数有限的可测泛函空间^[14]。

2.1 缺陷随机场的谱分解表征

假设已经获得 M个薄壁圆筒壳径向初始几何 缺陷的测量结果,令 \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 ,…, \mathbf{a}_M 表示对缺陷 $\mathbf{a}(\omega) = [a(s_1,\omega),…,a(s_N,\omega)]$ 的 M次独立观测, 其中 N为每个样本筒的观测点数。基于观测数 据,可获得缺陷随机场的均值和协方差矩阵等统计 特征量,即

$$\overline{\mathbf{a}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \mathbf{a}_{i} \tag{1}$$

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\mathbf{M} - 1} \sum_{i=1}^{\mathbf{M}} (\mathbf{a}_i - \overline{\mathbf{a}})^{\mathrm{T}} (\mathbf{a}_i - \overline{\mathbf{a}})$$
 (2)

式中 \bar{a} 为缺陷随机场测量样本的统计均值,C 为协方差矩阵。利用谱分解理论,即 KL 展开理论, 缺陷随机场 $a(s,\omega)$ 可展开为

$$a(s, \omega) = \overline{a}(s) + \sum_{i=1}^{N} \xi_{j}(\omega) \sqrt{\lambda_{j}} \, \Phi_{j}(s)$$
 (3)

式中 $\{\lambda_j\}_{j=1}^N$ 和 $\{\mathbf{\Phi}_j\}_{j=1}^N$ 分别为协方差矩阵 \mathbf{C} 的特征值和特征向量,随机变量 $\xi_i(j=1,\cdots,N)$ 为

$$\xi_{j}^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{i}}} \langle \boldsymbol{a}_{i} - \overline{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{\Phi}_{j} \rangle \quad (i = 1, \dots, M) \quad (4)$$

式中 $\langle \bullet, \bullet \rangle$ 为在 $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ 上的内积。由 KL 展开理论, 缺陷随机场 $a(s, \omega)$ 还可降维表示为

$$a(s,\omega) \approx \overline{a}(s) + \sum_{j=1}^{r} \xi_{j}(\omega) \sqrt{\lambda_{j}} \Phi_{j}(s)$$
 (5)

式中 $r \leq N$,并要求累计方差贡献率 $\sum_{j=1}^{r} \lambda_j / \sum_{j=1}^{N} \lambda_j$ 足够接近于 1。记 $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_r)$,称其为 KL 随机向量,进一步地,如果缺陷随机场 $a(s, \omega)$ 是一个高斯随机场,则随机向量 ξ 为分量独立同分布的高斯随机向量。如果随机场 $a(s, \omega)$ 不是高斯随机场,则不能推出 KL 随机向量 ξ 的各分量之间的独立性和高斯性。

2.2 KL 随机向量的极大熵建模

已有的实测数据表明,薄壁圆筒壳结构的初始 几何缺陷在统计上并不一定具有高斯性,这导致其 KL 随机向量 ξ 也不具有高斯性,其概率分布形式 也往往是事先未知的。为此,本文利用极大熵方法 给出其概率密度函数的一个估计。极大熵原理的 基本思想是,在利用已知信息对随机向量的概率分 布进行推断时,使得概率熵函数取得最大的概率分 布是最合理的[15]。极大熵原理给出的概率分布 为是已知信息下概率分布的最无偏估计。为简化 计算,假设 KL 随机向量 ξ 各分量之间是相互独立 的。对于每一个分量 ξ_j ($j=1,\cdots,r$),其概率密度 函数 $p(\xi_i)$ 的极大熵估计为凸优化问题(6)的解。

$$\operatorname{Max} H = -\int p(\xi_{j}) \ln p(\xi_{j}) d\xi_{j}$$

s.t.
$$E\{\xi_j^q\} = \int \xi_j^q p(\xi_j) d\xi_j = \mu_{jq} (q = 0, 1, \dots, K)$$
 (6)

式中 $\mu_{j0}=1$, μ_{jq} 为分量 ξ_j 的 q 阶统计中心矩, $q=1,\dots,K$ 。解凸优化问题(6)得

$$p(\xi_j) = \exp\left[-\sum_{q=0}^{K} \beta_q \xi_j^q\right] \tag{7}$$

式中 $\beta = \{\beta_0, \dots, \beta_K\}$ 为优化问题(6)的拉格朗日 乘子,是非线性方程组(8)的解,

$$\int \xi_j^q \exp\left[-\sum_{j=0}^K \beta_q \xi_j^q\right] d\xi_j = \mu_{jq} \quad (q = 0, \dots, K) \quad (8)$$

在获得随机向量 ξ 的概率密度函数后,还需对其进行随机抽样,以便进行后续的随机屈曲载荷计算,本文利用马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)抽样^[16]。

3 随机屈曲载荷分析

在获得缺陷随机场模型后,利用不确定性传播 算法进行随机屈曲分析,最后统计各样本筒屈曲分 析结果,并获取统计规律。

在工程运用中,折减因子 KDF (Knockdown Factor)常用来度量薄壁圆筒壳轴压屈曲载荷的缺陷敏感性。令 $P_{cr,perf}$ 为理想筒的临界载荷, $P_{cr,imp}$ 为含缺陷筒的屈曲载荷,定义归一化因子 α_{cr} 为

$$\alpha_{cr} = P_{cr,perf} / P_{cr,imp}$$
 (9)

在随机屈曲分析的基础上,定义随机变量 A_{cr} ,其概率分布函数 $F_{A_{cr}}(\alpha_{cr})$ 为

$$F_{A_{cr}}(\alpha_{cr}) = \operatorname{Prob}\{A_{cr} < \alpha_{cr}\} = \int_{-\infty}^{\alpha_{cr}} f_{A_{cr}}(\gamma) \, \mathrm{d}\gamma \quad (10)$$
 概率密度函数 $f_{A_{cr}}(\alpha_{cr})$ 可利用 2. 2 节的极大熵方 法获得。定义可靠度 $R(\alpha)$ 为

$$R(\alpha) = \text{Prob}\{A_{cr} \geqslant \alpha\} = 1 - \int_{-\infty}^{\alpha_{cr}} f_{\Lambda_{cr}}(\gamma) d\gamma$$
 (11) 进一步给出基于可靠度的 KDF 估算方法,即可靠度为 $R(\alpha)$ 的 α 的估计值为 KDF。

4 数值算例

本文屈曲载荷通过 Abaqus 软件的显式动力学分析获得。模型如图 2 所示,薄壁圆筒壳结构仅两端边缘受到支撑,下端处 u=v=w=0, $\varphi_u\neq 0$, $\varphi_v\neq 0$, 在上端处 $w=\Delta w$, u=v=0, $\varphi_u\neq 0$, $\varphi_v\neq 0$, 在上端以位移 Δw 加载。缺陷建模为模型节点在半径方向的偏差。表 1 给出了各向同性的薄壁圆筒壳的模型参数。采用 S4R 壳单元, 如图 3 所示, 优先考虑网格收敛性, 同时兼顾 CPU 耗时的影响, 将网格单元大小设为 2.5 mm。

表 1 模型参数 Tab. 1 Model parameters

| 半径 R | 高度 H | 厚度 t | 弹性模量 E | 泊松比 | 密度 ρ |
|-------|----------------|----------------|--------|-------|--------------------------|
| /mm | $/\mathrm{mm}$ | $/\mathrm{mm}$ | /MPa | μ | /tone • mm ⁻³ |
| 101.6 | 202 | 0.116 | 104410 | 0.3 | 2e-9 |

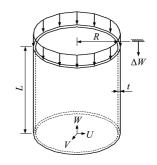


图 2 轴向加载圆筒壳的有限元模型 Fig. 2 FE-model of the axially loaded cylinder shell

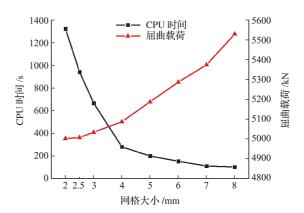


图 3 圆筒壳的屈曲载荷收敛性分析

Fig. 3 Convergence analysis of buckling load for cylinder shell

进一步利用 NASA SP-8007 法与特征模态缺陷法等经典含缺陷屈曲分析方法给出 KDF 的估计值分别为 0.241 和 0.239。

4.1 数值实验 1

为了测试极大熵方法的正确性,假定真实缺陷可表征为一个平稳高斯随机场,随机场的均值和协方差函数参见文献[14]。分别抽取 5,10 和 50 个样本作为初始几何缺陷数据,利用极大熵方法建模,并进行随机屈曲分析,进一步获得 α_σ 的概率密度函数,考察 KDF 的估计值与理论值的关系。

表 2 对比了置信度为 0.95 时不同样本数对应 KDF 的估计值与理论值,可知随着样本筒数目的增加,KDF 的估计值逐渐收敛于理论值。同时由图 4 可知 α_{cr} 概率密度函数的估计和相关统计置信度都受观察的薄壁圆筒壳样本数的影响,并且随着更多的观察,两者的准确性都会提高,此时极大熵方法能给出更无偏的 α_{cr} 概率密度函数估计。

表 2 屈曲载荷预测结果对比 Tab. 2 Comparison of buckling load prediction results

| 样本数 | ½ 5 | 10 | 50 | 理论值 |
|-----|------------|-------|-------|-------|
| KDF | 0.674 | 0.693 | 0.701 | 0.701 |

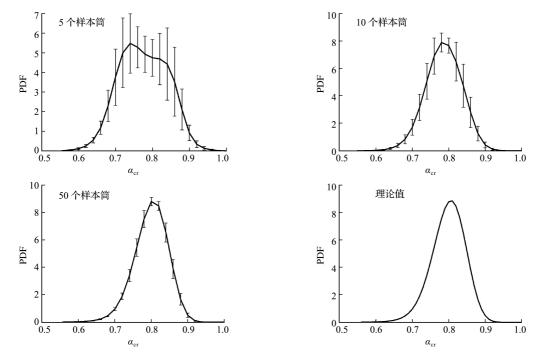


图 4 不同样本的估计概率密度及附近 95%的置信区间与理论值的对比

Fig. 4 Comparison of estimated probability density of different samples and 95% confidence interval nearby with theoretical value

4.2 数值实验 2

为验证本文方法对薄壁圆筒壳实际屈曲问题的有效性,利用文献[17]中基于实际测量的初始几何缺陷的傅里叶级数表示形式分别获取7个薄壁圆筒壳的缺陷数据。将这7个样本筒的缺陷数据视为对同一批次生产的薄壁圆筒壳缺陷的7次独立观测。

按照式(2)求出协方差矩阵 C, 并图形化显示 为图 5, 发现协方差矩阵的数值不仅取决于两个节点的相对距离, 而且与节点位置有关, 说明缺陷随机场是非平稳的。

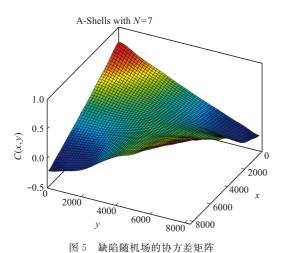


Fig. 5 Covariance matrix of imperfection random field

对缺陷随机场进行 KL 分解,图 6 给出其协方 差矩阵特征值 λ_i 的变化趋势,可知特征值自第 6

阶开始接近 0。在确保包含实测缺陷数据主要特征信息的基础上进行降噪去冗余,截取前 6 阶特征值即可使累计方差贡献率达到 99%。

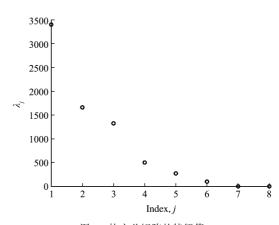


图 6 协方差矩阵的特征值 Fig. 6 Eigenvalues of covariance matrix

将截取的前 6 阶特征值及其对应的特征向量分别代人式(4)获取 6 维随机向量 ξ ,并利用极大熵方法分别计算该 6 维随机向量 ξ 的概率密度函数 PDF,如图 7 所示。可以看出,随机向量 ξ 显然是非高斯型的。进一步利用 Shapro-Wilk 方法进行高斯性检验,由表 3 可知 ξ_2 和 ξ_4 两项显著拒绝高斯性假设(其显著性概率 $P \leq 0.05$)。

利用 MCMC 法对随机向量 ξ的概率密度函数 抽取 2000 个样本,代入式(5)获取相应几何缺陷数 据进行随机屈曲分析。

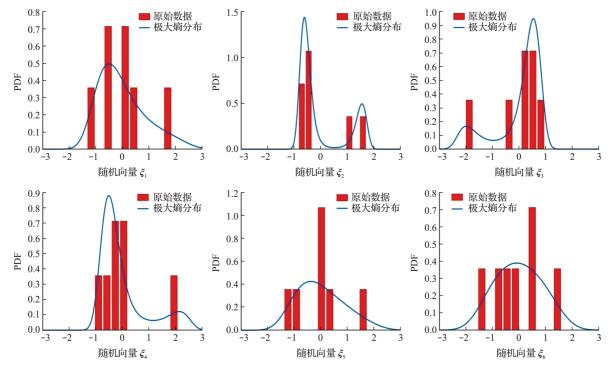


图 7 随机向量 ξ的频率分布直方图及极大熵原理近似的概率分布

Fig. 7 Frequency distribution histogram of random vector ξ and probability distribution approximated by maximum entropy principle

表 3 随机向量 ξ的高斯性检验 Tab. 3 Gaussianity test of random vector ξ

| 名称 | 样本量 | 均值 | 标准差 | 偏度 | 峰度 | 统计量 τα | , P |
|---------|-----|----|-----|--------|--------|--------|-------|
| ξ_1 | 7 | 0 | 1 | 0.910 | 1.890 | 0.929 | 0.538 |
| ξ_2 | 7 | 0 | 1 | 1.238- | -0.191 | 0.785 | 0.029 |
| ξ_3 | 7 | 0 | 1 - | -1.682 | 3.012 | 0.829 | 0.079 |
| ξ_4 | 7 | 0 | 1 - | -1.827 | 4.303 | 0.809 | 0.050 |
| ξ_5 | 7 | 0 | 1 - | -0.492 | 1.036 | 0.955 | 0.771 |
| ξ_6 | 7 | 0 | 1 | 0.075 | 0.579 | 0.987 | 0.985 |

表 4 列出了实验数据、相关结构法以及本文结果。可知文献[13,18]中事先假定的随机场自相关结构进行数值模拟所得的 a_{cr} 均值都明显偏大,这往往会导致对薄壁圆筒壳承载能力偏危险的预测。而本文计算所得 a_{cr} 的变异系数相较实验结果偏大,但其均值却与实验结果基本一致。

表 4 α_{cr} 的均值 (\overline{a}_{cr}) 与变异系数(COV)
Tab. 4 Mean (\overline{a}_{cr}) and coefficient of variation (COV) of α_{cr}

| | 筒数 | \overline{a}_{cr} | COV |
|--------|------|---------------------|-------|
| 实验[17] | 7 | 0.64 | 0.087 |
| 文献[18] | 250 | 0.78 | 0.082 |
| 文献[13] | 100 | 0.74 | 0.066 |
| 本文结果 | 2000 | 0.63 | 0.282 |

进一步分析本文预测结果分散性偏大的原因。一方面,极大熵方法给出的是已知信息条件下概率

分布的最无偏估计,而已知信息依赖于已知的数据量及其统计矩信息,越少的数据和越低的统计矩信息会导致相应的极大熵分布越接近均匀分布。本文只用到了7个实测样本,4阶统计矩,因而所给出的缺陷随机分布模型分散性偏大;另一方面,实验结果给出的屈曲载荷不仅受初始几何缺陷的影响,还受材料不均匀性、非完美边界条件、荷载对中性偏差及结构尺寸偏差等非传统缺陷的影响,而本文在进行屈曲分析时并未考虑这些因素,这也导致屈曲载荷计算结果与实验结果的差异。

图 8 展示了实验结果与再次利用极大熵方法 获取的含缺陷薄壁圆筒壳 α_{cr} 的概率密度函数。

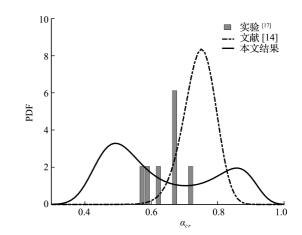


图 8 各种方法估计薄壁圆筒壳 α_{cr} 的概率密度对比 Fig. 8 Comparison of probability density of thin-wall cylindrical shells α_{cr} estimated by various methods

进一步给出基于可靠度的折减因子估算结果,从图 9 可以看出,当可靠度 $R(\alpha)$ 为 0.95 时对应的 KDF 为 0.417,相较 NASA SP-8007 仅考虑径厚比 R/t 对屈曲承载能力下限的预测方法计算的 0.241 更为经济。

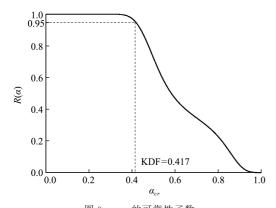


图 9 α_{cr} 的可靠性函数 Fig. 9 Reliability function of α_{cr}

5 结 论

本文从随机场的角度较为系统地研究了轴压薄壁圆筒壳初始缺陷的建模方法。首先通过对实验数据进行统计分析,获得随机场模型的均值和协方差矩阵等统计特征;其次,基于 KL 展开法将缺陷随机场建模转化为 KL 随机向量的建模问题;然后,基于 KL 随机向量非高斯性的事实,提出利用极大熵方法构建其概率密度函数;最后,结合 MC-MC 抽样和确定性屈曲分析方法,给出轴压薄壁圆筒壳屈曲分析的不确定性传播计算,获得屈曲载荷的随机分析结果,并给出基于可靠度指标的折减因子估算结果。

本文方法有两个特点,一是全面利用了实测缺陷数据的一阶和二阶统计信息,这使得构建的模型较为全面地涵盖了实际缺陷信息;二是从极大熵原理的角度进行随机建模,避免了文献中关于缺陷随机场高斯性、平稳性和各态历经性等假设,使得所构建的概率模型是已知信息条件下的一个最无偏概率分布估计。这些特征的具备,使得本文预测的屈曲载荷结果较好地覆盖了实验结果,并提高了折减因子估算的可靠度。

参考文献(References):

[1] Liguori F S, Madeo A, Magisano D, et al. Post-buckling optimisation strategy of imperfection sensitive composite shells using Koiter method and Monte Carlo simulation [J]. Composite Structures, 2018,

- 192:654-670.
- [2] Ma X T, Hao P, Wang F Y, et al. Incomplete reduced stiffness method for imperfection sensitivity of cylindrical shells[J]. Thin-Walled Structures, 2020, 157: 107148.
- [3] 王 博,郝 鵬,田 阔.加筋薄壳结构分析与优化设计研究进展[J]. 计算力学学报,2019,36(1):1-12. (WANG Bo, HAO Peng, TIAN Kuo. Recent advances in structural analysis and optimization of stiffened shells[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2019,36(1):1-12. (in Chinese))
- [4] Peterson J P, Seide P, Weingarten V I. Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders [R]. NASA Special Publication, 1968.
- [5] Hüehne C, Rolfes R, Breitbach E, et al. Robust design of composite cylindrical shells under axial compression—simulation and validation [J]. *Thin-Walled Structures*, 2008, **46**(7-9):947-962.
- [6] Wang B, Hao P, Li G, et al. Determination of realistic worst imperfection for cylindrical shells using surrogate model [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2013, 48(4):777-794.
- [7] Budiansky B, Hutchinson J W. A survey of some buckling problems [J]. AIAA Journal, 1966, 4(9): 1505-1510.
- [8] Elishakoff I, Arbocz J. Reliability of axially compressed cylindrical shells with random axisymmetric imperfections [J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, 18(7):563-585.
- [9] Kepple J, Herath M, Pearce G, et al. Improved stochastic methods for modelling imperfections for buckling analysis of composite cylindrical shells[J]. Engineering Structures, 2015, 100:385-398.
- [10] Schenk C A, Schuëller G I. Buckling analysis of cylindrical shells with cutouts including random boundary and geometric imperfections [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196 (35-36):3424-3434.
- [11] Fina M, Weber P, Wagner W. Polymorphic uncertainty modeling for the simulation of geometric imperfections in probabilistic design of cylindrical shells [J]. Structural Safety, 2020, 82:101894.
- [12] Craig K J, Roux W J. On the investigation of shell buckling due to random geometrical imperfections implemented using Karhunen-Loève expansions [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2008, 73(12):1715-1726.
- [13] de Paor C, Cronin K, Gleeson J P, et al. Statistical

- characterisation and modelling of random geometric imperfections in cylindrical shells [J]. *Thin-Walled Structures*, 2012, **58**:9-17.
- [14] 李建宇,魏凯杰. 考虑周长约束的圆柱薄壳初始几何 缺陷随机场建模方法[J]. 计算力学学报,2020,37 (6):722-728. (LI Jian-yu, WEI Kai-jie. Modeling initial geometrical imperfections of thin cylindrical shells by random field with perimeter constraints[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2020,37 (6):722-728. (in Chinese))
- [15] Kapur J N. Maximum-entropy models in science and

- engineering[J]. Biometrics, 1992, 48(1): 333.
- [16] Flötteröd G, Bierlaire M. Metropolis-Hastings sampling of paths[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2013, 48:53-66.
- [17] Arbocz J, Abramovich H. The Initial Imperfection
 Data Bank at the Delft University of Technology, Part
 I [S]. Technical Report LR-290, 1979.
- [18] Schenk C A, Schuëller G I. Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2003, 38(7):1119-1132.

A maximum entropy approach for uncertainty quantification of initial geometric imperfections of thin-walled cylindrical shell

LI Jian-yu*1, SHE Chang-zhong1, ZHANG Li-li2, YANG Kun1

(1. Tianjin Key Laboratory of Integrated Design and On-line Monitoring for Light Industry & Food Machinery and Equipment, College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;

2. School of Science, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

Abstract: To address the imperfection sensitivity of the axial compression buckling load of a thin-walled cylindrical shell structure and the uncertainty of real geometric imperfections, an initial imperfection modeling and buckling load prediction method based on measured imperfection data and the principle of maximum entropy are proposed. Firstly, the initial geometric imperfections are considered as a two-dimensional random field, and the random field modeling of the initial imperfections is transformed into the modeling of a random vector using the measured imperfection data and the Karhunen-Loève expansion method. Secondly, the probability distribution of this random vector is determined using the maximum entropy method. Finally, based on the constructed random model, and combined with MCMC sampling method and a deterministic buckling analysis method, the stochastic buckling analysis is carried out. Furthermore, the reliability-based buckling load knockdown factor is given. Numerical examples show that the results of this method provide a better coverage of the experimental results and are a more unbiased estimate of the buckling load for thin-walled cylindrical shells compared with the method that directly assumes a random field-related structure.

Key words: axially compressed thin-walled cylindrical shell; Initial geometric imperfections; maximum entropy method; buckling load; knockdown factor

引用本文/Cite this paper:

李建宇,佘昌忠,张丽丽,等. 薄壁圆筒壳初始几何缺陷不确定性量化的极大熵方法[J]. 计算力学学报,2022,39(4):443-449. LI Jian-yu,SHE Chang-zhong, ZHANG Li-li, et al. A maximum entropy approach for uncertainty quantification of initial geometric imperfections of thin-walled cylindrical shell[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2022, 39(4):443-449.