第39卷第4期 计 算 力 学 学 报 Vol. 39, No. 4
2022 年 8 月 Chinese Journal of Computational Mechanics August 2022

DOI:10.7511/jslx20201218003

# 基于支座反力影响线曲率差分的等截面连续梁损伤识别方法

唐盛华*, 张佳奇, 刘宇翔, 成 鹏

(湘潭大学 土木工程与力学学院 工程结构动力学与可靠性分析湖南省高等学校重点实验室,湘潭 411105)

**摘 要**:为了实现仅采用损伤状态信息对等截面连续梁进行损伤识别,通过推导三跨不等跨连续梁在移动荷载作用下的支座反力影响线,发现支座反力影响线求曲率并作差分后的曲线在损伤位置会发生突变,基于该现象提出了一种损伤定位方法,进一步建立了损伤程度计算方法,可对损伤程度进行较精确的定量。通过一三跨连续梁和一四跨连续梁工程实例的仿真分析,证明了支座反力影响线曲率差分指标损伤定位和相应的损伤程度定量方法对等截面连续梁损伤识别具有可行性。

**关键词**:等截面连续梁;支座反力;影响线;曲率差分;损伤识别;损伤程度定量

**中图分类号**:O346.5 **文献标志码**:A **文章编号**:1007-4708(2022)04-0427-08

## 1 引 言

桥梁服役期间,难免会因外部环境和荷载等的影响而引起结构的损伤。潜在的结构损伤甚至可能导致桥梁的坍塌,从而造成巨大财产损失和人员伤亡,因此有必要对桥梁的健康状态进行监测。目前对桥梁结构损伤的研究大致分为动力法、静力法以及模型修正等[1,2]。基于动力的损伤识别方法,一般采用频率、振型、柔度和模态曲率等因子来进行桥梁损伤识别研究[3-8]。Pandey 等[9]利用损伤会引起结构刚度下降、柔度增加的特点,对损伤前后的模态柔度矩阵作差,用列向量最大值实现损伤定位;Liu 等[10]根据有无损伤前信息提出了两种基于频响函数定位损伤的方法。基于动力损伤识别的方法对测量仪器精度要求较高,受外界环境的干扰较大,像温度和风等因素都会影响识别结果[11-13]。相较于前者,基于静力的损伤识别方法降低了对测量仪器的精度要求,受外界的影响也更小,因此亦具有重大的研究意义[14,15]。基于静力的损伤识别方法,一般是基于挠度、支座反力、转角和应变等因子来实现损伤识别[16-18]。王艺霖等[19]通过两跨连续梁的支座反力在受损后会有改变,然后根据损伤前后的支座反力信息作对比来判断损伤的大致位置;唐盛华等[20]用均布荷载作用下桥梁结构损伤前后的挠度曲率差进行损伤定位,依据挠度曲率差变化判断出具体的损伤程度。

上述基于静力的损伤识别方法大多要用到结构损伤前的信息,对于大部分缺少损伤前信息的在役旧桥显然无法适用。对此,李春良等[21]利用结构的对称性,实现了三跨变截面连续梁的损伤定位,并且能粗略地判断损伤大小;王艺霖[22]采用位移曲率差分的方法实现了判断简支梁结构的损伤位置。本文提出一种支座反力影响线曲率差分损伤识别方法,该方法不需要结构损伤前的信息,以三跨不等跨等截面连续梁推导了支座反力影响线曲率差分指标的损伤定位原理,而且基于该指标的规律给出了损伤程度定量方法。

## 2 损伤识别理论

以三跨不等跨连续梁的第一跨发生损伤为例,进行理论分析,如图 1 所示。其中 $P$ 为从支座 A 移动到支座 D 的移动荷载,$P$ 到支座 A 的距离为 $z$;图中的阴影部分为损伤区域,长度为 $\varepsilon$,损伤单元的左端到支座 A 距离为 $a$;损伤单元的刚度为 $kEI$,其他位置的刚度为 $EI$,桥梁三跨的长度分别为 $L_1$,$L_2$ 和 $L_3$。以求中间支座 B 处的支座反力影响线为例,可由力法和图乘法求得。

**收稿日期**:2020-12-18;**修改稿收到日期**:2021-05-12.

**基金项目**:国家自然科学基金(51508488);湖南省自然科学基金(2019JJ50605);湖南省教育厅资助科研项目(20K126);湖湘高层次人才聚集工程创新团队(2019RS1059);工程结构动力学与可靠性分析湖南省高等学校重点实验室(湘潭大学)开放课题(KLDRES002)资助项目.

**作者简介**:唐盛华*(1985-),男,博士,副教授
(E-mail:tshtangshenghua@163.com).

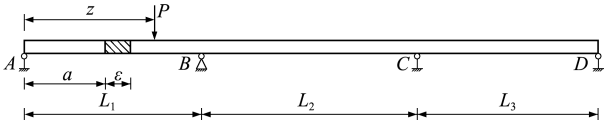


图1 三跨不等跨连续梁

Fig. 1 Three span unequal span continuous beam

以简支梁为基本结构，当 $P$ 荷载作用在梁上时，可根据力法建立基本方程，即

$$\begin{cases}\delta_{11}X_B+\delta_{12}X_C+\Delta_{1P}=0\\ \delta_{21}X_B+\delta_{22}X_C+\Delta_{2P}=0\end{cases}\tag{1}$$

式中 $X_B$ 和 $X_C$ 分别为中间支座 B 和支座 C 的支座反力，$\delta_{11}$ 为单位力作用于支座 B 处时的点 B 位移，$\delta_{12}$ 为单位力作用于支座 C 处时的点 B 位移，$\delta_{21}$ 为单位力作用于支座 B 处时的点 C 位移，$\delta_{22}$ 为单位力作用于支座 C 处时的点 C 位移，$\Delta_{1P}$ 为移动荷载 $P$ 作用下的点 B 位移，$\Delta_{2P}$ 为移动荷载 $P$ 作用下的点 C 位移。

根据式(1)进行变化可得到支座反力影响线 $X_B$ 为

$$X_B=\frac{\delta_{22}\Delta_{1P}-\delta_{12}\Delta_{2P}}{\delta_{21}^2-\delta_{11}\delta_{22}}\tag{2}$$

为求出 $X_B$，需要先求出 $\delta_{11}$，$\delta_{12}$，$\delta_{22}$，$\Delta_{1P}$ 和 $\Delta_{2P}$，其中 $\delta_{12}=\delta_{21}$。画出在单位荷载作用下的弯矩图 $\overline{M}$ 和 $\overline{M}'$ 以及 $P$ 荷载作用下的弯矩图 $M_P$，以 $P$ 荷载作用在损伤位置的左侧为例，如图 2～图 4 所示。

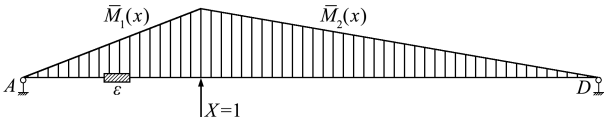


图2 单位荷载作用在支座 B 处的弯矩图 $\overline{M}$

Fig. 2 Bending moment diagram $\overline{M}$ of unit load acting on support B

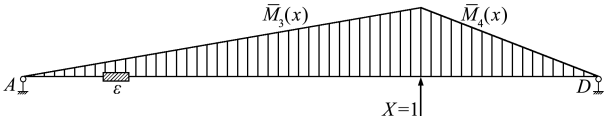


图3 单位荷载作用在支座 C 处的弯矩图 $\overline{M}'$

Fig. 3 Bending moment diagram $\overline{M}'$ of unit load acting on support C

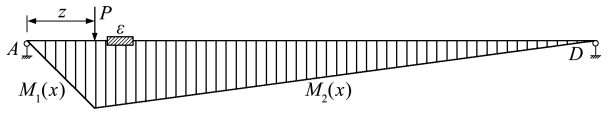


图4 弯矩图 $M_P$

Fig. 4 Bending moment diagram $M_P$

图 2～图 4 中弯矩 $\overline{M}$，$\overline{M}'$ 和移动荷载 $P$ 作用下的弯矩 $M(x)$ 以及由图乘法求得 $\delta_{11}$，$\delta_{12}$ 和 $\delta_{22}$ 值的表达式为

$$\begin{cases}\overline{M}_1(x)=\dfrac{x(L_2+L_3)}{L_1+L_2+L_3} & (x\in[0,L_1])\\ \overline{M}_2(x)=\dfrac{L_1+L_2+L_3-x}{L_1+L_2+L_3}L_1 & (x\in[L_1,L_1+L_2+L_3])\end{cases}\tag{3}$$

$$\begin{cases}\overline{M}_3(x)=\dfrac{xL_3}{L_1+L_2+L_3} & (x\in[0,L_1+L_2])\\ \overline{M}_4(x)=\dfrac{L_1+L_2+L_3-x}{L_1+L_2+L_3}(L_1+L_2) & (x\in[L_1+L_2,L_1+L_2+L_3])\end{cases}\tag{4}$$

$$\begin{cases}M_1(x)=\dfrac{L_1+L_2+L_3-z}{L_1+L_2+L_3}Px & (x\in[0,z])\\ M_2(x)=\dfrac{L_1+L_2+L_3-x}{L_1+L_2+L_3}Pz & (x\in[z,L_1+L_2+L_3])\end{cases}\tag{5}$$

$$\delta_{11}=\int\frac{\overline{M}^2}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\Big(\int_0^a\overline{M}_1^2\mathrm{d}x+\int_{a+\varepsilon}^{L_1}\overline{M}_1^2\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_1+L_2+L_3}\overline{M}_2^2\mathrm{d}x\Big)+\frac{1}{kEI}\int_a^{a+\varepsilon}\overline{M}_1^2\mathrm{d}x\tag{6}$$

$$\delta_{12}=\int\frac{\overline{M}\overline{M}'}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\Big(\int_0^a\overline{M}_1\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{a+\varepsilon}^{L_1}\overline{M}_1\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_1+L_2}\overline{M}_2\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3}\overline{M}_2\overline{M}_4\mathrm{d}x\Big)+\frac{1}{kEI}\int_a^{a+\varepsilon}\overline{M}_1\overline{M}_3\mathrm{d}x\tag{7}$$

$$\delta_{22}=\int\frac{\overline{M}'^2}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\Big(\int_0^a\overline{M}_3^2\mathrm{d}x+\int_{a+\varepsilon}^{L_1}\overline{M}_3^2\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_1+L_2}\overline{M}_3^2\mathrm{d}x+\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3}\overline{M}_4^2\mathrm{d}x\Big)+\frac{1}{kEI}\int_a^{a+\varepsilon}\overline{M}_3^2\mathrm{d}x\tag{8}$$

由于 $\Delta_{1P}$ 和 $\Delta_{2P}$ 计算时会随损伤和移动荷载 $P$ 位置的改变而不同，所以支座反力影响线分为两种不同的情况。

(1) 当损伤在跨内时

因为 $P$ 作用在损伤左右两侧的计算公式相似，所以以 $P$ 作用在损伤的左侧时 ($z\leqslant a$) 为例，$\Delta_{1P}$ 和 $\Delta_{2P}$ 为

$$-\Delta_{1P}=\int\frac{M_P\overline{M}}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\Big\{\int_0^z M_1\overline{M}_1\mathrm{d}x+\int_z^a M_2\overline{M}_1\mathrm{d}x+\int_{a+\varepsilon}^{L_1}M_2\overline{M}_1\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_1+L_2+L_3}M_2\overline{M}_2\mathrm{d}x\Big\}+\frac{1}{kEI}\int_a^{a+\varepsilon}M_2\overline{M}_1\mathrm{d}x\tag{9}$$

$$-\Delta_{2P}=\int\frac{M_P\overline{M}'}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\left\{\int_0^z M_1\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_z^a M_2\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{a+\varepsilon}^{L_1+L_2}M_2\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3}M_2\overline{M}_4\mathrm{d}x\right\}+\frac{1}{kEI}\int_a^{a+\varepsilon}M_2\overline{M}_3\mathrm{d}x \quad (10)$$

(2) 当损伤在支座旁时

损伤在支座旁时即损伤的右侧和支座位置重合，此时 $a=L_1-\varepsilon$。与上相同，以 $P$ 作用在损伤的左侧时 ($z\leqslant a$) 为例，$\Delta_{1P}$ 和 $\Delta_{2P}$ 为

$$-\Delta_{1P}=\int\frac{M_P\overline{M}}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\left\{\int_0^z M_1\overline{M}_1\mathrm{d}x+\int_z^a M_2\overline{M}_1\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_1+L_2+L_3}M_2\overline{M}_2\mathrm{d}x\right\}+\frac{1}{kEI}\int_a^{L_1}M_2\overline{M}_1\mathrm{d}x \quad (11)$$

$$-\Delta_{2P}=\int\frac{M_P\overline{M}'}{EI}\mathrm{d}x=\frac{1}{EI}\left\{\int_0^z M_1\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_z^a M_2\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{L_1}^{L_1+L_2}M_2\overline{M}_3\mathrm{d}x+\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3}M_2\overline{M}_4\mathrm{d}x\right\}+\frac{1}{kEI}\int_a^{L_1}M_2\overline{M}_3\mathrm{d}x \quad (12)$$

根据损伤和移动荷载 $P$ 的位置把相应式(6～12)代入式(2)，求得最终的 $X_B$ 值。

支座反力影响线理论上是一条由无数个点依次连接成的线，而在实际运用过程中，为减少移动荷载加载次数和支座反力影响线数据的数量，将梁等分成 $n-1$ 个单元，$n$ 个节点，使移动荷载等间距加载在各节点上，并通过依次记录下各支座反力值，得到数据较少的支座反力影响线。具体的节点分布如图 5 所示。

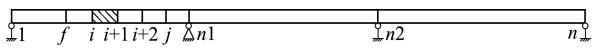


图 5　节点分布

Fig. 5　Node distribution

图 5 梁下方的数字和字母代表节点编号，从左到右，从 1 依次递增到 $n$。$i$ 和 $i+1$ 表示损伤单元两侧的节点，$f$ 代表节点 $i$ 左侧未损伤单元处的节点，$j$ 代表节点 $i+2$ 右侧未损伤单元处的节点，$n_1$ 和 $n_2$ 分别表示不同中间支座处的节点。

采用中心差分法求支座反力影响线各节点的曲率，公式如下，

$$X''_m=(X_{m+1}+X_{m-1}-2X_m)/\varepsilon^2 \quad (13)$$

式中 $m$ 为节点号，$\varepsilon$ 为相邻节点之间的长度，$X_m$ 为 $P$ 荷载作用于节点 $m$ 的支座反力。节点 1 和节点 $n$ 由于不存在 $X_{m-1}$ 和 $X_{m+1}$，所以这两节点的曲率直接取 0，即 $X''_1=X''_n=0$。

### 2.1　损伤定位

为了简化本文的公式，令 $c_1$ 和 $c_2$ 代表公式中含有的常量，具体如下：

$$c_1=P(\delta_{22}L_2-\delta_{12}L_3+\delta_{22}L_3) \quad (14)$$

$$c_2=(L_1+L_2+L_3)(\delta_{12}^2-\delta_{11}\delta_{22}) \quad (15)$$

(1) 当损伤单元在跨内时，损伤定位指标 $D$ 有以下规律。

在节点 $f$ 时(损伤单元的左侧)，$f$ 取值范围为 $f\in[2,i-1]$，

$$D_f=X''_f-X''_{f-1}=\frac{\varepsilon c_1}{c_2EI} \quad (16)$$

在节点 $i$ 时，

$$D_i=X''_i-X''_{i-1}=\frac{c_1[3a(1-k)+\varepsilon(1+5k)]}{6c_2kEI} \quad (17)$$

在节点 $i+1$ 时，

$$D_{i+1}=X''_{i+1}-X''_i=\frac{\varepsilon c_1(5k+1)}{6c_2kEI} \quad (18)$$

在节点 $i+2$ 时，

$$D_{i+2}=X''_{i+2}-X''_{i+1}=\frac{c_1[3a(k-1)+2\varepsilon(4k-1)]}{6c_2kEI} \quad (19)$$

在节点 $j$ 时(损伤单元的右侧)，$j$ 取值范围为 $j\in[i+3,n_1-1]$，

$$D_j=X''_j-X''_{j-1}=\frac{c_1\varepsilon}{c_2EI} \quad (20)$$

从本文跨内单元损伤时损伤定位指标的规律可以看出，在未受损单元处节点的曲率差为一个定值，即在节点 $f$ 和节点 $j$ 处的 $D$ 为定值，在受损位置(节点 $i$，节点 $i+1$ 和节点 $i+2$ 位置)该值发生了变化。所以只要计算支座反力相应 $D$ 值，画出图形，根据图形上发生了变化的点，即可判断发生损伤的单元位置。

(2) 当损伤单元在中间支座旁时，损伤定位指标 $D$ 有以下规律。

在节点 $f$ 时(损伤单元的左侧)，$f$ 取值范围为 $f\in[2,i-1]$，具体值与式(16)相同。

在节点 $i$ 时，

$$D_i=X''_i-X''_{i-1}=\frac{c_1[3L_1(1-k)+2\varepsilon(4k-1)]}{6c_2kEI} \quad (21)$$

在节点 $i+1$ 时 ($i+1=n_1$)，

$$D_{i+1}=X''_{i+1}-X''_i=-P\varepsilon\left\{\delta_{12}L_3(1+5k)+\delta_{22}\left\{k[L_1-4(L_2+L_3)]-L_2-L_3\right\}\right\}\Big/(6c_2kEI) \quad (22)$$

在节点 $i+2$ 时，

$$D_{i+2}=X''_{i+2}-X''_{i+1}=-P\{3(k-1)[L_1L_3(\delta_{12}-\delta_{22})-\delta_{22}L_1L_2]+5k\varepsilon(\delta_{12}L_3-\delta_{22}L_1)+\varepsilon[\delta_{12}L_3-\delta_{22}(L_2+L_3)]\}/(6c_2kEI) \tag{23}$$

在节点 $j$ 时(损伤单元的右侧)，$j$ 取值范围为 $j\in[i+3,n_2]$，

$$D_j=X''_j-X''_{j-1}=-\frac{P\varepsilon(\delta_{12}L_3+\delta_{22}L_1)}{c_2EI} \tag{24}$$

从本文支座旁单元损伤的五种情况可知，两跨未受损单元节点处(节点 $f$ 和节点 $j$)曲率差分值为两个定值。未发生损伤时，由于支座的影响，节点 $i+1$ 和节点 $i+2$ 处曲率差分值有所改变，而节点 $i$ 位置处曲率差分值没改变($k=1$ 时，式(16)与式(21)相同)；有损伤时，节点 $i$、节点 $i+1$ 和节点 $i+2$ 处的值都发生了变化，因此可以根据此处曲率差分值变化的数目来判断是否发生损伤，也可以根据 $D$ 值图是否有凸起凹下来判断。所以只要计算出支座反力相应 $D$ 值，画出图形，根据图形上发生了变化的点，即可判断出损伤单元的位置。

将支座反力影响线曲率作差分，得到支座反力影响线曲率差分损伤定位指标 $D$ 为

$$D=[D_2\quad D_3\quad\cdots\quad D_m\quad\cdots\quad D_{n-1}\quad D_n]=[X''_2-X''_1\quad X''_3-X''_2\quad\cdots\quad X''_m-X''_{m-1}\quad\cdots\quad X''_{n-1}-X''_{n-2}\quad X''_n-X''_{n-1}] \tag{25}$$

式中 $n$ 为节点数目，1 号节点位于连续梁左端支座，$n$ 号节点位于连续梁右端支座，节点数目连续，从 1 到 $n$ 依次增加。由于不存在 $X''_0$，所以没有节点 1 的 $D$ 值。

### 2.2 损伤程度定量

根据计算的 $D$ 值结果，可以将损伤程度定量的计算方法按损伤单元位置分为三类情况，具体如下。

(1) 当损伤单元为边跨单元时

此时 $a=0$，由于 $a+\varepsilon$ 为 2 节点位置，$D_2=X''_2-X''_1$，而 $X''_1$ 假定为零，所以为了避免支座的影响，选用 $D_3$。根据式(19,20)有

$$\frac{D_3}{D_j}=\frac{3a(k-1)+2\varepsilon(4k-1)}{6\varepsilon k}=\frac{4k-1}{3k} \tag{26}$$

通过式(26)变形后，可得到损伤程度 $D_e$，具体如下，

$$D_e=1-k=1-\frac{1}{4-3(D_3/D_j)} \tag{27}$$

右侧边单元损伤时可将支座反力影响线值逆序后按左侧边单元损伤计算。

(2) 当损伤为跨中单元时

根据式(16,18)，变形化简后，可得到损伤程度 $D_e$，具体如下，

$$D_e=1-k=1-\frac{1}{6(D_{i+1}/D_j)-5} \tag{28}$$

式中 $D_j$ 和 $D_f$ 两者相等，所以式(28)也可用 $D_f$ 替换 $D_j$。

(3) 当损伤在中间支座旁单元时，以损伤单元在中间支座左侧为例。

根据式(16,22,24)组合化简后，可得到损伤程度 $D_e$，具体如下，

$$D_e=1-k=1-\frac{1}{6(D_{i+1}/D_f)-(4D_f+D_j)/D_f} \tag{29}$$

当损伤单元在中间支座的右侧时，只需要将式(29)的 $D_f$ 和 $D_j$ 互换位置。

## 3 算 例

### 3.1 三跨连续梁

三跨连续梁的跨径布置为 50 cm+75 cm+50 cm，5 cm 划分一个单元，共 35 个单元，如图 6 所示。图 6 梁上方的数字为单元编号，下方的数字为节点编号，支座旁的数字代表支座编号。梁横截面尺寸 $b\times h=6\ \text{cm}\times 3\ \text{cm}$，材料的弹性模量为 $2.7\times10^3$ MPa，密度为 1200 kg/m$^3$。

由于实际桥梁结构中的损伤，如裂纹的产生、材料腐蚀或弹性模量的降低，一般只会引起结构刚度减小，而对结构的截面尺寸大小和质量影响较小。故在结构中，单元的损伤通过降低弹性模量来模拟。用有限元软件建立结构模型，移动荷载 $P=1$ N，设定单元 1、单元 10 和单元 18 发生损伤，具体的结构损伤工况列入表 1，上述损伤单元位于梁的支座和跨中附近，而这些位置的剪力和弯矩值相较于其他部位更大，所以更容易发生损伤。

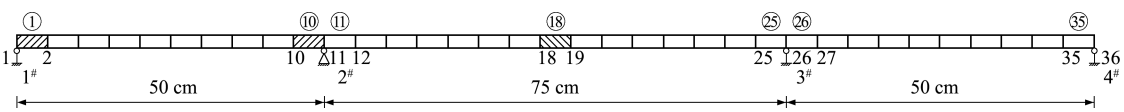


图 6 三跨连续梁模型

Fig. 6 Three span continuous beam model

表 1　三跨连续梁单元损伤工况

Tab. 1　Element damage condition of a three span continuous beam

| 工况 | 损伤单元刚度降低/% | | |
|---|---|---|---|
| | 单元 1 | 单元 10 | 单元 18 |
| 1 | 20 | 30 | — |
| 2 | 30 | 30 | 30 |

工况 1 的损伤定位指标 $D$ 值图如图 7 所示。图 7 较为明显的一处突变在节点 10、节点 11 和节点 12，意味着这附近存在损伤，而节点 10、节点 11 和节点 12 分别对应理论上的节点 $i$、节点 $i+1$ 和节点 $i+2$，所以可以判断出单元 10 损伤，这与设定损伤单元相符。在节点 2 和节点 3 也存在不太明显的突变，且 4# 的 $D$ 值相较于其他支座，在该处的突变不明显。这一方面是因为该处的损伤较小，同时整体 $D$ 值的数值波动较大，从而掩盖了该位置的损伤；另一方面是支座离损伤位置越远，损伤引起支座反力变化也会越小，因此出现了 4# 的 $D$ 值对该处损伤不敏感。在实际的桥梁测量过程中，可以采用隔跨布置支座反力测点来避免支座离损伤较远对损伤不敏感的情况；通过画局部的 $D$ 值图来突出损伤以及规避其他 $D$ 值的影响。图 8 为 2# 的局部 $D$ 值图，可以明显观察到节点 2 和节点 3 为突变点。正常的损伤都会引起三个节点的 $D$ 值发生突变，但对于边单元损伤，如 1 号单元损伤，由于 1 号单元无左侧点 $D$ 值，所以只有节点 2 和 3 两个突变点。因此可以判断单元 1 也存在损伤。工况 1 在节点 26 左右发生了突变是因为支座的影响，但从突变点个数只有两个可判断该支座处没有损伤。同理，工况 2 从图 9 可判断出单元 1、单元 10 和单元 18 处有损伤。同样作出 2# 在单元 1 处的局部 $D$ 值图，如图 10 所示，可以看出单元 1 存在损伤。

两种工况都采用 2# 的 $D$ 值，并根据损伤单元位置对其损伤程度进行计算，具体结果列入表 2。工况 1 取两个不同支座的 $D$ 进行计算，从结果可以看出，用距离损伤部位较远支座的 $D$ 计算会对结果产生较大的误差。所以在选用支座计算损伤程度时，选用的支座不宜离损伤位置太远。

损伤定位指标判断的损伤情况和设定工况相同，说明损伤定位指标在损伤定位上具有可行性。从本文两种多损伤工况的 $D$ 值判断结果可知，该指标对等截面连续梁多单元损伤的损伤程度能够准确识别。

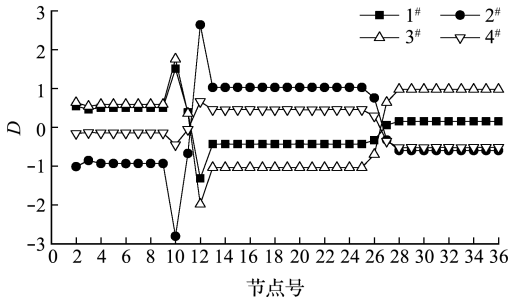


图 7　三跨连续梁工况 1 的 $D$ 值图

Fig. 7　D-value diagram of three span continuous beam under condition 1

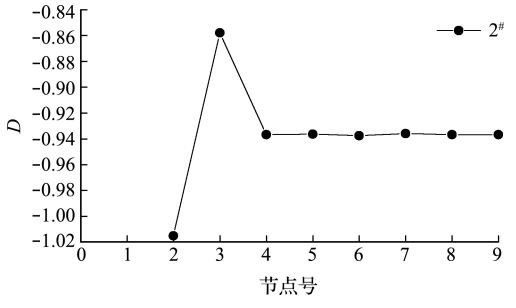


图 8　2# 局部 $D$ 值图

Fig. 8　Local D-value diagram of 2#

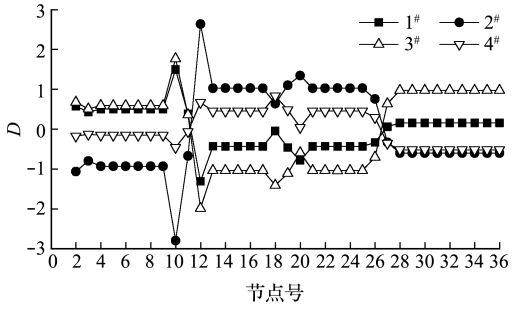


图 9　三跨连续梁工况 2 的 $D$ 值图

Fig. 9　D-value diagram of three span continuous beam under condition 2

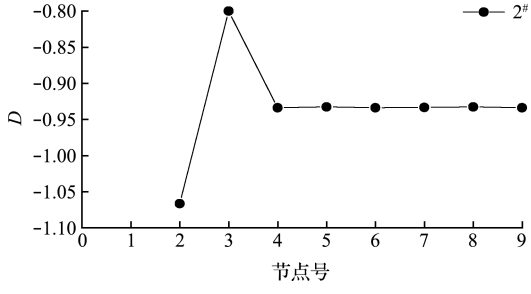


图 10　2# 局部 $D$ 值图

Fig. 10　Local D-value diagram of 2#

表 2 三跨连续梁损伤单元的损伤程度计算结果

Tab. 2 Calculation results of damage degree of damage element for three span continuous beam

| 损伤工况 | 损伤单元 | 计算公式 | 计算支座 | 数据 | | | | $D_e$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $D_3$ | $D_f$ | $D_{i+1}$ | $D_j$ | |
| 工况 1 | 1 | 27 | 2# | −0.8580 | — | — | −0.9364 | 0.201 |
| | | | 4# | −0.1384 | — | — | −0.1496 | 0.183 |
| | 10 | 29 | 2# | — | −0.9364 | −0.6768 | 1.0248 | 0.301 |
| | | | 4# | — | −0.1496 | −0.0604 | 0.4512 | 0.305 |
| 工况 2 | 1 | 27 | 2# | −0.8000 | — | — | −0.9340 | 0.301 |
| | 10 | 29 | 2# | — | −0.9340 | −0.6736 | 1.0248 | 0.298 |
| | 18 | 28 | 2# | — | — | 1.0980 | 1.0248 | 0.300 |

### 3.2 四跨连续梁

在三跨连续梁算例的基础上，对某四跨等截面连续梁工程实例进行分析，探究该方法对实际工程是否具有实用性。某四跨混凝土连续梁的跨径布置为 20 m＋30 m＋30 m＋20 m，2 m 划分一个单元，共 50 个单元，有限元模型如图 11 所示，图 11 梁上圆圈的数字为单元编号，梁下数字为节点编号，支座旁的数字为支座编号。四跨连续梁采用小箱梁截面，尺寸如图 12 所示，采用 C50 混凝土。

移动荷载 $P=1$ kN，设定桥梁的单元 10、单元 18 和单元 33 同时发生损伤，具体的损伤工况列入表 3，损伤单元的设定和三跨连续梁算例的原因相同。

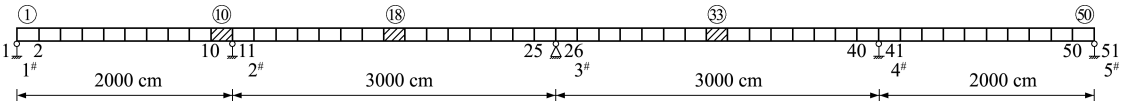


图 11 四跨等截面连续梁

Fig. 11 Four span continuous beam of uniform cross section

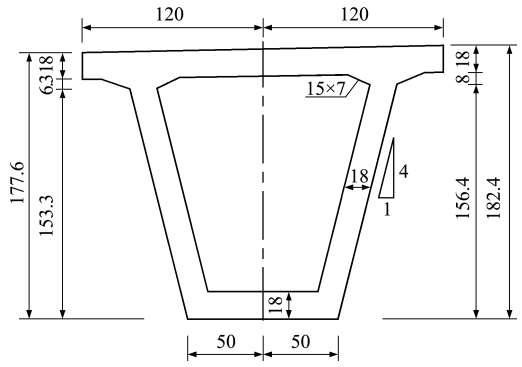


图 12 横截面尺寸(单位：cm)

Fig. 12 Cross section size (unit: cm)

表 3 四跨连续梁单元损伤工况

Tab. 3 Element damage condition of four span continuous beam

| 工况 | 损伤单元刚度降低/% | | |
|---|---|---|---|
| | 单元 10 | 单元 18 | 单元 33 |
| 1 | 30 | 30 | 30 |
| 2 | 10 | 30 | 20 |

四跨连续梁的算例选取了 2# 和 4# 隔跨支座的 $D$ 值图，从图 13 可以判断出单元 10、单元 18 和单元 33 发生了损伤；从图 14 也可以判断出单元 10、单元 18 和单元 33 发生了损伤。从图 14 的 4# 值来看，单元 10 的损伤不是很明显，但 2# 值却可以较为清楚地识别，这也说明通过选取隔跨支座 $D$ 值的方法能避免因支座远离损伤位置而对损伤不敏感的问题。两种工况都采用 2# 的 $D$ 值，并根据损伤单元位置对其损伤程度进行计算，具体结果列入表 4。

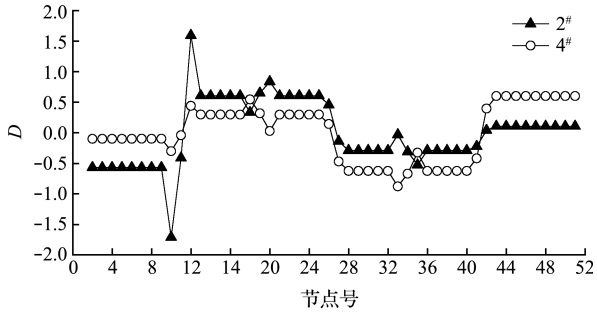


图 13 四跨连续梁工况 1 的 $D$ 值图

Fig. 13 D-value diagram of four span continuous beam under condition 1

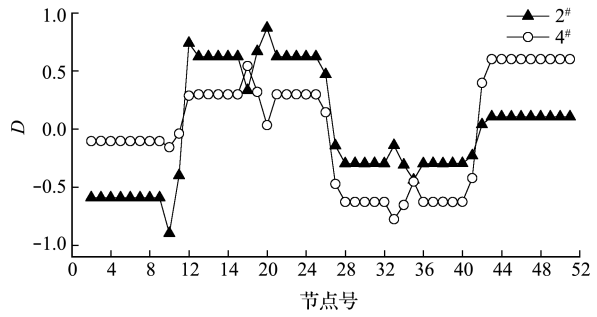


图 14 四跨连续梁工况 2 的 $D$ 值图

Fig. 14 D-value diagram of four span continuous beam under condition 2

表 4　四跨连续梁损伤单元的损伤程度计算结果

Tab. 4　Calculation results of damage degree of damage element for four span continuous beam

| 损伤工况 | 损伤单元 | 计算公式 | 计算支座 | 数据 | | | | $D_e$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $D_3$ | $D_f$ | $D_{i+1}$ | $D_j$ | |
| 工况 1 | 10 | 29 | 2# | — | −0.5710 | −0.4160 | 0.6040 | 0.300 |
| | 18 | 28 | 2# | — | — | 0.6478 | 0.6040 | 0.303 |
| | 33 | 28 | 2# | — | — | −0.3115 | −0.2930 | 0.296 |
| 工况 2 | 10 | 29 | 2# | — | −0.5923 | −0.4005 | 0.6228 | 0.098 |
| | 18 | 28 | 2# | — | — | 0.6678 | 0.6225 | 0.304 |
| | 33 | 28 | 2# | — | — | −0.3103 | −0.2975 | 0.205 |

两种工况的损伤判断都和实际设定损伤单元相同，说明该方法对工程实例损伤位置的识别也有良好的效果。根据推导的公式对损伤单元进行损伤程度计算，计算得到的结果与设定的损伤程度基本相同，说明该损伤程度计算方法对四跨等截面连续梁工程实例也具有实用性。

## 4　结　论

（1）基于支座反力影响线曲率差分的等截面连续梁损伤识别方法，不需要桥梁损伤前的信息；以三跨不等跨等截面连续梁做理论推导，发现支座反力影响线曲率差分值在损伤位置发生突变，根据支座反力影响线曲率差分曲线的突变，可以判别出结构的损伤位置。根据理论损伤位置的曲率差分值的变化规律，推导出了各位置损伤程度的计算方法。

（2）用三跨连续梁以及四跨连续梁工程实例证明了支座反力影响线曲率差分的损伤定位具有可行性，针对曲线图中突变不明显的问题，采用局部详图的解决方法；对不同部位设定的理论损伤值和识别得到的损伤程度进行比较，两者的数值相近，说明该损伤程度定量方法具有可靠性。

（3）在实际的桥梁中，一般采用千斤顶来测量支座反力，但在精度方面还存在不足，测量步骤也较为麻烦，因此有必要开发一种精度更高和测量更方便的支座反力测量系统。另外，支座反力影响线曲率差分的方法目前仅针对各单元独立损伤的情况，对于相邻多单元同时损伤和一个单元内部局部损伤情况还有待进一步研究。

## 参考文献（References）：


[1] Feng Z Q, Lin Y, Wang W Z, et al. Probabilistic updating of structural models for damage assessment using approximate Bayesian computation[J]. *Sensors*, 2020, **20**(11): 3197.

[2] Feng Z Q, Ye Z T, Wang W Z, et al. Structural model identification using a modified electromagnetism-like mechanism algorithm[J]. *Sensors*, 2020, **20**(17): 4789.

[3] Jassim Z A, Ali N N, Mustapha F, et al. A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2013, **31**: 442-461.

[4] Curadelli R O, Riera J D, Ambrosini D, et al. Damage detection by means of structural damping identification. [J]. *Engineering Structures*, 2008, **30**(12): 3497-3504.

[5] Dutta A, Talukdar S. Damage detection in bridges using accurate modal parameters[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, **40**(3): 287-304.

[6] Cawley P, Adams R D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies [J]. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 1979, **14**(2): 49-57.

[7] 唐盛华，苏彬建，方　志，等. 基于均匀荷载面曲率的简支裂纹梁损伤识别[J]. 计算力学学报，2019，**36**(6)：792-799.（TANG Sheng-hua, SU Bin-jian, FANG Zhi, et al. Damage identification of cracked simply supported beam based on uniform load surface curvature[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2019, **36**(6): 792-799. (in Chinese)）

[8] Le V T, Goo N S. Dynamic characteristics and damage detection of a metallic thermal protection system panel using a three-dimensional point tracking method and a modal assurance criterion[J]. *Sensors*(*Basel, Switzerland*), 2020, **20**(24): 7185.

[9] Pandey A K, Biswas M. Damage detection in structures using changes in flexibility[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, **169**(1): 3-17.

[10] Liu X, Lieven N A J, Escamilla-Ambrosio P J. Frequency response function shape-based methods for structural damage localisation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, **23**(4): 1243-1259.

[11] Salawu O S. Detection of structural damage through changes in frequency: A review[J]. *Engineering Structures*, 1997, **19**(9): 718-723.

[12] Breccolotti M, Franceschini G, Materazzi A L. Sensitivity of dynamic methods for damage detection in structural concrete bridges[J]. *Shock and Vibration*,

2004,**11**:752013.

[13] Kim J T,Park J H,Lee B J. Vibration-based damage monitoring in model plate-girder bridges under uncertain temperature conditions[J]. *Engineering Structures*,2007,**29**(7):1354-1365.

[14] Nogal M,Lozano-Galant J A,Turmo J,et al. Numerical damage identification of structures by observability techniques based on static loading tests[J]. *Structure and Infrastructure Engineering*,2016,**12**(9):1216-1227.

[15] Banan M R,Hjelmstad K D. Parameter estimation of structures from static response. I. computational aspects[J]. *Journal of Structural Engineering*,2015,**120**(11):3243-3258.

[16] Zhu S Y,Chen Z W,Cai Q L,et al. Locate damage in long-span bridges based on stress influence lines and information fusion technique[J]. *Advances in Structural Engineering*,2014,**17**(8):1089-1102.

[17] Abdo M A B. Parametric study of using only static response in structural damage detection [J]. *Engineering Structures*,2012,**34**:124-131.

[18] Tang J P,Chiou D J,Chen C W,et al. Retracted:A case study of damage detection in benchmark buildings using a Hilbert-Huang Transform-based method[J]. *Journal of Vibration and Control*,2011,**17**(4):623-636.

[19] 王艺霖,张 平,安新梅.基于竖向支座反力的两跨连续梁桥损伤定位方法[J].中国公路学报,2014,**27**(4):79-84,105.(WANG Yi-lin,ZHANG Ping,AN Xin-mei. Two-span continuous bridge damage localization method based on vertical support reaction[J]. *China Journal of Highway and Transport*,2014,**27**(4):79-84,105.(in Chinese))

[20] 唐盛华,楚加庆,方 志,等.基于均布荷载挠度曲率的梁结构损伤识别方法[J].力学季刊,2019,**40**(3):549-559.(TANG Sheng-hua,CHU Jia-qing,Fang Zhi,et al. Damage identification method of beam structure based on uniform load deflection curvature [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*,2019,**40**(3):549-559.(in Chinese))

[21] 李春良,林志豪,王方彦,等.三跨变高度连续梁桥的精确损伤识别[J].铁道学报,2019,**41**(12):96-105.(LI Chun-liang,LIN Zhi-hao,WANG Fang-Yan,et al. Accurate damage identification of three-span varying depth continuous girder bridge[J]. *Journal of the China Railway Society*,2019,**41**(12):96-105.(in Chinese))

[22] 王艺霖.基于曲率的单跨梁损伤定位新指标[J].工业建筑,2013,**43**(8):19-23.(WANG Yi-lin. New damage localization indicator for single-span beams based on curvature[J]. *Industrial Construction*,2013,**43**(8):19-23.(in Chinese))

# Damage identification method of continuous beam with uniform cross section based on curvature difference of support reaction influence line

TANG Sheng-hua*, ZHANG Jia-qi, LIU Yu-xiang, CHENG Peng

(Key Laboratory of Dynamics and Reliability of Structures,College of Hunan Province, College of Civil Engineering and Mechanics,Xiangtan University,Xiangtan 411105,China)

**Abstract**:In order to identify the damage of a continuous beam of uniform cross-section only by using only the damage state information,the support reaction influence line (SRIL) formula of a three-span unequal span continuous beam under a moving load was deduced. It was found that the curvature difference curve of SRIL would change suddenly at the damage position. Based on this phenomenon,a damage location method was proposed, and a calculation method of damage degree was further established,which can accurately quantify the damage degree. Through the simulation analysis of a three span continuous beam and a four span continuous beam in real engineering examples,it is proved that the damage location and quantitative method of SRIL curvature difference index is valid for damage identification of uniform cross-section continuous beam.

**Key words**: uniform section continuous beam; support reaction; influence line; curvature difference; damage identification;quantification of damage degree

**引用本文**/Cite this paper:

唐盛华,张佳奇,刘宇翔,等.基于支座反力影响线曲率差分的等截面连续梁损伤识别方法[J].计算力学学报,2022,**39**(4):427-434.

TANG Sheng-hua,ZHANG Jia-qi,LIU Yu-xiang,et al. Damage identification method of continuous beam with uniform cross section based on curvature difference of support reaction influence line[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*,2022,**39**(4):427-434.