

DOI: 10.7511/jslx20210122004

考虑损伤效应的悬索非线性共振响应分析

郑攀攀, 赵珧冰*, 吴先强

(华侨大学 土木工程学院, 厦门 361021)

摘要: 悬索在其施工、运营和维护阶段会不可避免地遭受损伤, 导致振动特性发生改变。本文基于哈密顿变分原理, 引入与损伤程度、范围和位置相关的三个无量纲参数, 建立损伤效应影响下悬索面内动力学模型, 并推导其无穷维的非线性动力学微分方程。利用高阶多尺度法得到系统发生主共振响应时的幅频响应方程及稳态解。数值算例表明, 悬索线性和非线性共振响应特性与损伤效应密切相关。悬索一旦发生损伤, 其张力减小, 垂跨比增加, 将形成新的静力构形。受损悬索的固有频率将下降, 且随着损伤程度增加而进一步减小。损伤会导致悬索正/反对称模态频率的交点发生偏移, 影响系统内共振响应特性; 损伤会引发系统振动特性发生明显定量和定性改变, 但是垂跨比不同, 其共振响应特性受损伤影响会有明显区别; 损伤甚至会直接改变系统稳态响应幅值以及稳定解的数量, 导致系统产生明显大幅振动, 影响结构安全。

关键词: 悬索; 损伤效应; 共振响应; 多尺度法; 稳态解

中图分类号: O346.5; O32

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2022)04-0420-07

1 引言

索结构因其轻质、高强和造型优美等优点, 近年来在大跨度空间结构、航空航天领域和海洋工程中应用极其普遍^[1]。但由于索结构所处的自然环境较为复杂, 在风、雨、温度和外荷载等多因素作用下, 不可避免地会出现结构受损, 属于典型的易损结构^[2]。然而早期损伤具有较大隐蔽性, 常规损伤检测难以准确识别, 加上温度变化等外界因素影响, 导致损伤识别难度更大^[3]。事实上, 部分索结构在其施工、运营和维护阶段处于一定程度的损伤状态, 从而导致其振动特性发生改变。因此, 全面描述索结构在损伤后的动力学行为虽难度较大, 但无论是对于理论分析还是工程实践, 均有重大意义。

近年来, 研究人员从理论研究和工程实践等方面对损伤后的索结构开展了相关研究。Lepidi等^[4]通过引入损伤程度、范围和位置三个基本参数来系统描述悬索损伤效应, 建立了损伤悬索静力学模型。Bouaanani^[5]则采用有限差分法探究了损伤位置和损伤范围对悬索模态的影响。Zhu等^[6]基于数值方法, 分析了损伤对索梁结构动力学性能的影响, 发现斜拉索损伤会引起索梁系统动态特性显

著变化。Sun等^[7]对钢丝腐蚀分布模型、腐蚀速率和腐蚀拉索力学模型进行了研究。研究表明, 随着腐蚀时间的增加, 拉索的张力垂度和固有频率将出现明显变化。王立彬等^[8]通过推导拉索损伤后的索力和线形公式来分析损伤拉索的等效弹性模量。兰成明等^[9]对已经服役18年的拉索平行钢丝进行承载力评定, 发现拉索腐蚀钢丝屈服强度和极限应变都有所降低, 但对于弹性模量而言, 腐蚀钢丝与未腐蚀钢丝基本相同。Xu等^[10]建立了受损钢丝绳力学模型和平面内自由振动的控制方程。研究表明, 拉索断丝对短索的静态特性有显著影响, 同时拉索断丝数量增加, 其固有频率随之降低。Liu等^[11]通过实验研究了桥梁钢丝绳在腐蚀、微动和疲劳耦合作用下的行为, 发现微动疲劳会促进腐蚀介质和钢丝之间的接触, 使得钢丝表面的裂纹扩展, 钢丝失效, 导致钢丝绳寿命降低。

上述研究大多集中于损伤后索的静力学特性、材料特性、频率和模态等方面。此外, 对于裂纹梁^[12]、索网^[13]、粘弹性薄板和开孔浅球壳^[14]等结构, 众多学者对其损伤后的振动特性亦开展了系统研究。然而对于索这类典型的非线性系统而言, 已有研究表明, 温度变化等因素导致其参数的微小变化可能引发系统共振响应特性的显著改变^[15,16], 而从非线性动力学的角度分析损伤对索共振响应特性的影响则鲜有报道。因此, 本文引入损伤程度、范围和位置三个参数, 利用Hamilton变分原理, 推

收稿日期: 2021-01-22; 修改稿收到日期: 2021-06-24.

基金项目: 国家自然科学基金(11602089); 华侨大学中青年
教师科研提升资助计划(ZQN-YX505)资助项目.

作者简介: 赵珧冰*(1988-), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师
(E-mail: Ybzhao@hqu.edu.cn).

导了损伤悬索的非线性运动微分方程,基于 Galerkin 法^[17],建立损伤悬索离散后无穷维动力学方程。以主共振为例,采用高阶多尺度法求解其共振响应近似解及幅频响应方程。最后通过数值算例探究损伤效应对不同垂跨比悬索非线性主共振响应的影响。

2 损伤悬索的动力学建模

假定悬索由均匀连续的弹性材料构成,且只考虑索横截面上均匀分布的拉应力和拉应变,忽略剪切刚度和抗弯刚度。损伤悬索无应力状态下的构形如图 1 所示,采用弧坐标 s 贯穿悬索全长, EA 表示轴向刚度, $EA_d(s)$ 为悬索的残余轴向刚度。其中 $A_d(s)$ 为悬索锈蚀后的残余截面面积,通过借鉴锈蚀钢筋测量截面面积的方法可以得到^[18]。本文为了研究方便,假设锈蚀部分的悬索残余截面面积相等。悬索损伤区域为 $[a_1, a_2]$, L_0 为悬索无应力状态下的索长。

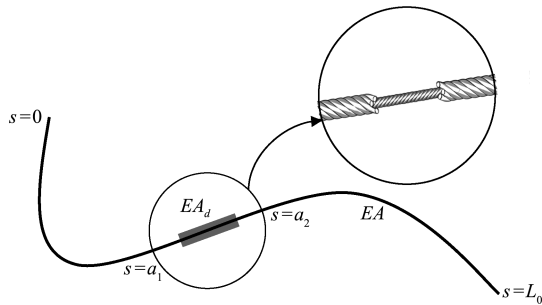


图1 损伤悬索无应力状态下的构形

Fig.1 Unstressed configuration of damaged cable

引入以下三个无量纲参数来定义悬索的损伤程度、范围和位置^[4],

$$\eta = \frac{EA - EA_d(s)}{EA}, \delta = \frac{a_2 - a_1}{L_0}, \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2L_0} \quad (1)$$

悬索损伤程度在整个索长上的变化用分段函数(2)表示,

$$\zeta(x) = \begin{cases} \eta & (a_1 < s < a_2) \\ 0 & (\text{其他区域}) \end{cases} \quad (2)$$

损伤会使得悬索形成新的静力构形,导致张力减小,垂度增大。故引入悬索水平张力折减系数 χ^2 和垂度增大系数 κ^2 ^[4],

$$H_d = \chi^2 H, b_d = \kappa^2 b \quad (3)$$

式中 $H_d(H)$ 和 $b_d(b)$ 分别为损伤(无损伤)悬索的初始水平张力和垂度,通过求解其静力学平衡方程可以得到。

2.1 运动微分方程

如图 2 所示为悬索的初始构形、损伤后的静态

构形以及动态构形, $u(x, t)$ 和 $v(x, t)$ 分别为轴向和竖向的位移分量。基于哈密顿变分原理,引入与悬索损伤效应相关的无量纲参数 χ^2 和 κ^2 以及 $\zeta(x)$, 可得损伤悬索的面内非线性运动微分方程^[4]

$$m\ddot{u} + c_u\dot{u} - EA[1 - \zeta(x)] \left[u' + \kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v')^2 \right]' = 0 \quad (4)$$

$$m\ddot{v} + c_v\dot{v} - \chi^2 H v'' - EA[1 - \zeta(x)] (\kappa^2 y'' + v'') \times \left[u' + \kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v')^2 \right]' = p_v \cos(\Omega t) \quad (5)$$

式中 $\dot{\square}$ 表示对时间 t 的求导, \square' 表示对坐标 x 的求导, m, c_v 和 c_u 分别为悬索单位长度质量和阻尼系数, p_v 为激励幅值, Ω 为激励频率。初始状态和损伤状态下悬索的静力构形均可采用抛物线来表示, $y(x) = 4b(L-x)x/L^2$, 其中 $b = mgL^2/8H$, L 为悬索跨径。

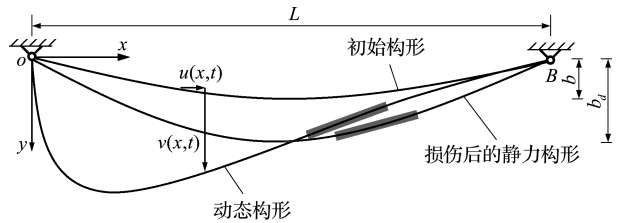


图2 悬索构形及其特性

Fig.2 Cable's configurations and characteristics

该非线性系统的边界条件和连续条件为

$$u(0) = 0, u_1^- = u_1^+, u_2^- = u_2^+, u(L) = 0 \\ v(0) = 0, v_1^- = v_1^+, v_2^- = v_2^+, v(L) = 0 \quad (6)$$

式中 $u_j^\pm = \lim_{\gamma \rightarrow 0} u(a_j \pm \gamma)$, $v_j^\pm = \lim_{\gamma \rightarrow 0} v(a_j \pm \gamma)$, $\gamma > 0$, $j = 1, 2$ 。

由索轴向张力平衡可得

$$EA\epsilon_1^- = EA(1 - \eta)\epsilon_1^+, EA(1 - \eta)\epsilon_2^- = EA\epsilon_2^+ \quad (7)$$

式中 ϵ_1 和 ϵ_2 为悬索的拉格朗日应变。

基于拟静态拉伸假设,并结合方程(7)得到损伤悬索轴向应变的拟静态解,即

$$\epsilon(x, t) = e(t) / [1 - \zeta(x)] \quad (8)$$

式中 $e(t)$ 是一个只与时间 t 相关的量。

对式(8)从 $0 \sim L$ 积分并引入边界条件(6)可得

$$e(t) = \frac{1 - \eta}{1 - \eta(1 - \delta)} \int_0^L \left[\kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v')^2 \right] dx \quad (9)$$

因此,损伤悬索面内运动方程可以简化为

$$m\ddot{v} + c_v\dot{v} - \chi^2 H v'' - \frac{EA}{L} (\kappa^2 y'' + v'') \left[\frac{1 - \eta}{1 - \eta(1 - \delta)} \right] \times \int_0^L \left[\kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v')^2 \right] dx = p_v \cos(\Omega t) \quad (10)$$

引入以下无量纲参数

$$\begin{aligned} v^* &= \frac{v}{L}, \quad \omega^* = \frac{\omega}{L}, \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad t^* = \sqrt{\frac{g}{8b}} t \\ c_v^* &= \sqrt{\frac{8b}{g}} \frac{c_v}{m}, \quad \Omega_v^* = \sqrt{\frac{8b}{g}} \Omega_v, \quad p_v^* = \frac{p_v L}{H}, \quad \Theta = \frac{EA}{H} \end{aligned} \quad (11)$$

因此,式(10)可变换为

$$\ddot{v} + c_v \dot{v} - \chi^2 v'' - \Theta(\kappa^2 y'' + v'') \left[\frac{1-\eta}{1-\eta(1-\delta)} \right] \times \int_0^1 \left[\kappa^2 y' v' + \frac{1}{2} (v')^2 \right] dx = p_v \cos(\Omega t) \quad (12)$$

式中 悬索无量纲静态构形可表示为 $y(x) = 4f(1-x)x$, $f = b/L$ 为悬索垂跨比。倘若不考虑损伤效应 ($\chi^2 = \kappa^2 = 1, \eta = \delta = 0$), 式(12)可以退化为经典的悬索面内非线性运动微分方程。

2.2 Galerkin 离散

采用 Galerkin 法对式(12)进行无穷维离散, 面内运动的位移函数可表示为

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) \varphi_n(x) \quad (13)$$

式中 N 为模态离散数目, $q_n(t)$ 为坐标函数, $\varphi_n(x)$ 为 n 阶模态函数。将式(13)代入式(12)可得

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n + 2\mu_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Gamma_{nij} q_i q_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \Lambda_{nijh} q_i q_j q_h = p_n \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (14)$$

式中

$$2\mu_n = c_v, \quad p_n = \int_0^1 p_v \varphi_n(x) dx$$

$$\omega_n^2 = -\chi^2 \int_0^1 \varphi_n''(x) \varphi_n(x) dx - \kappa^4 \Theta \left[\frac{1-\eta}{1-\eta(1-\delta)} \right] \times \int_0^1 y''(x) \left[\int_0^1 y'(x) \varphi_n'(x) dx \right] \varphi_n(x) dx$$

$$\Gamma_{nij} = -\kappa^2 \Theta \left[\frac{1-\eta}{1-\eta(1-\delta)} \right] \int_0^1 \left[\varphi_j''(x) \int_0^1 y'(x) \varphi_i'(x) dx \right] \varphi_n(x) dx - \frac{\kappa^2}{2} \Theta \left[\frac{1-\eta}{1-\eta(1-\delta)} \right] \times$$

$$\int_0^1 y''(x) \left[\int_0^1 \varphi_i'(x) \varphi_j'(x) dx \right] \varphi_n(x) dx$$

$$\Lambda_{nijh} = -\frac{\Theta}{2} \left[\frac{1-\eta}{1-\eta(1-\delta)} \right] \times$$

$$\int_0^1 \left[\varphi_j''(x) \int_0^1 \varphi_i'(x) \varphi_h'(x) dx \right] \varphi_n(x) dx$$

3 摄动分析

摄动分析是采用摄动方法求得方程的近似解, 通过引入一个小参数作为摄动量, 然后假设解可以

按照小参数的幂级展开。本文采用摄动法的高阶多尺度法(小参数的幂级为 4)来求解悬索单模态非线性主共振响应的近似解, 引入新的独立时间变量 $T_n = \epsilon^m t$ ($m = 0, 1, 2, 3, 4$), 可知

$$q_n(t, \epsilon) = \sum_{m=0}^4 \epsilon^m q_{nm}(T_0, T_1, T_2, T_3, T_4) \quad (15)$$

式中 ϵ 为无量纲小参数。

外激励频率和固有频率通过引入调谐参数表示

$$\Omega = \omega_n + \epsilon^2 \sigma_{n1} + \epsilon^4 \sigma_{n2} \quad (16)$$

式中 ω_n 为固有频率, σ_{n1} 和 σ_{n2} 为两个调谐参数, 总的调谐参数可表示为

$$\sigma_n = \sigma_{n1} + \sigma_{n2} \quad (17)$$

采用高阶多尺度法^[15]求解方程(14), 可得

$$\sigma_{n1} = \frac{9\omega_n^2 \Lambda_{nnnn} - 10\Gamma_{nnn}^2 a_n^2}{24\omega_n^3} \mp \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_n^2}{a_n^2 \omega_n^2} - 4\mu_n^2} \quad (18)$$

$$\sigma_{n2} = -\frac{\sigma_{n1}^2}{2\omega_n} - \frac{\mu_n^2}{\omega_n} -$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{335\Gamma_{nnn}^4}{1728\omega_n^7} - \frac{143\Gamma_{nnn}^2 \Lambda_{nnnn}}{192\omega_n^3 \omega_n^2} - \frac{3\Lambda_{nnnn}^2}{8\omega_n^3} \right) a_n^4 \pm \\ & \sqrt{\frac{\mu_n^2 p_n^2}{4a_n^2 \omega_n^4} - 4\mu_n^2 a_n^4 \left(\frac{19\Gamma_{nnn}^2}{72\omega_n^4} - \frac{3\Lambda_{nnnn}}{16\omega_n^2} \right)^2 + \frac{p_n^2 \Gamma_{nnn}^4 a_n^2}{81\omega_n^{10}}} \end{aligned} \quad (19)$$

此时, 稳态响应可表示为

$$\begin{aligned} q_n(t) &= a_n \cos(\Omega_n t - \gamma_n) + \frac{a_n^2 \Gamma_{nnn}}{6\omega_n^2} \cos(2\Omega_n t - 2\gamma_n) - \\ & \frac{a_n^2 \Gamma_{nnn}}{2\omega_n^2} + a_n^3 \left(\frac{\Gamma_{nnn}^2}{48\omega_n^4} + \frac{\Lambda_{nnnn}}{32\omega_n^2} \right) \cos(3\Omega_n t - 3\gamma_n) + \\ & a_n^4 \left(\frac{59\Gamma_{nnn}^3}{432\omega_n^6} - \frac{31\Gamma_{nnn} \Lambda_{nnnn}}{96\omega_n^4} \right) \cos(2\Omega_n t - 2\gamma_n) + \\ & a_n^4 \left(\frac{\Gamma_{nnn}^3}{432\omega_n^6} + \frac{\Gamma_{nnn} \Lambda_{nnnn}}{96\omega_n^4} \right) \cos(4\Omega_n t - 4\gamma_n) + \\ & a_n^4 \left(-\frac{19\Gamma_{nnn}^3}{72\omega_n^6} + \frac{5\Gamma_{nnn} \Lambda_{nnnn}}{8\omega_n^4} \right) + \frac{2\mu_n \Gamma_{nnn}}{9\omega_n^3} a_n^2 \times \\ & \sin(2\Omega_n t - 2\gamma_n) + \frac{2p_n \Gamma_{nnn}}{9\omega_n^4} a_n \cos(2\Omega_n t - \gamma_n) \end{aligned} \quad (20)$$

式中 a_n 为响应幅值, t 为时间, γ_n 为相位,

$$\gamma_n = \tan^{-1} \left[-\frac{2\mu_n}{\sqrt{p_n^2/a_n^2 \omega_n^2 - 4\mu_n^2}} \right] \quad (21)$$

4 算例分析

数值算例中悬索的各项物理参数分别为 $L = 200$ m, $A = 7.069 \times 10^{-2}$ m², $E = 200$ GPa, $\rho = 7800$ kg/m³, $g = 9.81$ m/s²。无量纲的激励幅值和阻尼系数分别为 0.003 和 0.005。

假设恒定的损伤范围 $\delta = 0.3$ 以及损伤位置

$\alpha=0.5$,图3为三种损伤程度下($\eta=0.2,0.4,0.6$),悬索前四阶模态频率 ω/π 与Irvine参数 λ^2 的关系曲线。可以看出,当悬索出现损伤后,前四阶频率均明显减小,损伤和频率之间呈明显的负相关;且随着损伤程度 η 的增大,各阶模态频率减小的程度加剧,损伤程度与频率减小程度呈正相关。对于反对称模态频率,随着Irvine参数 λ^2 的增大

(即初始张力减小,垂跨比增加),损伤对频率的影响逐渐减小;对于正对称模态频率,随着Irvine参数 λ^2 增加,损伤对频率的影响呈现出先减小再增大再减小的关系。如图3(b,c)可以看出,正/反对称模态频率之间存在交点,然而在损伤影响下交点的位置出现明显的偏移,可见损伤对悬索的内共振响应有明显影响。

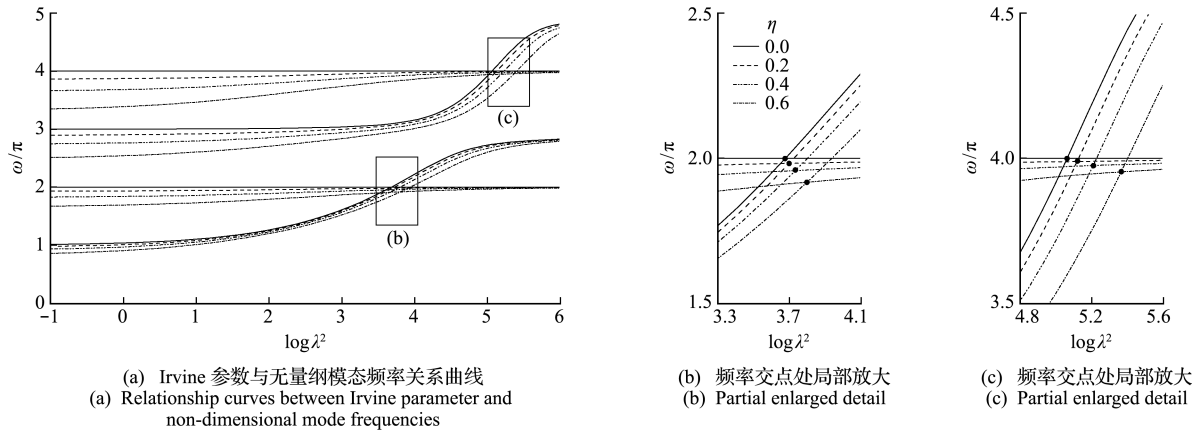


图3 损伤对模态频率的影响
Fig. 3 Damage effects on mode frequencies

考察三组损伤强度($\eta=0,0.3$ 和 0.6)和三组损伤范围($\delta=0,0.3$ 和 0.6)下悬索的共振响应特性,此时损伤位置 α 统一取为 0.5 。由于悬索非线性振动特性与其垂跨比密切相关,因此图4给出了六组垂跨比条件下,非线性系统发生主共振响应时的幅频响应曲线,图中实线为稳定解,虚线为不稳定解。

如图4(a)所示,首先对于悬索垂跨比 $f=0.006$,倘若不考虑损伤效应,幅频响应曲线向右偏转,系统展现出硬弹簧特性,此时系统最多存在三个解,其中两个稳定,一个不稳定。随着悬索损伤强度不断增加,曲线向右偏转程度减弱,系统硬弹簧特性降低。在相同调谐参数下,振幅随着损伤强度增强而增加。同样,对比损伤程度 $\eta=0.6$ 的两条曲线,随着损伤范围的不断增加,系统向右偏转程度亦不断下降,而共振响应幅值不断增加。图4(b)的悬索垂跨比增大至 0.01 ,此时无损伤系统同样展现出明显的硬弹簧特性。而当损伤强度以及损伤范围不断增加时,系统的幅频响应曲线将先向左再向右偏转。在小振幅范围内,系统首先展现出软弹簧特性,而在大幅振动区间,系统又再次展现出硬弹簧特性。此时系统存在五个解,其中三个稳定,两个不稳定,而大幅振动幅值受损伤的影响更为明显。由此可见,损伤将导致悬索共振响应特性

产生明显定性和定量的改变。

如图4(c,d)所示,当悬索垂跨比为 0.015 和 0.02 时,悬索均展现出先软后硬的弹簧特性。且随着损伤程度和范围增大,幅频响应曲线向右偏转程度降低。可以明显看出,垂跨比为 0.02 时损伤对悬索振动特性的影响大于垂跨比为 0.015 时。悬索垂跨比继续增大至 0.025 ,如图4(e)所示,此时除未损伤外,悬索均展现出先软后硬的弹簧特性,且随着损伤强度增加以及损伤范围增大,系统多解区域明显增大。尤其是大幅振动区间,系统振幅在损伤影响下呈明显增大的趋势。图4(f)中,悬索垂跨比继续增加至 0.03 ,系统均展现出明显的硬弹簧特性,随着损伤强度和范围增加,幅频响应曲线向右偏转程度降低。倘若垂跨比继续增加,损伤效应对振动特性影响将逐渐下降,且均展现出明显的硬弹簧特性,不再赘述。

为了进一步描述损伤对悬索共振响应特性的影响,采用四阶龙格库塔法,给定不同的初始条件,直接对非线性运动微分方程(14)进行求解。当垂跨比为 0.025 时,图5给出了无损和损伤悬索发生共振响应时的时程曲线、相位图、庞加莱截面以及频率谱。如图4(e)所示,当悬索发生损伤时($\eta=0.6, \delta=0.3$),在 $\sigma=-0.4$ 处,系统将出现多解(三个)现象。而无损情况下,系统有且仅有一个稳

定解。对比图 5 的时程曲线和相位图,选择合适的初始条件,损伤状态下系统将展现出三个稳态解,

其相位幅值大小与图 4(e)一致。而无损状态下,无论初始条件如何选取,系统始终展现出一个稳态

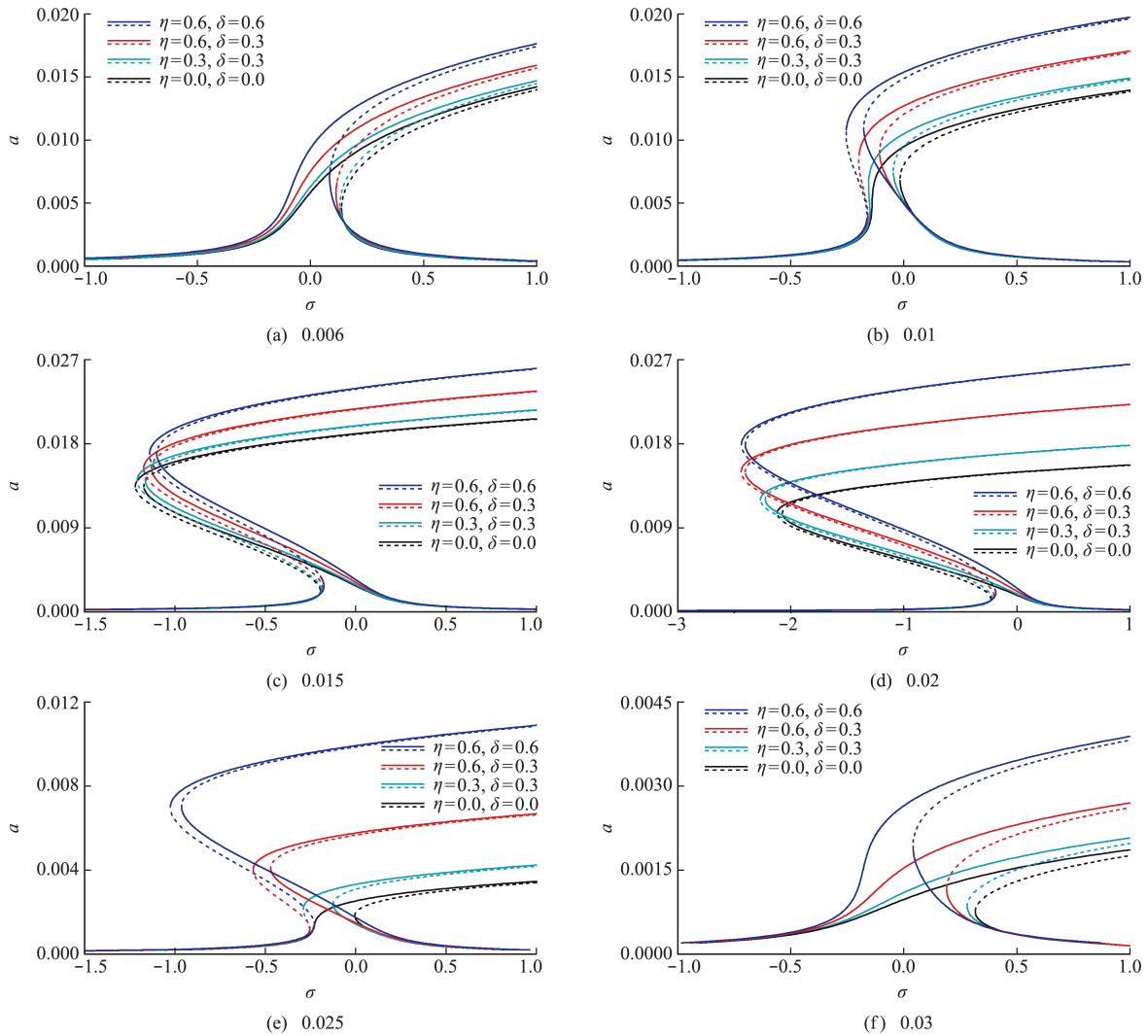


图 4 损伤对悬索幅频响应曲线的影响

Fig. 4 Damage effects on frequency response curves of the suspended cable

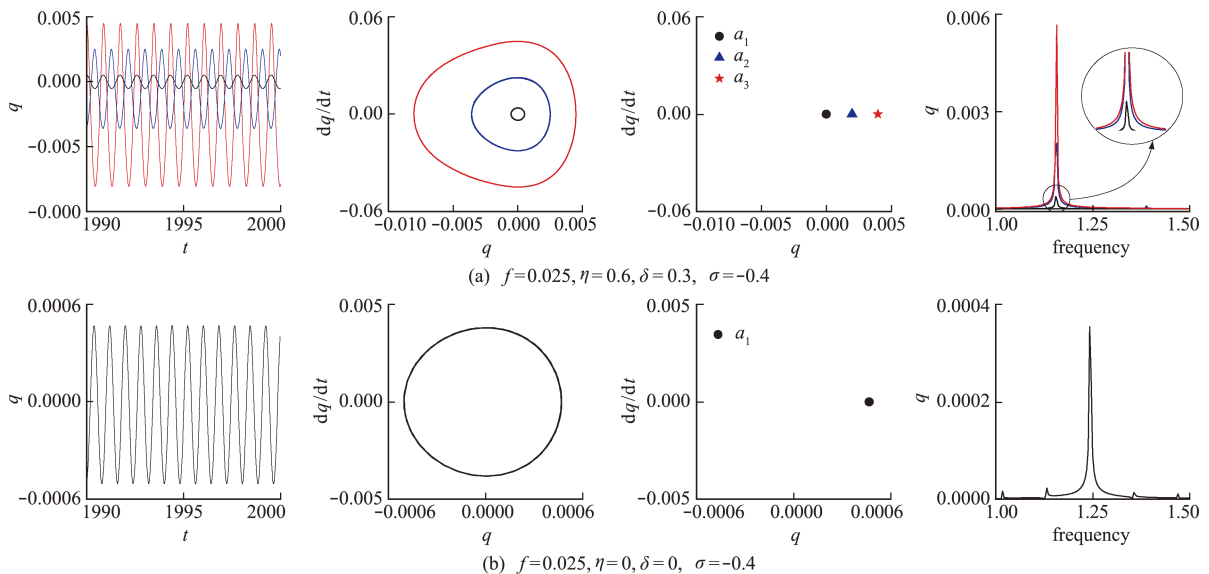


图 5 考虑损伤影响的时程曲线、相位图、庞加莱截面以及频率谱

Fig. 5 Damage effects on time history curves, phase portraits, Poincaré sections and frequency spectrums

解。对应的庞加莱截面和频率谱也同样说明了这个结论,损伤状态下庞加莱截面分别有三个独立的点,对应的频率谱中有三个峰值,而无损伤状态下均只有一个。由此可见,损伤可能改变系统稳态响应幅值及其稳态解的数量。

5 结 论

悬索一旦发生损伤,其张力减小,垂跨比增加,将形成新的静力构形。受损悬索的固有频率将随着损伤程度的增加而减小,且不同垂跨比悬索,其正/反对称模态频率受损伤影响程度区别明显。损伤使得正/反对称模态频率交点发生偏移,影响系统内的共振响应特性。当悬索垂跨比较小(如 0.006)或者大于某值(如 0.03)时,悬索硬弹簧特性将随着损伤程度和范围的增大而减弱。当悬索垂跨比介于两者之间时,系统先软后硬的弹簧特性也与损伤程度和范围密切相关,展现出定量和定性改变。损伤效应甚至会直接改变系统稳态响应幅值以及其解的数量,可能引发系统发生大幅振动,危害结构安全。

参考文献(References):

- [1] 康厚军,郭铁丁,赵跃宇,等.大跨度斜拉桥非线性振动模型与理论研究进展[J].力学学报,2016,48(3):519-535. (KANG Hou-jun, GUO Tie-ding, ZHAO Yue-yu, et al. Review on nonlinear vibration and modeling of large span cable-stayed bridge[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(3):519-535. (in Chinese))
- [2] 李兆霞,王滢,吴佰建,等.桥梁结构劣化与损伤过程的多尺度分析方法及其应用[J].固体力学学报,2010,31(6):731-756. (LI Zhao-xia, WANG Ying, WU Bai-jian, et al. Multi-scale modeling and analyses on structural deterioration and damage in long-span bridges and its application[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2010, 31(6):731-756. (in Chinese))
- [3] 李爱群,丁幼亮,王浩,等.桥梁健康监测海量数据分析与评估——“结构健康监测”研究进展[J].中国科学:技术科学,2012,42(8):972-984. (LI Ai-qun, DING You-liang, WANG Hao, et al. Analysis and assessment of bridge health monitoring mass data-progress in research/development of “Structural Health Monitoring”[J]. *Scientia Sinica(Technologica)*, 2012, 42(8):972-984. (in Chinese))
- [4] Lepidi M, Gattulli V, Vestroni F. Static and dynamic response of elastic suspended cables with damage[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(25-26):8194-8212.
- [5] Bouaanani N. Numerical investigation of the modal sensitivity of suspended cables with localized damage [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 292(3-5):1015-1030.
- [6] Zhu J, Ye G R, Xiang Y Q, et al. Dynamic behavior of cable-stayed beam with localized damage[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2011, 17(7):1080-1089.
- [7] Sun H H, Xu J, Chen W Z, et al. Time-dependent effect of corrosion on the mechanical characteristics of stay cable[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2018, 23(5):04018019.
- [8] 王立彬,王达,吴勇.损伤拉索的等效弹性模量及其参数分析[J].计算力学学报,2015,32(3):339-345. (WANG Li-bin, WANG Da, WU Yong. The equivalent elastic modulus of damaged cables and parameter analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, 32(3):339-345. (in Chinese))
- [9] 兰成明,李惠,鞠杨.平行钢丝拉索承载力评定[J].土木工程学报,2013,46(5):31-38. (LAN Cheng-ming, LI Hui, JU Yang. Bearing capacity assessment for parallel wire cables[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2013, 46(5):31-38. (in Chinese))
- [10] Xu J, Sun H H, Cai S Y. Effect of symmetrical broken wires damage on mechanical characteristics of stay cable[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 461:114920.
- [11] Liu Z X, Guo T, Han D G, et al. Experimental study on corrosion-fretting fatigue behavior of bridge cable wires[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2020, 25(12):04020104.
- [12] 杨晓,王天宇.基于裂纹附加模态的梁裂纹损伤识别方法[J].振动工程学报,2019,32(3):480-489. (YANG Xiao, WANG Tian-yu. Identification of crack damage for Euler-Bernoulli beam based on crack-induced additional mode[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2019, 32(3):480-489. (in Chinese))
- [13] 施刚,左勇志,郑敬杰,等.损伤因素对单层平面索网静力性能影响研究:有限元分析与试验验证[J].计算力学学报,2011,28(4):540-546. (SHI Gang, ZUO Yong-zhi, ZHENG Jing-jie, et al. The influence of damages on the static behavior of single-layer cable net: Finite element analysis and test verification[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, 28(4):540-546. (in Chinese))
- [14] 傅衣铭.损伤层合板壳非线性分析[M].北京:科学出版社,2010. (FU Yi-ming. *Nonlinear Analyses of Laminated Plates and Shells with Damage*[M]. Beijing: Science Press, 2010. (in Chinese))

- [15] Zhao Y B, Peng J, Zhao Y Y, et al. Effects of temperature variations on nonlinear planar free and forced oscillations at primary resonances of suspended cables [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, **89**(4): 2815-2827.
- [16] 赵珧冰, 孙测世. 温度变化对端部激励斜拉索共振响应影响[J]. 计算力学学报, 2017, **34**(5): 644-649. (ZHAO Yao-bing, SUN Ce-shi. Temperature effects on the resonance responses of the stay cables under support excitation[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(5): 644-649. (in Chinese))
- [17] 闵光云, 刘小会, 孙测世, 等. 两种离散方法对覆冰四分裂导线舞动特征的影响[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(1): 15-20. (MIN Guang-yun, LIU Xiao-hui, SUN Ce-shi, et al. Influence of two discrete methods on galloping characteristics of iced quad bundle conductor[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(1): 15-20. (in Chinese))
- [18] Gu X L, Guo H Y, Zhou B B, et al. Corrosion non-uniformity of steel bars and reliability of corroded RC beams [J]. *Engineering Structures*, 2018, **167**: 188-202.

Nonlinear resonant response of suspended cables considering damage effects

ZHENG Pan-pan, ZHAO Yao-bing*, WU Xian-qiang
(College of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: Suspended cables are inevitably damaged during construction, operation and maintenance, which leads to changes in vibration characteristics. Based on the Hamilton's principle, three dimensionless parameters of damage intensity, extent and position are introduced here. The in-plane nonlinear dynamic model of the suspended cables considering the damage is established, and the infinite dimensional dynamic differential equation can be obtained. The amplitude-frequency response equation and steady-state solutions are obtained by using the higher-order multi-scale method. Numerical examples show that the linear and nonlinear resonance response characteristics of the suspended cables are closely related to damage effects. Once a suspended cable is damaged, its tension decreases and the sag increases, and a new static configuration is generated. The natural frequencies of the damaged cable decreases with the increase of the damage intensity. Damage effects make the crossover point between the symmetric and antisymmetric mode frequencies shift and the internal resonant responses could be affected. The vibration characteristics of the system are changed quantitatively and qualitatively due to the damage effects, and the resonant response characteristics are significantly affected by damage with different sag-to-span ratios. The damage effect can even directly change the amplitude of the steady-state response and the number of stable solutions, causing large amplitude and endangering the safety of the structures.

Key words: suspended cable; damage effect; resonant response; multiple scales method; steady-state solution

引用本文/Cite this paper:

郑攀攀, 赵珧冰, 吴先强. 考虑损伤效应的悬索非线性共振响应分析[J]. 计算力学学报, 2022, **39**(4): 420-426.

ZHENG Pan-pan, ZHAO Yao-bing, WU Xian-qiang. Nonlinear resonant response of suspended cables considering damage effects [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(4): 420-426.