

基于斐波那契数积分计算非等径颗粒视角系数

包涛^{1,2}, 高若晗^{1,2}, 谭援强^{*1,2}

(1. 华侨大学 制造工程研究院, 厦门 361021;

2. 脆性材料产品智能制造技术国家地方联合工程研究中心, 厦门 361021)

摘要: 热辐射是颗粒间热量传递的基本方式之一, 视角系数计算的效率和精度是颗粒热辐射数值模拟中的主要难点。本文采用斐波那契数列对非等径颗粒表面进行离散, 在此基础上计算视角系数, 并且对 ω 方向的积分使用非均匀变换以提高计算精度。结果表明, 在具有不同球体数的粉末床中, 用该方法计算的视角系数的相对误差为5%, 与传统的蒙特卡洛方法相比, 计算效率提升约30%。

关键词: 非等径颗粒; 视角系数; 斐波那契数列; 非均匀变换

中图分类号: O242.1

文献标志码: A

1 引言

粉末床在化学工程、核工业、粉末冶金和激光增材制造等许多科学和工业领域中起着重要作用。粉末床在实际工况中涉及许多物理现象, 包括颗粒材料的流动和压实、颗粒之间的能量传递以及颗粒的粘结和偏析机制^[1-3]。粉末床传热对零件成形质量具有重要影响, 引起了众多学者的关注^[4-6]。热传导、热对流和热辐射都有助于热传递, 尤其热辐射在高温下具有重要意义。如处于1100℃环境的碳化硅粉体体系内, 以热辐射方式进行的热通量占据热传递总量的35%; 如果将材料换为玻璃颗粒, 其占比将达到85%左右^[7]。在颗粒烧结和熔化时, 由于是局部输入能量, 粉末床中的热辐射更加重要。

粉末床中填充颗粒的多尺度使得监测变得极为困难, 因此, 很少有人对颗粒尺度进行热传导实验研究。通过数值模拟的方法可以更好地理解粉末床的传热机理^[8,10]。目前, 已经提出了基于有限元和离散元等许多颗粒间的传热模型, 还针对粉末床的有效导热系数提出了几种经验公式进行预测^[11,13]。然而, 在大规模或动态颗粒系统中, 颗粒之间的热辐射不能忽略。但现有热辐射模型在计算成本与准确性这两个方面不能同时达到数值模拟的要求。

粉末床热辐射研究常用的模拟方法可分为两

类。第一类是基于连续体的方法, 将粉末床视为多孔介质, 使用微分方程对边界条件进行描述。有研究表明, 由于热辐射强度的测量和计算仅在接近法线方向上一致, 基于连续体不能很好地对含有大颗粒的非等温粉末辐射特性进行模拟^[14]。第二类是基于离散的方法, 将热辐射视为颗粒表面之间发生的局部效应, 这样, 分析粉末床中热辐射的关键就转化为计算两个颗粒之间的热辐射通量。

采用Voronoi图方法研究和分析粉末床中的热辐射, 该方法考虑了包括热辐射在内的三种传热机制^[15-17]。但该方法的问题是无法对颗粒之间存在障碍物时的视角系数进行计算。使用射线追踪和蒙特卡罗等随机的方法和其他技术也可以对粉末床中的辐射特性进行计算^[10,18-20], 但计算结果的精度在很大程度上取决于所使用的射线数或采样点的分布, 因此难以获得高精度的结果, 而且要耗费很大的计算成本。

热辐射数值模拟的主要难点在于物体间视角系数的计算。卜昌盛等^[21]对颗粒间的传热进行了详细的分析, 并建立了一个考虑颗粒内部导热、颗粒粗糙表面传热和颗粒表面气膜与接触间气膜导热等多种因素的传热数值模型。陈宇杰^[22]针对颗粒间热辐射受到阻碍这一特征, 提出了考虑阻碍存在的颗粒间传热辐射的影响。该方法将阻碍物之间的复杂辐射情况进行简化, 逐一计算了颗粒间的辐射热通量。Feng等^[23,24]提出了一种高效和高精度的计算方法, 计算由相同大小球体组成的随机粉末床中球体之间的视角系数。该方法的局限性主要在于没有考虑粉末床中的颗粒粒径的差异。大多数工业应用中涉及的颗粒粒径不是单一的, 通常

收稿日期: 2022-02-24; 修改稿收到日期: 2022-04-12.

基金项目: 国家自然科学基金(11772135); 福建省引导性项目(2019H0018)资助项目.

作者简介: 谭援强* (1966-), 男, 博士, 教授
(E-mail: tanyq@hqu.edu.cn).

遵循高斯分布、双峰分布和多元分布。

本文是在 Feng 等^[23]工作的基础上,提出一种新的数值程序,用于计算粉末床中非等径颗粒之间的视角系数。首先采用斐波那契数列对非等径颗粒表面进行离散,并且在 z 方向上进行非均匀变换以提高计算精度,最后对计算精度和效率进行评估,并与现有文献的结果进行比对。

2 非等径颗粒间无障碍视角系数计算

2.1 有限曲面间视角系数的计算

对于两个任意 3D 凸型有限表面 A_1 和 A_2 , 曲面 A_1 发出的辐射能中落到表面 A_2 的百分数称为表面 A_1 对表面 A_2 的视角系数,记为 F_{1-2} 。同理也可以定义表面 A_2 对表面 A_1 的视角系数。分析从一个微元表面 dA_1 到另一个微元表面 dA_2 的视角系数,如图 1 所示。 x_1 和 x_2 分别为两微元中点在全局坐标系内的坐标, $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 分别为微元表面所在平面中心点的外法线单位向量, θ 和 φ 分别为辐射线与两外法线单位向量之间的夹角, 向量 $\mathbf{e}$ 为从点 x_1 指向点 x_2 的向量, 即 $\mathbf{e} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ 。

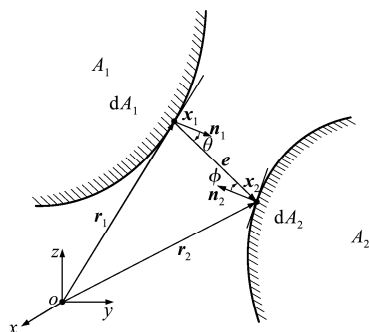


图 1 两个有限曲面间视角系数示意图

Fig. 1 View factor definition of two infinite surfaces

表面 A_1 对表面 A_2 的视角系数 F_{1-2} 表示为

$$F_{1-2} = \frac{1}{\pi A_1} \iint_{A_1} v(x_1, x_2) dy dz \cdot \iint_{A_2} g(x_1, x_2) dy dz \quad (1)$$

同理,也可以依据视角系数的定义,推导出表面 A_2 对表面 A_1 的视角系数为

$$F_{2-1} = (A_1/A_2) F_{1-2} \quad (2)$$

2.2 无障碍颗粒非等径颗粒间视角系数的计算

两表面间视角系数的计算公式是基于笛卡尔坐标系下的定积分函数。除一些简单的几何情况外,求解视角系数函数的解析解是极具挑战性的。

因此,本文使用了一个新的两颗粒间视角系数的计算公式,不仅减少了计算时间,还提高了计算精确度,与以往文献比较验证了该方法的可实现性和高效性。

假设一对半径分别为 r_1 和 r_2 的球形颗粒 ($r_1 \geq r_2$), 两颗粒间距可表示为 $g \geq 0$ 。两颗粒之间的视角系数可以简化为一个半径为 1 和一个半径为 r_2/r_1 两颗粒间的视角系数, 此时颗粒间距转换为 g/r_1 。假设 $p_1 = r_2/r_1$, $p_2 = g/r_1$, 可将讨论范围转换为一对半径分别为 1 和 p_1 , 以及其间距为 p_2 的一对颗粒之间的视角系数。在全局笛卡尔坐标下, 颗粒 S_1 的球心与坐标原点重合, 颗粒 S_2 的球心位于坐标点 $(0, 0, 1 + p_1 + p_2)$ 。

为了计算颗粒 S_1 对颗粒 S_2 的视角系数, 两颗粒分别沿 z 轴方向划分为三个区域, 如图 2 所示。

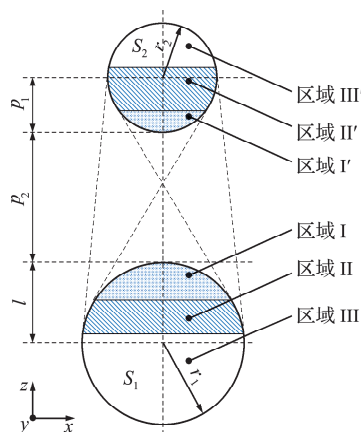


图 2 两颗粒中不同区域的划分

Fig. 2 Definition of three surface regions for each particle

颗粒 S_1 对颗粒 S_2 的视角系数可表示为^[23]

$$F = F_{S-1} + F_{S-2} \quad (3)$$

其中

$$F_{S-1} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{f(z_a)}{z_b} \right)^2 \right]^{-1} \right\} \quad (4)$$

$$F_{S-2} = \frac{1}{2\pi} \int_{z_a}^{z_b} f(z) \left[-\frac{\eta\lambda}{\xi^3} \sqrt{1-Q^2} + \Psi \tan^{-1} \left(\frac{\lambda}{\Psi\xi\eta} \sqrt{1-Q^2} \right) + \frac{\phi}{\xi^3} (\pi - \cos^{-1}Q) \right] dz \quad (5)$$

$$\begin{cases} \eta = \sqrt{z^2 + [f(z)]^2 - 1} \\ \phi = z f'(z) - f(z) \\ \xi = \sqrt{z^2 + [f(z)]^2} \\ \lambda = z + f'(z) f(z) \\ \Psi = \sqrt{1 + [f(z)]^2} \\ Q = \eta\phi/\lambda \\ f(z) = \sqrt{p_1^2 - (z - 1 - p_1 - p_2)^2} \end{cases} \quad (6)$$

通过求解定积分可以得到两颗粒间的视角系数的精确解, 并且计算结果由两个自变量决定, 即

$$F = F(p_1, p_2) \quad (7)$$

2.3 非等径颗粒的斐波那契积分

使用斐波那契数列原理对颗粒表面进行离散。此方法是将颗粒放置于圆柱坐标系中,在 $[0, 2\pi] \times [-r, r]$ 区域内将颗粒表面进行离散。因此,两颗粒间视角系数可以表示为

$$F_N(p_1, p_2) = \frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=0}^{N_F} \sum_{j=0}^{N_F} w_i w_j v(x_i, x_j) \times g(x_i, x_j) F_N(p_1, p_2) \quad (8)$$

式中 N_F 为斐波那契数,局部圆柱坐标系下的第 N_{F+1} 个离散点的坐标和加权分别表示为

$$\begin{aligned} \phi_i &= 2\pi i N'_F / N_F, \quad z_i = -r + (2i / N_F) r \\ w_i &= 4\pi r^2 / N_F \quad (i = 0, \dots, N_F) \end{aligned} \quad (9)$$

另外 $x_i = (\cos \phi_i, \sin \phi_i, z_i)$

$$x_j = (p_2 \cos \phi_j, p_2 \sin \phi_j, z_j + p_1 + p_2 + 1) \quad (10)$$

式中 N'_F 为小于 N_F 的下一个斐波那契数值。 ϕ 和 z 方向都是多次采样,但对于每个 z 采样, ϕ 方向上只有一次采样,反之亦然。

进一步研究表明,使用两点 ϕ_i 可以提高斐波那契积分的精度,从而得到一个修正的斐波那契方案,总共有 $2N_F$ 个采样点,而对于每个颗粒有效离散点只有 N_F 个^[23]。

$$F_N(p_1, p_2) = \frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=1}^{N_F} \sum_{j=1}^{N_F} w_i w_j v(x_i, x_j) \times [g(x_i, x_j) + g(x'_i, x'_j)] \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} x'_i &= [\cos(\phi_i + \pi), \sin(\phi_i + \pi), z_i] \\ x'_j &= (p_2 \cos(\phi_j + \pi), p_2 \sin(\phi_j + \pi), z_j + p_1 + p_2 + 1) \\ \phi_i &= 2\pi i N'_F / N_F, \quad w_i = 2\pi r^2 / N_F \end{aligned} \quad (12)$$

2.4 斐波那契积分的非均匀变换

在对两颗粒间视角系数计算时,除采用斐波那契数列原理对颗粒表面进行离散外,还引入非均匀变换以提高计算精度。

定义 $x \in [-a, a]$ 的函数 $f(x)$, 其定积分形式为

$$F = \int_{-a}^a f(x) dx \quad (13)$$

引入新的变量 x', x' 和 x 的关系可以定义为

$$x = \tau(x'), \quad x' \in [-a, a] \quad (14)$$

则式(13)可转换为

$$F = \int_{-a}^a f[\tau(x')] \frac{d\tau(x')}{dx'} dx' = \int_{-a}^a f[\tau(x)] \tau'(x) dx \quad (15)$$

上述非均匀变换方法应用于 z 方向积分,则修正后的变换方程 $\tau(z)$ 可表示为

$$\tau(z) = z + r \sin(\pi z / r) / \pi \quad (16)$$

式中 r 为球形颗粒的半径,对 $\tau(z)$ 求导可得

$$\tau'(z) = 1 + \cos(\pi z / r) / r \quad (17)$$

因此,计算视角系数的张量形式可写为

$$F_N(p_1, p_2) = \frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=1}^{N_F} \sum_{j=1}^{N_F} w_i w_j \tau'(z_i) \tau'(z_j) \times v(x_i, x_j) [g(x_i, x_j) + g(x'_i, x'_j)] \quad (18)$$

2.5 斐波那契积分方案的计算与验证

斐波那契数列积分方案的计算精度取决于使用的斐波那契数列项数的取值。本算例 N_F, p_1 和 p_2 的取值分别为 $N_F = \{13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610\}$, $p_1 = \{0.1, 0.3, 0.7, 1\}$, $p_2 = \{0, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 2, 4, 6, 8\}$ 。将计算结果与式(1)计算的精确值进行比较。在一定参数 p_1, p_2 和 F_N 条件下,斐波那契数列积分方案估算的两颗粒间的视角系数 $F_N(p_1, p_2)$ 与精确值 $F(p_1, p_2)$ 之间的相对误差如图3所示。

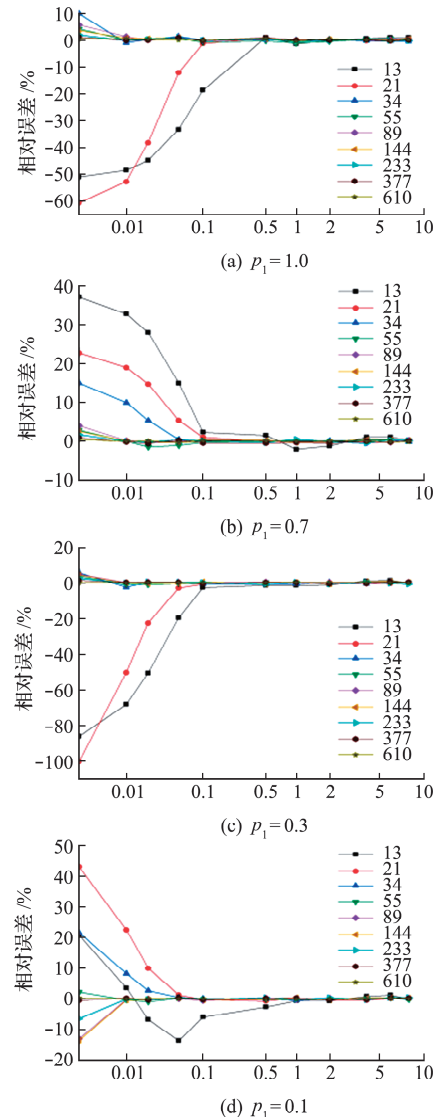


图3 不同 p_1 和 p_2 下,斐波那契数列积分获得两颗粒间视角系数的相对误差

Fig. 3 Relative errors of view factors obtained by the tensor product Fibonacci integration compared with the corresponding exact values for different p_1 and different p_2

可以看出,当 F_N 取为 55 时,已经可以获得较低的相对误差值(最大 5%)。

将 $p_1=1$ 作为特例,把计算结果和文献进行对比。如图 4 所示,明显看出当 $F_N=55$ 时,两种方法计算结果非常吻合。

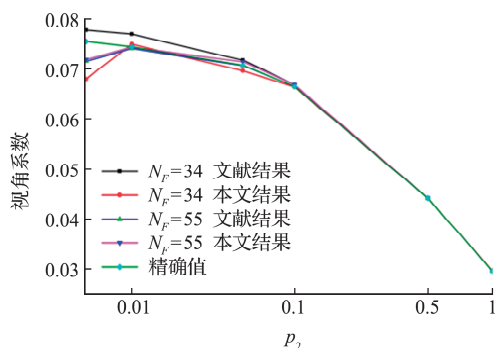


图 4 斐波那契数列积分法计算获得视角系数与文献对比^[22,23]

Fig. 4 Comparison of the view factor obtained between the present method and literature^[22,23]

3 非等径颗粒间存在阻碍颗粒视角系数的计算

实际颗粒体系中,两颗粒间可能会存在多个阻碍颗粒。本节考虑了两颗粒间存在第三个颗粒阻碍其视角情况下视角系数的计算。将粉末床中的所有颗粒视为两目标颗粒的障碍将耗费大量的计算成本,因此有必要减少搜索区域以更有效地检测障碍物。球心位于阴影搜索区域的颗粒有可能成为两个颗粒 S_1 和 S_2 的视角系数的阻碍颗粒,其中 $r_{\max}$ 表示颗粒体系中最大的颗粒半径,如图 5 所示。

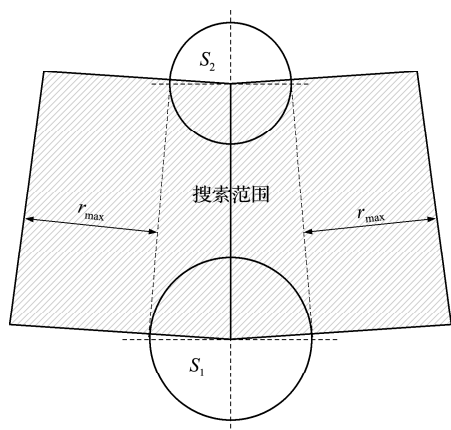


图 5 两颗粒间搜索中间阻碍颗粒的搜索范围

Fig. 5 Search area for evaluation of the view factor between two particles with obstacles

考虑两个颗粒 S_1 和 S_2 间存在一个阻碍颗粒

S_3 情况下其视角系数的估算,只需要添加判断两个样点连成的光线是否与阻碍颗粒表面相交即可。

3.1 光线阻碍检查

在图 6 中,假设光线从颗粒 S_1 表面上样点 x_1 指向颗粒 S_2 表面上样点 x_2 ,中间阻碍颗粒的球心坐标为 O_3 ,则阻碍颗粒球心距离光线之间的距离为

$$d_c = \|e \times r\| / \|e\| \quad (19)$$

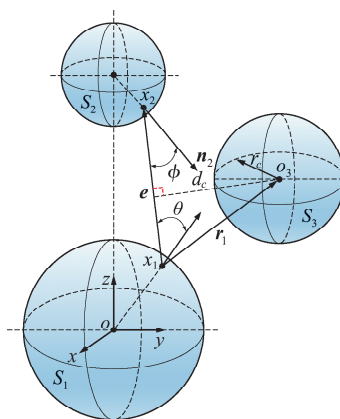


图 6 两颗粒间视角系数(中间存在一个阻碍颗粒)

Fig. 6 View factors between two non-equal diameter particles with one obstacle particle

若 $d_c < r_c$,则光线与第三颗粒表面相交,即此光线受第三颗粒阻碍。否则,再判断其他光线是否与第三颗粒表面相交,从而判断第三颗粒是否为其阻碍颗粒。

由此,提出视角阻碍函数 v_b ,添加第三颗粒 S_3 后,两颗粒间视角系数 $F_N(p_1, p_2, \Omega)$ 表示为

$$F_N(p_1, p_2, \Omega) = \frac{1}{\pi A_1} \sum_{i=1}^{N_F} \sum_{j=1}^{N_F} w_i w_j \tau'(z_i) \tau'(z_j) \times \\ v(x_i, x_j) [g(x_i, x_j) + g(x'_i, x'_j)] v_b(x_i, x_j, \Omega) \quad (20)$$

式中 Ω 为阻碍颗粒,且视角阻碍函数 v_b 可表示为

$$v_b(x_i, x_j, \Omega) = \begin{cases} 1 & \text{(when the ray intersects} \\ & \text{with an obstacle sphere)} \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (21)$$

3.2 计算和优化

为验证斐波那契数列积分法在两颗粒间存在第三颗粒情况下估算的适用性,本文计算了当 $N_F = \{34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987\}$ 情况下两颗粒间的视角系数。为了对估算结果进行系统化对比,设定第三颗粒 $r_c = p_1$,并假设第三颗粒始终与其他两颗粒相切接触。为方便讨论,规定 $F(p_1, p_2, \Omega)$ 表示受第三颗粒阻碍后获得的视角系数精确值, $F(p_1, p_2)$ 表示中间无阻碍颗粒的视角系数

精确值, $F(\Omega)$ 表示受第三颗粒阻碍而减少的视角系数精确值, 则

$$F(p_1, p_2, \Omega) = F(p_1, p_2) - F(\Omega) \quad (22)$$

在斐波那契数列积分估算中, 受第三颗粒阻碍后获得的视角系数估算值、中间无阻碍颗粒的视角系数估算值、受第三颗粒阻碍而减少的视角系数估算值分别表示为 $F_N(p_1, p_2, \Omega)$, $F(p_1, p_2)$ 和 $F_N(\Omega)$, 则

$$F_N(p_1, p_2, \Omega) = F_N(p_1, p_2) - F_N(\Omega) \quad (23)$$

当 F_N 值取足够大时, 估算值误差极小。因此

本文假设当 $F_N = 987$ 时获得的两颗粒间存在阻碍颗粒情况下获得的估算值 $F_N(p_1, p_2, \Omega)$ 即为精确值 $F(p_1, p_2, \Omega)$ 。

图 7 显示了当参数 $N_F = \{34, 55, 89, 144, 233, 377, 610\}$ 、 $p_1 = \{1, 0.7, 0.3, 0.1\}$ 且 $p_2 = \{0, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 2\}$ 情况下, 斐波那契数列积分法估算的两颗粒间视角系数 $F_N(p_1, p_2, \Omega)$ 与准确值 $F_N = 987(p_1, p_2, \Omega)$ 之间的相对误差。可以看出, 相对误差是不稳定的, 但是当 $F_N = 55$ 时, 其相对误差始终小于 6%。

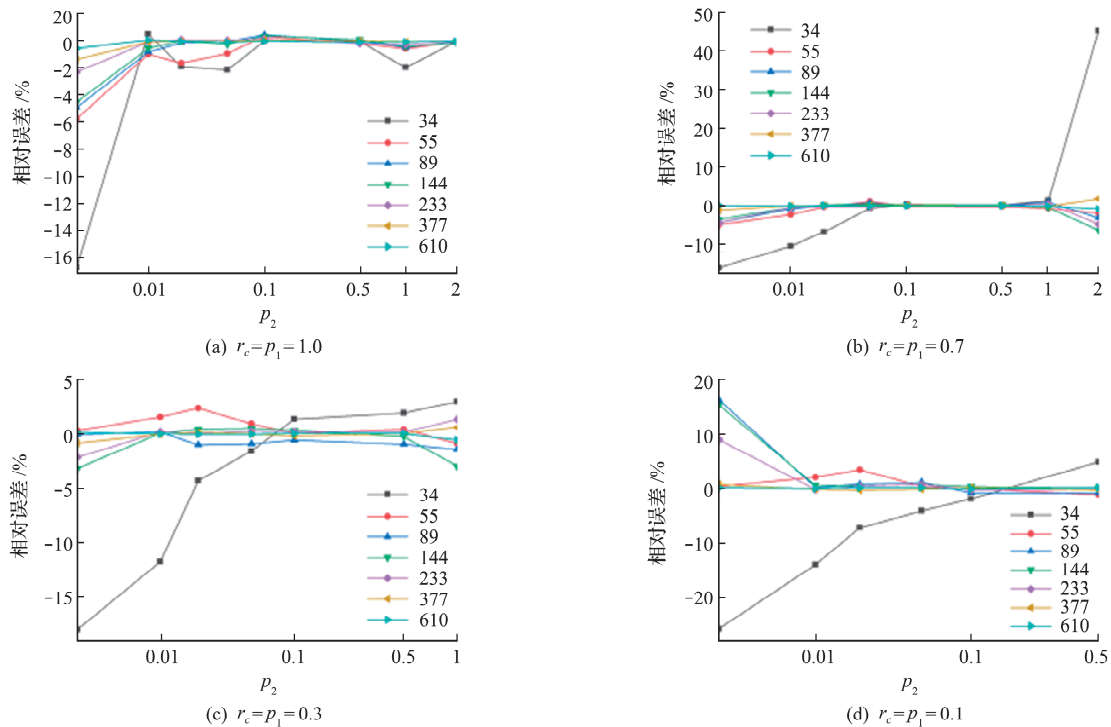


图 7 当 $r_c = p_1$ 且 $p_1 = 1, 0.7, 0.3, 0.1$ 情况下, 斐波那契数列积分法估算两颗粒间视角系数相对误差随 p_2 的变化

Fig. 7 Relative errors of view factor with one obstacle obtained by the tensor product Fibonacci integration compared with the corresponding exact values for $r_c = p_1$ and $p_1 = 1, 0.7, 0.3, 0.1$ with various ranges of p_2

为提高颗粒间视角系数计算的精度, 需要对其进行优化。假定斐波那契数列积分法估算两颗粒间视角系数在中间有无阻碍颗粒两种情况下的估算精度相同, 即

$$\frac{F_N(p_1, p_2)}{F(p_1, p_2)} = \frac{F_N(p_1, p_2, \Omega)}{F(p_1, p_2, \Omega)} \quad (24)$$

则经过优化后的视角系数可表示为 $F'(p_1, p_2, \Omega)$, 即

$$F'(p_1, p_2, \Omega) = F_N(p_1, p_2, \Omega) \frac{F_N(p_1, p_2)}{F(p_1, p_2)} \quad (25)$$

鉴于当 N_F 值或 p_2 值较小时, 利用斐波那契数列积分法估算两颗粒间视角系数精度低, 对第三颗粒直径 $r_c = p_1$ 情况进行优化。求 $N_F = \{34, 55\}$,

$p_1 = \{1, 0.7, 0.3, 0.1\}$, $p_2 = \{0, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1\}$ 情况下的视角系数的优化值 $F'(p_1, p_2, \Omega)$ 。在 $N_F = \{34, 55\}$ 且 $p_2 = \{0, 0.01, 0.1\}$ 情况下, 经过优化后的颗粒间视角系数的最大相对误差分别由 18.11% 下降到 7.41%, 5.71% 下降到 2.71%, -38.11% 下降到 20.9%, 12.55% 下降到 10.2%, 如图 8 所示。由此可以发现, 在 N_F 较小情况下, 经过优化后的视角系数估算值, 即 $F'(r_1, r_2, g, \Omega)$ 可以很大程度上提高计算精度。

将以上提出的斐波那契数列积分法优化后两颗粒间视角系数与文献的计算结果在图 9 中进行对比, 可以看出, 当 $N_F = 55$ 且 $p_1 = r_c$ 情况下, 两种方法获得的估算基本一致。

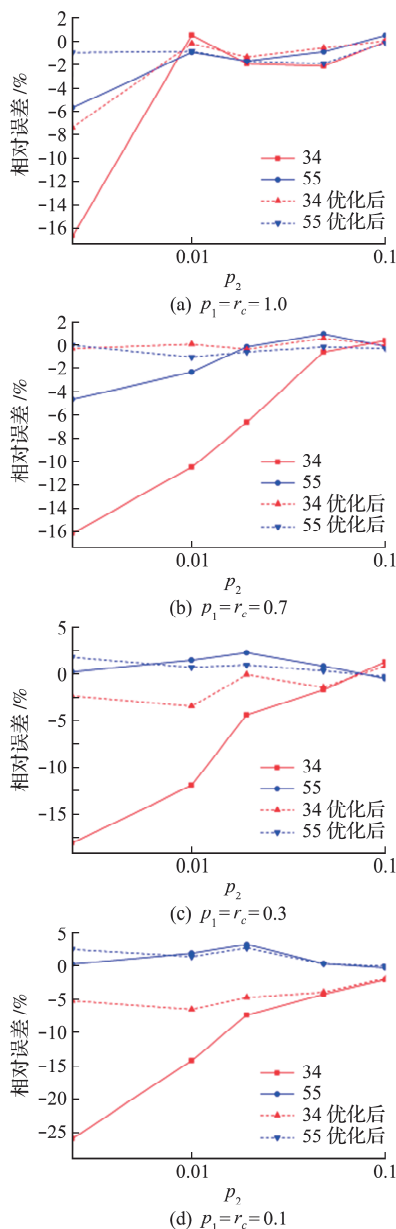


图 8 当 $r_c = p_1$ 时,改进后计算方法与优化前计算方法计算精度对比

Fig. 8 Accuracy comparison between the computed view shaded view factor and its improved version when $r_c = p_1$

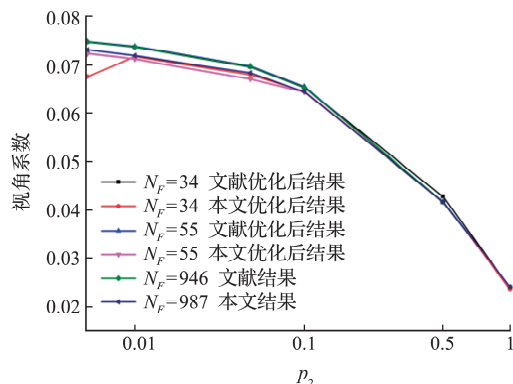


图 9 优化后斐波那契数列积分法的两颗粒间视角系数与文献计算结果对比^[23,24]

Fig. 9 Comparison between the improved view factor obtained by the current literature^[23,24]

4 非均匀颗粒视角系数的计算与评价

斐波那契积分方案可以进行光线跟踪并且对位置分布进行优化。为了保持合理的计算效率,需要确定球体与目标球体之间的距离,以便在填充床中对其进行视角系数的计算。

为了保持合理的数值精度,令 $N_F = \{34, 55, 89, 144, 233, 377, 610\}$ 并用于后续计算。本文将通过几个算例对非均匀颗粒间的视角系数进行计算,并对计算的准确性和效率进行评估。

4.1 精度评估

本文利用斐波那契数列积分法计算了堆积密度分别为 0.74, 0.567, 0.474, 0.428 和 0.374 的颗粒体系。其中第一种为标准面心立方结构(FCC)、其余四种为修改后的面心立方结构,即颗粒半径 $r \in [r_{\text{low}}, r_{\text{hi}}]$ 的均匀分布。

选择每个部件中心的球体作为目标球体,球体的半径设置为 1,计算该球体与其他球体的视角系数。每个组件产生的空间足够大,因此目标球体发出的辐射将由组件中的一些球体完全接收。显然,随着距离目标球体的总和距离的增加,所有视角系数的总和将趋向于 1,这是总和的精确值,如图 10 所示。

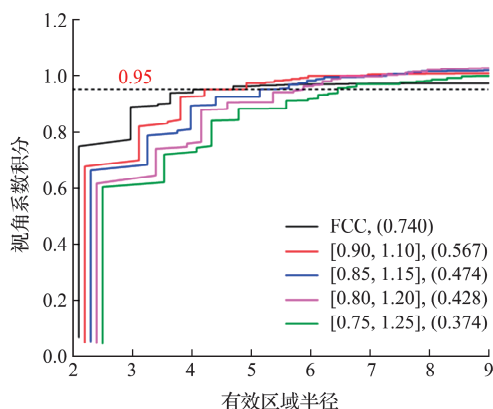


图 10 距离目标颗粒不同区域半径内,目标颗粒对所有颗粒视角系数的积分值

Fig. 10 Total sum of the view factors via the summation distance from the target partocle

此外,接近 1 的速率随颗粒分布而变化。随着堆积密度的降低,视角系数总和趋向 1 的速率减慢。通常,有效区域半径值越大,视角系数的精度越高,但涉及的计算成本越高。可以看出,当 D 大约为 6 时,颗粒视角系数的积分可以达到 95%。结果表明,在不同球数的填充床中,用该方法计算的视角系数在 $6D$ 内可达到 5% 的相对误差。

4.2 效率评估

为了评估提出的颗粒组合方法的整体效率,考虑了六个随机堆积的组件,在 0.8~1.2 之间均匀分布。每个组件的颗粒数 N 分别为 10, 50, 100, 500 和 1000。为了进行适当的计算效率比较,本文将每个球体的有效域 D 的半径设置为 6。

表 1 列出了两种方法计算视角系数所需的时间。将本文方法的计算时间与蒙特卡洛法的计算时间进行比较,计算效率提升了大约 30%。

表 1 含有 N 个颗粒的颗粒系统计算所有视角系数所耗费的时间

Tab.1 Computational time to evaluate the view factors in packed assemblies containing N particles

N	10	50	100	500	1000
本文方法耗费时间/s	1.5	16	42	236	592
蒙特卡洛法耗费时间/s	2.3	25.9	68.2	375.8	931.2

5 结 论

本文提出了一种计算非等径颗粒视角系数的数值方法。该方法的关键是三种技术的新颖组合,即两个非等径颗粒视角系数的简化积分表达式、球体上斐波那契积分方案和非均匀变换的组合。简化积分不仅提供了一个简单的积分公式,用于计算两个非等径颗粒之间的无阻碍视角系数的精确值,而且在提高计算有阻碍颗粒视角系数精度中起着基础作用。斐波那契积分方案的张量积形式本质上是一种光线跟踪方法,对于计算视角系数的对偶积分而言,是一种计算量较少但具有足够精度的方法。使用特定的非均匀变换可以很好地调节两个积分的性质,从而提高斐波那契积分法的求解精度。

对于具有阻碍颗粒的两个非等径颗粒的视角系数,从已经实现的几个算例评估了该方法的准确性。此外,还以 $p_1=1$ 作为特例,将本文获得的视角系数与文献的结果进行比较,显示出了较好的一致性,尤其在 $N_F=55$ 的情况下。对于含有多颗粒粉末床中的视角系数,多个算例的结果表明,在有效区域尺寸 $D=6$ 时,计算多颗非等径颗粒视角系数的相对误差为 5%,并且与传统的蒙特卡洛方法相比,计算效率提高约 30%。

参考文献(References):

[1] Schubert H, Food particle technology—Part I: Properties of particles and particulate food systems [J]. *Journal of Food Engineering*, 1987, **6**(1): 1-32.

[2] Jiang Q C, Wang H Y, Ma B X, et al. Fabrication of B_4C particulate reinforced magnesium matrix composite by powder metallurgy [J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2005, **386**(1-2): 177-181.

[3] Sharma S, Mukkur T K S, Benson H A E, et al. Pharmaceutical aspects of intranasal delivery of vaccines using particulate systems [J]. *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 2009, **98**(3): 812-843.

[4] Reyes J N. Statistically derived conservation equations for fluid particle flows[J]. *Transactions of the American Nuclear Society*, 1989, **60**.

[5] Augier F, Idoux F, Delenne J Y. Numerical simulations of transfer and transport properties inside packed beds of spherical particles [J]. *Chemical Engineering Science*, 2010, **65**(3): 1055-1064.

[6] Dayal R. Numerical Modelling of Processes Governing Selective Laser Sintering [D]. Darmstadt University of Technology, 2014.

[7] Chen J C, Churchill S W. Radiant heat transfer in packed beds [J]. *AIChE Journal*, 1963, **9**(1): 35-41.

[8] Argento C, Bouvard D. A ray tracing method for evaluating the radiative heat transfer in porous media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, **39**(15): 3175-3180.

[9] Toschkoff G, Just S, Knop K, et al. Modeling of an active tablet coating process [J]. *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 2015, **104**(12): 4082-4092.

[10] Amberger S, Pirker S, Kloss C. Thermal radiation modeling using ray tracing in liggghts [A]. 6th International Conference on Discrete Element Methods [C]. 2013.

[11] Chua B L, Lee H J, Ahn D G. Estimation of effective thermal conductivity of Ti-6Al-4V powders for a powder bed fusion process using finite element analysis[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2018, **19**(2): 257-264.

[12] Pan Z H, Zhao C Y. Prediction of the effective thermal conductivity of packed bed with micro-particles for thermochemical heat storage[J]. *Science Bulletin*, 2017, **62**(4): 256-265.

[13] Zhang H, Zhao Y Z, Wang F, et al. A 3D discrete element-finite difference coupling model for predicting the effective thermal conductivity of metal powder beds[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019, **132**: 1-10.

[14] Jones P D, McLeod D G, Dorai-Raj D E. Correlation of measured and computed radiation intensity exiting a packed bed [J]. *Journal of Heat Transfer*, 1996, **118**(1): 94-102.

- [15] Aurenhammer F. Voronoi diagrams—a survey of a fundamental geometric data structure [J]. *ACM Computing Surveys*, 1991, **23**(3):345-405.
- [16] Cheng G J, Yu A B. Particle scale evaluation of the effective thermal conductivity from the structure of a packed bed: Radiation heat transfer [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2013, **52**(34):12202-12211.
- [17] 吴浩, 桂南, 杨星团, 等. 高温球床辐射换热机理研究[J]. 核动力工程, 2016, **37**(2):32-37. (WU Hao, GUI Nan, YANG Xing-tuan, et al. Study on mechanism of radiation heat exchange for high temperature pebble beds[J]. *Nuclear Power Engineering*, 2016, **37**(2):32-37. (in Chinese))
- [18] Toschkoff G, Just S, Funke A, et al. Spray models for discrete element simulations of particle coating processes [J]. *Chemical Engineering Science*, 2013, **101**:603-614.
- [19] Argento C, Bouvard D. A ray tracing method for evaluating the radiative heat transfer in porous media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, **39**(15):3175-3180.
- [20] Kamiuto K, San Y S. Correlated radiative transfer through a packed bed of opaque spheres [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2005, **32**(1-2):133-139.
- [21] 卜昌盛, 陈晓平, 刘道银, 等. 基于颗粒尺度的离散颗粒传热模型 [J]. 化工学报, 2012, **63**(3):698-704. (BU Chang-sheng, CHEN Xiao-ping, LIU Dao-yin, et al. Heat transfer model for particles with discrete element method [J]. *CIESC Journal*, 2012, **63**(3):698-704. (in Chinese))
- [22] 陈宇杰. 尼龙粉末在 SLS 工艺中辐射传热特性的离散元模拟研究 [D]. 湘潭大学, 2018. (CHEN Yu-jie. Discrete Element Simulation of Radiative Heat Transfer Characteristics of Nylon Powder in SLS Process [D]. Xiangtan University, 2018. (in Chinese))
- [23] Feng Y T, Han K. An accurate evaluation of geometric view factors for modelling radiative heat transfer in randomly packed beds of equally sized spheres [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, **55**(23-24):6374-6383.
- [24] Han K, Feng Y, Owen D R J. An accurate algorithm for evaluating radiative heat transfer in a randomly packed bed [J]. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2009, **49**(2):143-161.

Fibonacci integration for evaluating view factors coefficient of non-equal-diameter particles

BAO Tao^{1,2}, GAO Ruo-han^{1,2}, TAN Yuan-qiang^{*1,2}

(1. Institute of Manufacturing Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;

2. National & Local Joint Engineering Research Center for Intelligent Manufacturing Technology of Brittle Material Products, Xiamen 361021, China)

Abstract: Thermal radiation is one of the basic forms of heat transfer between particles. Computing efficiency and accuracy are the difficulties to calculate the view factors when simulating thermal radiation. In this paper, the Fibonacci number is used to discretize the surface of non-equal-diameter particles, and the view factors are calculated based on it. Subsequently, the non-uniform transformation in the Z direction is adopted to improve computational accuracy. It is indicated that a relative error of 5% for the view factor in a packed bed containing different numbers of spheres calculated is obtained by the proposed method. Compared with the traditional Monte Carlo method, the computational efficiency is improved by about 30%.

Key words: non-equal-diameter particles; view factors; fibonacci number; non-uniform transformation

引用本文/Cite this paper:

包涛, 高若晗, 谭援强. 基于斐波那契数积分计算非等径颗粒视角系数 [J]. 计算力学学报, 2022, **39**(3):389-396.

BAO Tao, GAO Ruo-han, TAN Yuan-qiang. Fibonacci integration for evaluating view factors coefficient of non-equal-diameter particles [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(3):389-396.