

DOI: 10.7511/jslx20210102002

局部约束阻尼开口柱壳的减振分析及优化

赵冬艳, 王烽磊, 石慧荣

(兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070)

摘要:为了缩减开口柱壳结构的振动,本文基于 Lagrange 方程以及 Sanders 薄壳理论建立了局部约束阻尼开口柱壳的动力学模型,分析了粘弹性单元分段数和厚度、阻尼单元占空比以及约束层敷设角和厚度对结构前三阶模态损耗因子和固有频率的影响,得到了各参数对结构振动特性的影响规律。并以前三阶损耗因子为目标,应用 NSGA-II 遗传算法对约束阻尼柱壳进行了多目标优化,对比分析了优化前后约束阻尼结构的频域特性。结果表明,约束阻尼结构的参数对开口柱壳减振特性具有重要影响,通过对约束阻尼结构的优化,可以在引入较小约束阻尼质量的基础上,有效提升结构减振效果。

关键词:约束阻尼;开口柱壳;减振;NSGA-II 遗传算法;结构优化

中图分类号: TB535; O328

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2022)02-0150-11

1 引言

由于航空航天、潜艇、铁道车辆和船舶等工业领域中经常使用柱壳结构作为蒙皮或幕墙,而且柱壳壁厚相对较小,受外界激励会出现噪声和振动问题,而局部约束阻尼可以在引入较小质量的情况下达到较好的减振效果,因此也广泛应用于薄壁柱壳结构的减振中。

使用粘弹性层耗散结构振动能量的约束阻尼减振在 20 世纪 50 年代已有应用,早期 Kerwin 等^[1]主要针对板梁结构的约束阻尼减振。随着薄壁柱壳的广泛应用,约束阻尼柱壳的减振研究也受到很多学者的关注^[2-4]。Mahmoudkhani 等^[5]应用 Donnell 壳理论和一阶剪切变形理论研究了由温升和空气静载荷引起预应力约束阻尼柱壳的振动特性。Mokhtari 等^[6]基于 Donnell-Moshtari 壳理论和 Lagrange 方程建立了含分数阶粘弹性芯层的约束阻尼柱壳模型,分析了结构参数、分数阶参数和耗散模量对振动频率和损耗因子的影响。郑玲等^[7]采用局部敷设 ACLD 的方法,讨论了不同敷设位置对于振动特性的影响。一些学者对开口柱壳的动态特性进行了研究,Wang 等^[8]基于 Pasternak 基获取了厚壁开口柱壳的具有广义边界条件的三维精确解,并在 ABAQUS 中验证了该方法的

准确性和可靠性。Karlash^[9]对开口和封闭压电陶瓷柱壳进行了实验测试,表明相对开口柱壳,封闭柱壳共振模态的机电耦合系更大。

为了获得较好的减振效果,缩减约束阻尼结构质量,很多学者也对柱壳的约束阻尼设置进行了优化研究。Mohammadi 等^[10]利用遗传算法和二次规划方法对局部约束阻尼敷设位置、约束层和芯层厚度进行了优化。但基于某单一性能指标的结构优化,并不能满足工程实际中多模态减振问题^[11]。石慧荣等^[12]对分段敷设约束阻尼结构进行了多目标优化,从而在引入较小质量的条件下有效缩减了多个模态的振动。Li 等^[13]利用多目标粒子群优化算法对柱壳敷设压电层位置进行了优化,分析表明优化后的主动减振效果良好。袁维东等^[14]对复合阻尼柱壳的多模态振动问题进行了拓扑优化,使敷设体积缩减为全覆盖的 50%时仍然具有良好减振效果。

综上所述,目前主要是针对于整体圆柱壳模型进行振动分析及优化,而工程应用中局部开口柱壳结构应用非常广泛,其连接状态使得振动特性与整体柱壳存在较大差异,因此对局部约束阻尼开口柱壳的减振特性还有待进一步的深入分析。本文基于 Sanders 壳体理论和 Lagrange 方程建立了局部约束层阻尼开口柱壳动力学模型,对影响结构振动的主要因素进行分析,为了有效缩减开口柱壳的前三阶模态振动,利用 NSGA-II 多目标优化算法对引入的约束阻尼结构进行优化设计,并对裸壳和优化前后约束阻尼结构柱壳的动态特性进行了比较分析。

收稿日期:2021-01-02;修改稿收到日期:2021-02-28.

基金项目:国家自然科学基金(11672121);兰州交通大学-天津大学创新基金(2020053)资助项目.

作者简介:赵冬艳(1981-),女,硕士,讲师
(E-mail:shrz98@sohu.com).

2 局部约束阻尼开口柱壳动力学模型

局部约束阻尼柱壳由基层、阻尼层和约束层组成,结构如图 1 所示。 R 为基层半径, l 为长度, h_c 为基层厚度; h_v 为阻尼层厚度, l_v 为阻尼单元长度,对应的敷设角为 α_v ,粘弹性层沿轴向和周向均匀相间布置; h_p 为约束层厚度, α_p 为约束层敷设角;柱坐标系原点位于基层的中面上, x 为柱壳的轴向, y 为柱壳的周向, z 为柱壳的径向,下标 p, v 和 c 分别为约束层、阻尼层和基层。

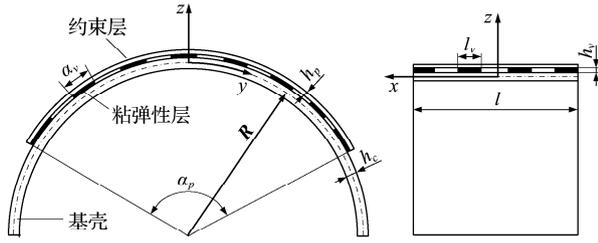


图 1 局部约束阻尼开口柱壳模型

Fig. 1 Model of the open cylindrical shell with local constrained layer damping

假定各层之间理想粘接,无相对滑动,采用 Sanders 壳体理论表示应力和位移之间的关系^[15],该理论能更准确地计算开口柱壳的固有频率,此时位移场可以表示为

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \mathbf{u}_0(x, y, t) + \mathbf{z}\boldsymbol{\beta}_x(x, y, t) \quad (1a)$$

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \mathbf{v}_0(x, y, t) + \mathbf{z}\boldsymbol{\beta}_y(x, y, t) \quad (1b)$$

$$\mathbf{w}(x, y, z, t) = \mathbf{w}_0(x, y, t) \quad (1c)$$

式中 \mathbf{u}, \mathbf{v} 和 \mathbf{w} 为复合圆柱壳在 x, y 和 z 方向的位移矢量,对应的基层中性面位移矢量用 $\mathbf{u}_0, \mathbf{v}_0$ 和 \mathbf{w}_0 表示,矢量 $\boldsymbol{\beta}_y$ 和 $\boldsymbol{\beta}_x$ 为绕 x 和 y 轴的横向变形, \mathbf{z} 为位移变换矩阵,各矢量和矩阵可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ii} = \left[\frac{\partial u_{0i}}{\partial x} \quad \frac{\partial v_{0i}}{\partial y} + \frac{w_{0i}}{R} \quad \frac{\partial u_{0i}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0i}}{\partial x} \quad \frac{\partial w_{0i}}{\partial x} \quad \frac{\partial w_{0i}}{\partial y} - \frac{v_{0i}}{R} \right]^T \quad (i = c, v, p)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{rc} = \left[\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad \theta_x \quad \theta_y \right]^T$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{rv} = \left[\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \phi_x \quad \phi_y \right]^T$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{rv} = \left[\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \quad \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \gamma_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \gamma_x}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_y}{\partial x} \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \gamma_x \quad \phi_y \gamma \right]^T$$

$$\mathbf{Z}_{rv} = \begin{bmatrix} \frac{h_c}{2} & 0 & 0 & z - \frac{h_c}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_c}{2} & 0 & 0 & z - \frac{h_c}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h_c}{2} & 0 & 0 & z - \frac{h_c}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_c}{2R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{h_c}{2R} & 0 & 1 - (z - \frac{h_c}{2})/R & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{Z}_{rc} = \begin{bmatrix} z \\ z \\ z \\ 1 \\ z \\ R \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= [u_c \quad u_v \quad u_p]^T, \mathbf{u}_0 = [u_{0c} \quad u_{0v} \quad u_{0p}]^T \\ \mathbf{v} &= [v_c \quad v_v \quad v_p]^T, \mathbf{v}_0 = [v_{0c} \quad v_{0v} \quad v_{0p}]^T \\ \mathbf{w} &= [w_c \quad w_v \quad w_p]^T, \mathbf{w}_0 = [w_{0c} \quad w_{0v} \quad w_{0p}]^T \\ \boldsymbol{\beta}_y &= [\theta_y \quad \phi_y \quad \gamma_y]^T, \boldsymbol{\beta}_x = [\theta_x \quad \phi_x \quad \gamma_x]^T \\ \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} z & 0 & 0 \\ h_c/2 & 2 - h_c/2 & 0 \\ h_c/2 & h_c/2 + h_v & z - h_c/2 - h_v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\theta_y, \phi_y, \gamma_y$ 和 $\theta_x, \phi_x, \gamma_x$ 分别为基壳、阻尼层和约束层绕 x 轴和 y 轴的扭转角,其相对变形关系如图 2 所示。

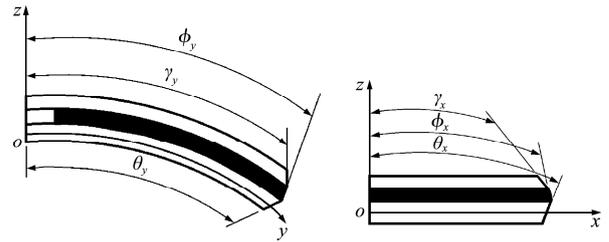


图 2 各层扭转变形

Fig. 2 Torsional deformation of each layer

2.1 应变-位移关系

由于本文主要考虑薄壁柱壳, x 轴和 y 轴应变远大于 z 轴应变,因此令 z 向正应变为 0。此时柱壳任意点的正应变和面内应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_t = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy}]^T$, 横向剪切应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_r = [\varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{yz}]^T$, 因此总应变 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{yz}]^T \quad (3)$$

根据 Sanders 理论,基层、阻尼层和约束层的应变-位移关系表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \boldsymbol{\varepsilon}_{ti} + \mathbf{Z}_{ri} \boldsymbol{\varepsilon}_{ri} \quad (4)$$

式中 \mathbf{Z}_r 为应变变换矩阵,下标 $i = (c, v, p)$, $\boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_r$ 和 \mathbf{Z}_r 的具体形式如下,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_c &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_u}{\partial x} & 0 & 0 & z \frac{\partial \Phi_{\theta x}}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Phi_v}{\partial y} & \frac{\Phi_w}{R} & 0 & z \frac{\partial \Phi_{\theta y}}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi_u}{\partial y} & \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} & 0 & z \frac{\partial \Phi_{\theta x}}{\partial y} & z \frac{\partial \Phi_{\theta y}}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} & \Phi_{\theta x} & 0 \\ 0 & -\frac{\Phi_v}{R} & \frac{\partial \Phi_w}{\partial y} & 0 & \frac{z}{R} \Phi_{\theta y} \end{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 3} \\
 \mathbf{n}_v &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_u}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{h_c}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta x}}{\partial x} & 0 & \left(z - \frac{h_c}{2}\right) \frac{\partial \Phi_{\phi x}}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Phi_v}{\partial y} & \frac{\Phi_w}{R} & 0 & \frac{h}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta y}}{\partial y} & 0 & \left(z - \frac{h_c}{2}\right) \frac{\partial \Phi_{\phi y}}{\partial y} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \Phi_u}{\partial y} & \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} & 0 & \frac{h_c}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta x}}{\partial y} & \frac{h}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta y}}{\partial x} & \left(z - \frac{h_c}{2}\right) \frac{\partial \Phi_{\phi x}}{\partial y} & \left(z - \frac{h_c}{2}\right) \frac{\partial \Phi_{\phi y}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} & \frac{h_c}{2R} \Phi_{\theta x} & 0 & \Phi_{\phi x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\Phi_v}{R} & \frac{\partial \Phi_w}{\partial y} & 0 & -\frac{h_c}{2R} \Phi_{\theta y} & 0 & \left(\frac{2-2z+h_c}{2R}\right) \Phi_{\phi y} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{n}_p &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_u}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{h_c}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta x}}{\partial x} & 0 & h_v \frac{\partial \Phi_{\phi x}}{\partial x} & 0 & \left(z - \frac{h_c}{2} - h_v\right) \frac{\partial \Phi_{\gamma x}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Phi_v}{\partial y} & \frac{\Phi_w}{R} & 0 & \frac{h_c}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta y}}{\partial y} & 0 & h_v \frac{\partial \Phi_{\phi y}}{\partial y} & 0 & \left(z - \frac{h_c}{2} - h_v\right) \frac{\partial \Phi_{\gamma y}}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi_u}{\partial y} & \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} & 0 & \frac{h_c}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta x}}{\partial y} & \frac{h_c}{2} \frac{\partial \Phi_{\theta y}}{\partial x} & h_v \frac{\partial \Phi_{\phi x}}{\partial y} & h_v \frac{\partial \Phi_{\phi y}}{\partial x} & \left(z - \frac{h_c}{2} - h_v\right) \frac{\partial \Phi_{\gamma x}}{\partial y} & \left(z - \frac{h_c}{2} - h_v\right) \frac{\partial \Phi_{\gamma y}}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} & \frac{h_c}{2R} \Phi_{\theta x} & 0 & \frac{h_v}{R} \Phi_{\phi x} & 0 & \Phi_{\gamma x} & 0 \\ 0 & -\frac{\Phi_v}{R} & \frac{\partial \Phi_w}{\partial y} & 0 & -\frac{h_c}{2R} \Phi_{\theta y} & 0 & -\frac{h_c}{2R} \Phi_{\phi y} & 0 & \frac{2-2z+h_c+2h_v}{2R} \Phi_{\gamma y} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{0}$ 为零矩阵。

由于柱壳绕 x 轴和 y 轴转动变形较小,因此忽略其对系统动能的影响,根据虚功原理以及能量法,约束阻尼柱壳结构的动能 T 可表示为

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_c} \rho_c (\Phi \Psi \dot{\mathbf{q}})^2 dV_c + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_v} \int_{V_{vi}} \rho_v (\Phi \Psi \dot{\mathbf{q}})^2 dV_{vi} + \frac{1}{2} \int_{V_p} \rho_p (\Phi \Psi \dot{\mathbf{q}})^2 dV_p \quad (15)$$

式中 ρ_c, ρ_v 和 ρ_p 分别为基层、阻尼层和压电层的密度,变换阵 Ψ 可表示为

$$\Psi = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (16)$$

系统的总势能 U 可表示为

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_c} \mathbf{q}^T \mathbf{n}_c^T \mathbf{Q}_c \mathbf{n}_c \mathbf{q} dV_c + \frac{1}{2} \int_{V_c} \mathbf{q}^T \mathbf{n}_p^T \mathbf{Q}_p \mathbf{n}_p \mathbf{q} dV_p + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_v} \int_{V_{vi}} H_i^*(x_i, y_i) \mathbf{q}^T \mathbf{n}_{vi}^T \mathbf{Q}_v \mathbf{n}_{vi} \mathbf{q} dV_{vi} \quad (17)$$

式中 $H^*(x_i, y_i)$ 为第 i 个粘弹性贴片的识辩函数, $H^*(x_i, y_i) = [H(x-x_{i2}) - H(x-x_{i1})] \cdot [H(y-y_{i2}) - H(y-y_{i1})]$ (18)

式中 H 为 Heaviside 函数。

根据 Lagrange 方程,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F}_e \quad (19)$$

式中 W 为外力做功, $L = T - U$, \mathbf{F}_e 为外加载荷。将式(15,17)代入方程(19),可得系统的动力学方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F}_e \quad (20a)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_c + \mathbf{M}_v + \mathbf{M}_p, \mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3 \quad (20b)$$

式中 $\mathbf{M}_c, \mathbf{M}_v$ 和 \mathbf{M}_p 分别为各层的质量矩阵, $\mathbf{K}_1 \sim \mathbf{K}_3$ 为系统的刚度子矩阵,具体形式为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_c &= \int_{V_c} \rho_c \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi dV_c, \mathbf{M}_p = \int_{V_p} \rho_p \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi dV_p \\
 \mathbf{K}_2 &= \sum_{i=1}^{N_v} \int_{V_{vi}} H_i^*(x_i, y_i) \mathbf{n}_{vi}^T \mathbf{Q}_v \mathbf{n}_{vi} dV_{vi} \\
 \mathbf{K}_3 &= \int_{V_p} \mathbf{n}_p^T \mathbf{Q}_p \mathbf{n}_p dV_p, \mathbf{M}_v = \sum_{i=1}^{N_v} \int_{V_{vi}} \rho_v \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi dV_{vi} \\
 \mathbf{K}_1 &= \int_{V_c} \mathbf{n}_c^T \mathbf{Q}_c \mathbf{n}_c dV_c \quad (21)
 \end{aligned}$$

3 约束阻尼开口柱壳分析参数

3.1 模态损耗因子

根据式(17)可以获得各层的应变能,依据模态应变能法,第 k 阶模态损耗因子可表示为

$$\eta_k = (\eta_c U_{ck} + \eta_v U_{vk} + \eta_p U_{pk}) / U_k \quad (22)$$

式中 η_c, η_v, η_p 和 U_{ck}, U_{vk}, U_{pk} 分别为基壳、粘弹性层和约束层的损耗因子和第 k 阶模态应变能,总应变能为 $U_k = U_{ck} + U_{vk} + U_{pk}$ 。由于约束层和基层损耗因子较小,可忽略不计,因此第 k 阶模态损耗因子可以简化为

$$\eta_k = \eta_v U_{vk} / U_k \quad (23)$$

3.2 引入约束阻尼结构质量比

对于敷设约束阻尼结构而引入的质量 $M_{CLD} = M_v + M_p$, 太多会影响开口柱壳应用特性,本文定义 M_{CLD} 与基壳质量 M_b 的比值为

$$\epsilon_M = M_{CLD} / M_b \quad (24)$$

式中 M_v 和 M_p 分别为粘弹性层和约束层的质量。为了减小结构振动,在考虑损耗因子最大化的基础上,不能引入太大的质量。

3.3 阻尼层占空比

根据图 1 所示结构,沿轴向和周向均匀设置不同分段数的粘弹性单元,阻尼层的有效面积不同,为了准确分析阻尼层形变对系统能量耗散性能的影响,定义占空比 χ , 设粘弹性单元沿轴向和周向间隙占比相同,均为 $\sqrt{\chi}$, 第 i 个粘弹性单元的面积近似为 $A_v^i R$, 则 χ 可表示为

$$\chi = A_v^i N_v / \alpha_p^i \quad (25)$$

式中 $A_v^i = \alpha_v l_v$, $l_v = \sqrt{\chi} l / m_v$ 为阻尼层轴向敷设长度,周向敷设弧度 $\alpha_v = \sqrt{\chi} \alpha_p / n_v$, 总分段数 $N_v = m_v n_v$ 。

4 约束阻尼开口柱壳振动影响因素

本文主要分析约束层与阻尼层厚度、阻尼层分段数和占空比对开口柱壳结构的固有频率、损耗因子和结构质量的影响。初始结构中,基层中面半径 $R = 0.2$ m, 轴向长度 $l = 0.6$ m, 基层厚度 $h_c = 2$ mm; 基层与约束层轴向长度相同,相对 xz 面周向对称布置,厚度 $h_p = 1$ mm; 厚度 $h_v = 1$ mm 的粘弹性层均匀相间分布,其周向分段数 $n_v = 18$, 轴向分段数 $m_v = 18$, 占空比 $\chi = 0.25$; 约束层敷设角为 $\alpha_p = 116^\circ$, 厚度为 $h_v = 1$ mm。后续分析中未作特别说明则各参数与初始值一致,各层材料属性分别

列入表 1。

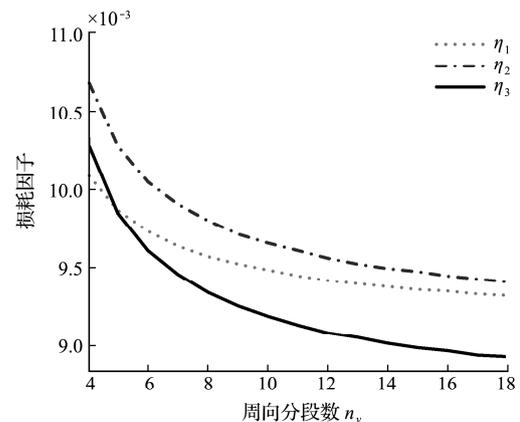
表 1 各层材料属性

Tab. 1 Material properties of each layer

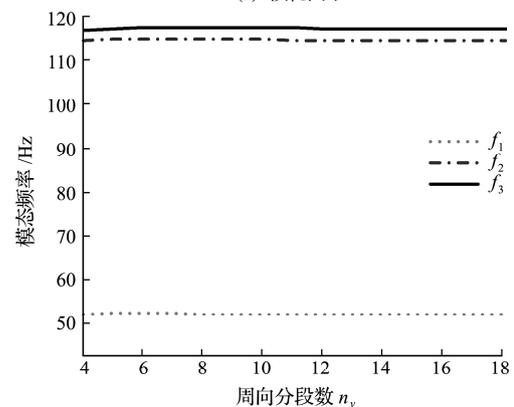
项目	参数	值	参数	值
基层	E_c/GPa	68	$\rho_c/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2800
	ν_v	0.32		
粘弹性层	E_v/GPa	0.08	$\rho_v/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	1270
	ν_v	0.45	η_v	0.4
压电层	$c_{11}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	13.2×10^{10}	$c_{66}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	3.0×10^{10}
	$c_{12}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	7.1×10^{10}	$c_{23}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	7.3×10^{10}
	$c_{13}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	7.3×10^{10}	$c_{55}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	2.6×10^{10}
	$c_{44}/\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	2.6×10^{10}	$\rho_p/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	7500

4.1 粘弹性单元分段数

图 3 是阻尼层周向分段数对模态频率和损耗因子的影响。图 3(a)显示,随着周向分段数 n_v 的增加,前三阶损耗因子均逐渐减小,其中, η_1 降速较缓慢, η_2 和 η_3 降速较快,但前三阶损耗因子的降速均会随着 n_v 的增加而减缓。从图 3(b)可以看出,第一到第三模态固有频率随 n_v 的增加而增大,但增幅较小,近似保持不变。



(a) 损耗因子



(b) 模态频率

图 3 周向分段数对损耗因子和模态频率的影响

Fig. 3 Effect of circumferential element number on the loss factor and modal frequency

轴向分段数对结构振动特性的影响如图4所示。图4(a)中, $\eta_1 \sim \eta_3$ 随轴向分段数 m_v 的增加而减小, 其中 η_2 的变化幅度最大, η_1 和 η_3 降速较慢, 说明轴向分段数对第二阶模态影响较大。图4(b)显示, 前三阶模态固有频率随着 m_v 的增加会略有增加, 与周向分段数相似, m_v 对前三阶固有频率影响很小。

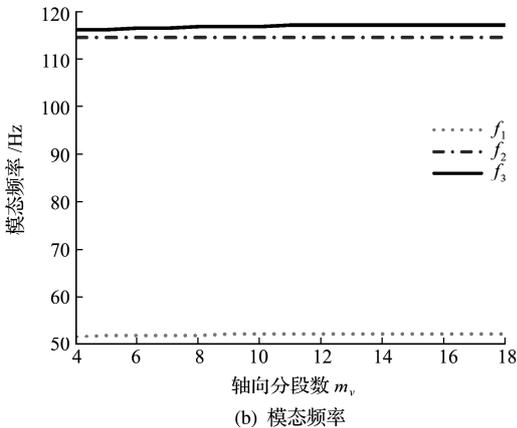
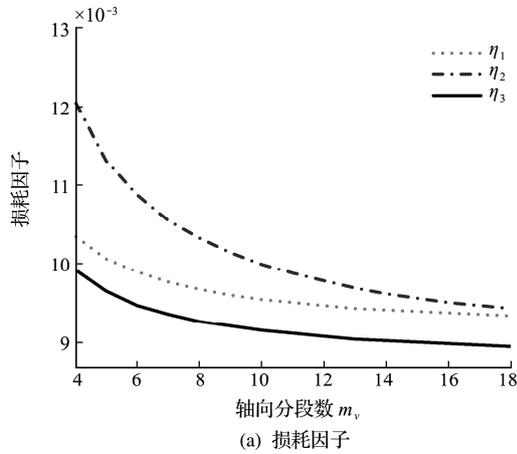


图4 轴向分段数对损耗因子和模态频率的影响
Fig. 4 Effect of axial element number on the loss factor and modal frequency

可以看出, 其他不变时, 阻尼单元分段数的增加会导致阻尼层敷设面积减小, 使得开口柱壳变形时阻尼结构耗散的能量减小, 损耗因子减小, 但也注意到各模态形变不同, 所以在分析中表现出阻尼分段数对变形较大的第二阶模态损耗因子影响较大。因此, 选取阻尼单元分段数时, 要根据结构的实际应用确定, 保证柱壳具有良好的减振特性。

4.2 粘弹性层厚度

图5是粘弹性层厚度在0.5 mm~4 mm范围内变化时前三阶固有频率和损耗因子的变化曲线。从图5(a)可以看出, 由于阻尼层厚度增加使模态

应变能 U_{ok} 增加, 导致耗散振动能量的能力增强, 因此随 h_v 的增加, $\eta_1 \sim \eta_3$ 近似单调增长, 同时也可以看出, h_v 对损耗因子的影响较小。在图5(b)中, h_v 的增加会导致 $f_1 \sim f_3$ 减小。为了保证开口柱壳应用工况, 对于 h_v 的选择, 应该在不影响柱壳使用特性的情况下, 取较大的 h_v , 从而提升约束阻尼柱壳的减振特性。

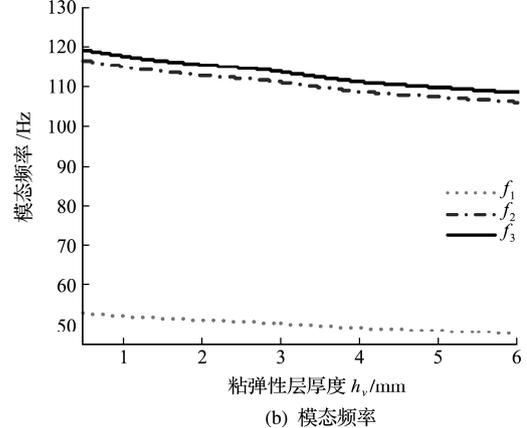
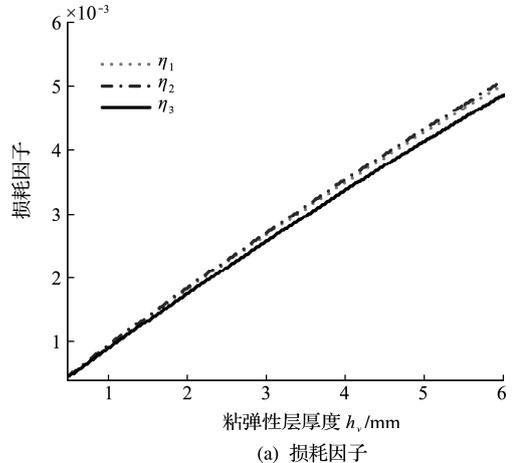


图5 粘弹性层厚度对损耗因子和模态频率的影响
Fig. 5 Effect of viscoelastic layer thickness on the loss factor and modal frequency

4.3 约束层厚度

损耗因子和前三阶固有频率随约束层厚度 h_p 变化的曲线如图6所示。图6(a)表明, 较大的 h_p 会使 η_1, η_2 和 η_3 减小, 而且变化趋势相似, 因此选取较大的约束层厚度不会增加振动能量损耗。在图6(b)中, h_p 增加, 前三阶模态固有频率逐渐下降, 这主要是因为约束层的强重比较小, 厚度增加会使引入系统的质量快速增加, 而刚度增加较小, 从而导致系统频率减小, 因此为了保证结构的减振特性, 应选较小厚度的约束层。

4.4 粘弹性单元占空比

图7是占空比 χ 对约束阻尼开口柱壳的振动

特性影响曲线。图 7(a)表明,由于 χ 增加,阻尼单元与基层和约束层的接触面积增加,当柱壳变形时,粘弹性层剪切变形增大,从而使系统的能量损耗增大,因此损耗因子也随之增加,而且可以看出, χ 对损耗因子影响较大;图 7(b)表明,前三阶模态固有频率会随占空比 χ 的增加而略有增加, f_2 和 f_3 变化幅度稍大, f_1 基本保持不变;可

以看出,引入较大占空比的约束阻尼结构能够在保证结构应用的条件下,使开口柱壳结构具有更好减振效果。

4.5 约束层敷设角

开口柱壳振动特性随敷设角的变化曲线如图 8 所示。从图 8(a)可以看出,敷设角 α_p 增加, η_1, η_2 和 η_3 随之不断增大,其中 η_1 先快速增大,随

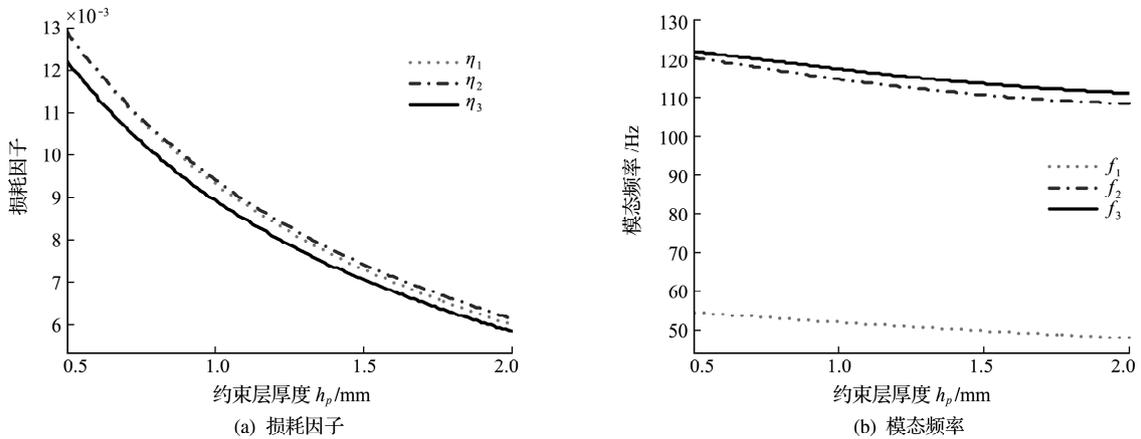


图 6 约束层厚度对损耗因子和模态频率的影响
Fig. 6 Effect of constrained layer thickness on the loss factor and modal frequency

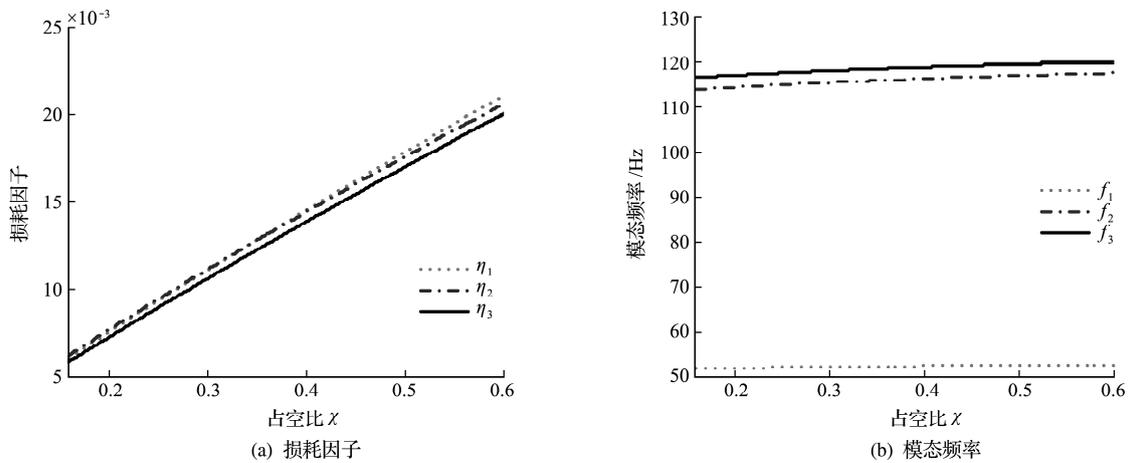


图 7 占空比对损耗因子和模态频率的影响
Fig. 7 Effect of duty ratio on the loss factor and modal frequency

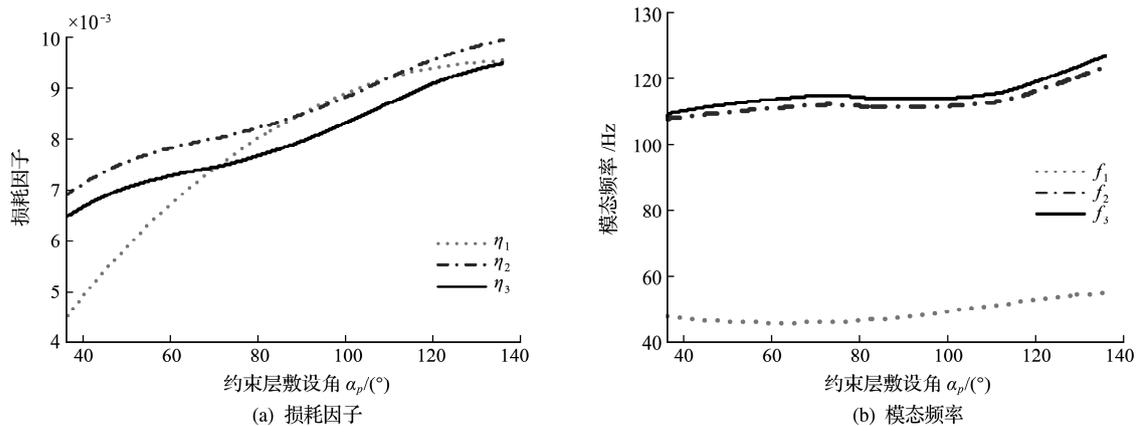


图 8 约束层敷设角对损耗因子和模态频率的影响
Fig. 8 Effect of laying angle of constrained layer on the loss factor and modal frequency

后逐渐趋于稳定,这是由于 α_p 增加,约束阻尼结构参数耗散的应变能增加,使损耗因子增大,而模态一的粘弹性层剪切变形能增幅较大,因此 η_1 增幅最大,但较大质量的约束层会严重影响基壳的模态振型,因此特定模态的损耗因子增加到一定值后增幅减小;在图 8(b)中,由于 α_p 增加,引入的约束层增大,前三阶模态整体呈现近似增长趋势,但较大质量的约束层会导致结构固有频率波动变化,当 $36^\circ \leq \alpha_p \leq 94^\circ$ 时, f_2 和 f_3 先增加后减小, f_1 变化趋势恰好相反,之后,随着 α_p 的继续增大, f_2 和 f_3 快速增大,此时可能会导致开口柱壳背离实际应用要求。

5 结构优化设计

5.1 NSGA-II 优化算法

针对开口约束阻尼柱壳,本文利用基于 Pareto 最优的 NSGA-II 多目标优化法对结构进行优化设计^[18]。NSGA-II 优化算法可以随机产生多种初始种群,对其进行非支配排序,然后利用遗传算法的选择、交叉和变异得到第一代子代种群,第二代后,子代种群与父代种群合并,再次排序,并计算每个非支配层中个体的拥挤度,选取合适的个体组成新的父代种群,通过遗传算法产生新的子代种群,多次迭代后得到全局最优。

5.2 设计变量

根据前面的开口柱壳约束阻尼影响因素分析,取对柱壳振动特性有明显影响的粘弹性单元占空比 χ 、约束层厚度 h_p 、粘弹性层厚度 h_v 、阻尼单元分段数 m_v 和 n_v 以及约束层敷设角 α_p 作为设计变量,其用矢量表示为

$$\Xi = [h_v \quad h_p \quad m_v \quad n_v \quad \chi \quad \alpha_p]^T \quad (26)$$

对于给定柱壳结构,令约束层厚度满足 $0.5 \text{ mm} \leq h_p \leq 2 \text{ mm}$,粘弹性层厚度 $0.5 \text{ mm} \leq h_v \leq 4 \text{ mm}$,粘弹性单元分段数 $4 \leq n_v \leq 18$, $4 \leq m_v \leq 18$,占空比 $0.2 \leq \chi \leq 0.6$,约束层敷设角 $36^\circ \leq \alpha_p \leq 136^\circ$,为了保证开口柱壳结构的使用工况,避免引入质量太大,优化计算中设引入阻尼结构质量比 $\in_M \leq 0.6$ 。

5.3 目标函数

为了满足多种工程实际应用要求,本文考虑缩减结构前三阶模态的振动,使引入约束阻尼结构在图 3 所示的三阶模态具有较大的能量耗散,获得较好的综合减振性能,因此将前三阶模态损耗因子作

为目标函数,通过优化计算使其最大,则可以设定目标函数 $F(\cdot)$ 为

$$F(\Xi) = \left\{ \frac{1}{\eta_i} = g_i(\Xi) = g_i([h_v \quad h_p \quad m_v \quad n_v \quad \chi \quad \alpha_p]^T) \right\} \quad (27)$$

式中 $g_i(\cdot)$ 为损耗因子函数,下标 $i=1,2,3$,此时使 $F(\cdot)$ 最小化,得到的开口约束阻尼柱壳的损耗因子最大。

5.4 优化结果分析

5.4.1 优化结果

对于约束层阻尼开口柱壳的多目标优化,转变为一般的极小值问题 $\min F(\cdot)$,可得到如图 9 所示的 Pareto 最优解集。可以看出,在可行解集中, Pareto 最优解不唯一,各最优解之间也没有优劣之别,只是 Pareto 最优解所对应的个体性能更好。本文利用 NSGA-II 算法原理,能够将 Pareto 域的最优 g_i 均匀地扩展到整个可行解集中,从而形成保持多样性的最优种群,选择参加繁殖的 g_i 产生的后代同其父代个体共同竞争来产生下一代种群,使存留 g_i 保持更好的优良性,由此获取的最优解能够更好地满足约束阻尼开口柱壳的应用特性。

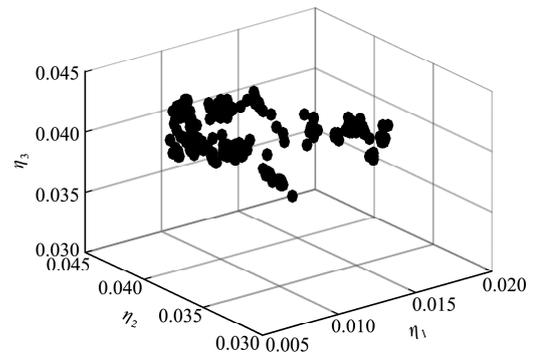


图9 Pareto 前沿
Fig. 9 Pareto front

由表 2 优化前后的设计结果可以看出,优化后结构相对于优化前约束阻尼结构质量比 \in_M 由 90.33% 减小到了 37.8%,有效缩减了系统质量,此时引入的约束阻尼可以有效耗散系统振动能量,使得结构的前三阶模态损耗因子都显著增加,其中第二阶模态柱壳周向中部变形最大,因此损耗因子增幅也最大;而且也可以看出,虽然优化后的结构敷设角 α_p 减小了约 36° ,阻尼层和约束层厚度都有所减小,但合理选取粘弹性单元分段数和占空比,能够在引入较小阻尼结构质量的条件下,进一步使开口柱壳结构具有良好的减振性能。

表 2 优化前后参数

Tab.2 Parameters before and after optimization

参数	优化后	优化前
h_p/mm	0.508	1
h_v/mm	0.877	1
$\alpha_p/(\circ)$	80.48	116
n_v	15	18
m_v	11	18
$\in M/\%$	37.8	90.33
χ	0.56005	0.25
η_1	0.0198	0.0093
η_2	0.0202	0.0094
η_3	0.0190	0.0089

5.4.2 优化前后动态特性分析

图 10 是优化前后柱壳中点施加 100 N 径向简谐作用力后得到的频率响应曲线。

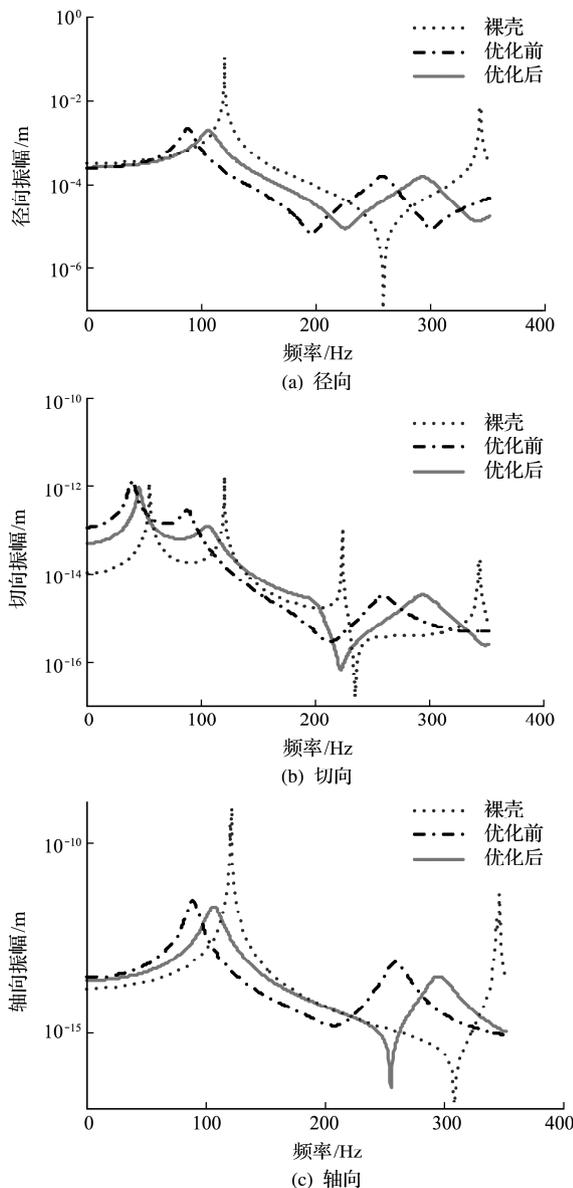


图 11 开口柱壳频率响应曲线

Fig. 11 Frequency response of the open cylindrical shell

可以看出,相对裸壳,敷设约束阻尼结构可有效减小前三阶模态幅值,优化结构幅值缩减更加显著,并且相对裸壳的模态频率变化更小。从图 10(a)可以看出,在以径向振动为主的第二阶模态处,优化前的径向幅值 2.18×10^{-3} m 对应频率 88.2 Hz,优化后的模态频率为 107.2 Hz,峰值变为 1.9×10^{-3} m,较裸壳在第二阶模态 120.26 Hz 处的峰值 0.114 m 大幅缩减;图 10(b)表明,优化结构对应的前三阶模态在切向的振动较优化前和裸壳均有所减小,但优化结构的切向振动缩减有限;图 10(c)中,柱壳的最大轴向振动幅值出现在第三阶模态,优化结构的轴向振幅也相对较小。同时通过柱壳三个方向的振动响应可以看出,优化结构较裸壳模态频率变化更小,而且由表 2 知其引入质量仅为 37.8%,因此优化结构可在引入较小阻尼结构质量条件下,在改变固有频率较小时有效缩减柱壳振动,因此更加有利于实际应用需求。

6 结论

通过对影响模态频率和损耗因子参数的分析和对约束阻尼开口柱壳进行结构的 NSGA-II 优化,可以得到以下一些结论。

- (1) 根据 Lagrange 方程以及 Sanders 壳体理论能够准确建立局部约束阻尼柱壳模型。
- (2) 增加阻尼单元周向与轴向分段数和约束层厚度,损耗因子减小;增大约束层敷设角、阻尼单元占空比和阻尼层厚度可以增加结构的损耗因子;粘弹性层和约束层厚度越大,模态频率下降越多,占空比增加,模态频率也随之增大,阻尼单元分段数对模态频率几乎无影响。
- (3) 利用 NSGA-II 法对约束阻尼结构进行优化,能够在大幅缩减约束阻尼结构引入质量的情况下,有效抑制开口柱壳结构的振动。

参考文献(References):

[1] Kerwin E M Jr. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1959, **31**(7): 952-962.

- [2] Hu Y C, Huang S C. The frequency response and damping effect of three-layer thin shell with viscoelastic core[J]. *Computers & Structures*, 2000, **76**(5): 577-591.
- [3] Zheng H, Cai C, Pau G S H, et al. Minimizing vibration response of cylindrical shells through layout optimization of passive constrained layer damping treatments[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, **279**(3-5): 739-756.
- [4] Salehi M, Bakhtiarinezhad F, Besharati A. Time-domain analysis of sandwich shells with passive constrained viscoelastic layers [J]. *Scientia Iranica*, 2008, **15**(5): 637-643.
- [5] Mahmoudkhani S, Sadeghmanesh M, Haddadpour H. Aero-thermo-elastic stability analysis of sandwich viscoelastic cylindrical shells in supersonic airflow [J]. *Composite Structures*, 2016, **147**: 185-196.
- [6] Mokhtari M, Permoon M R, Haddadpour H. Dynamic analysis of isotropic sandwich cylindrical shell with fractional viscoelastic core using Rayleigh-Ritz method[J]. *Composite Structures*, 2018, **186**: 165-174
- [7] 郑玲, 张东东, 王宜. 主动约束层阻尼圆柱壳体的振动特性研究[J]. 固体力学学报, 2011, **32**(6): 603-610. (ZHENG Ling, ZHANG Dong-dong, WANG Yi. Vibration characteristics of a cylindrical shell treated with active constrained layer damping[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2011, **32**(6): 603-610. (in Chinese))
- [8] Wang Q S, Shi D Y, Pang F Z, et al. Benchmark solution for free vibration of thick open cylindrical shells on Pasternak foundation with general boundary conditions[J]. *Meccanica*, 2017, **52**(1-2): 457-482.
- [9] Karlash V L. Forced vibrations of an open cylindrical shell made of piezoceramics[J]. *International Applied Mechanics*, 2015, **51**(5): 574-582.
- [10] Mohammadi F, Sedaghati R. Vibration analysis and design optimization of viscoelastic sandwich cylindrical shell [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, **331**(12): 2729-2752.
- [11] Xu B, Jiang J S, Ou J P. Integrated optimization of structural topology and control for piezoelectric smart trusses using genetic algorithm[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, **307**(3-5): 393-427.
- [12] 石慧荣, 罗冠炜, 高溥, 等. 基于多目标遗传算法的约束阻尼柱壳结构优化[J]. 船舶力学, 2015, **19**(S1): 169-175. (SHI Hui-rong, LUO Guan-wei, GAO Pu, et al. Optimization of constrained layer damping cylindrical shell based on multi-objective genetic algorithm[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2015, **19**(S1): 169-175. (in Chinese))
- [13] Li C F, Li P Y, Zhang Z X, et al. Optimal locations of discontinuous piezoelectric laminated cylindrical shell with point supported elastic boundary conditions for vibration control [J]. *Composite Structures*, 2020, **233**: 111575.
- [14] 袁维东, 高瞻, 刘浩康, 等. 基于改进准则法的复合壳阻尼结构拓扑减振动力学优化[J]. 航空学报, 2020, **41**(1): 223162. (YUAN Wei-dong, GAO Zhan, LIU Hao-kang, et al. Topology optimization of composite shell damping structures based on improved optimal criteria method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, **41**(1): 223162. (in Chinese))
- [15] Lee H, Kwak M K. Free vibration analysis of a circular cylindrical shell using the Rayleigh-Ritz method and comparison of different shell theories[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, **353**: 344-377.
- [16] Cao X T, Shi L, Zhang X S, et al. Active control of acoustic radiation from laminated cylindrical shells integrated with a piezoelectric layer[J]. *Smart Materials and Structures*, 2013, **22**(6): 065003.
- [17] Ke L L, Wang Y S, Reddy J N. Thermo-electro-mechanical vibration of size-dependent piezoelectric cylindrical nanoshells under various boundary conditions [J]. *Composite Structures*, 2014, **116**: 626-636.
- [18] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, **6**(2): 182-197.

Analysis of vibration reduction and optimization for open cylindrical shell with local constrained layer damping

ZHAO Dong-yan, WANG Yi-lei, SHI Hui-rong

(School of Mechatronic Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In order to reduce the vibration of open cylindrical shells, based on the theory of Sanders shell and Lagrange equation, a dynamics model of an open cylindrical shell with local constrained layer damping is established in this paper. The influences of the element number and thickness of viscoelastic element segments, duty ratio of damping element, laying angle and thickness of constrained layer on the loss factors and natural frequencies of the first three modes are analyzed. The effect of the parameters is obtained on the vibration characteristics of the structure. In addition, with the first three order modal loss factors as the objective, the NSGA-II genetic algorithm was used to optimize the cylindrical shell with constrained layer damping. The frequency domain characteristics of the structure with local constrained layer damping before and after optimization are analyzed. The results show that the structure parameters of the constrained layer damping have an important influence on the vibration reduction of the open cylindrical shell. And through optimization, the vibration reduction of the open cylindrical shell can be effectively improved on the condition of introducing lower mass of constrained layer damping.

Key words: constrained layer damping; open cylindrical shell; vibration reduction; NSGA-II genetic algorithm; structure optimization

引用本文/Cite this paper:

赵冬艳, 王怿磊, 石慧荣. 局部约束阻尼开口柱壳的减振分析及优化[J]. 计算力学学报, 2022, 39(2): 150-160.

ZHAO Dong-yan, WANG Yi-lei, SHI Hui-rong. Analysis of vibration reduction and optimization for open cylindrical shell with local constrained layer damping [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, 39(2): 150-160.