

DOI: 10.7511/jslx20201015001

# 双均值逼近屈服准则解析含腐蚀缺陷管道爆破压力

邓磊, 章顺虎\*, 覃诗卉, 刘欣滢

(苏州大学 沙钢钢铁学院, 苏州 215021)

**摘要:**通过对 Tresca 和 TSS 屈服边长和边心距的均值同时进行逼近, 建立了一个线性屈服准则, 称为双均值逼近屈服准则。该准则在  $\pi$  平面上是一个等边非等角的十二边形, 位于 Mises 圆内部。利用该准则对受内压作用的管道进行塑性极限分析, 导出了含腐蚀缺陷管道爆破压力的解析解。该解析解是管材屈强比 ( $\sigma_Y/\sigma_T$ )、原始管道厚径比 ( $t_0/D_0$ )、抗拉强度  $\sigma_T$  以及缺陷深度比 ( $d_0/t_0$ ) 的函数。对比表明, 该解析解所预测爆破压力与已有模拟和实验数据吻合较好。影响参数的定量分析表明, 爆破压力随着屈强比或原始管道厚径比的增大而增大, 随着缺陷深度比的增加而减小。所建立的爆破压力解析解对于管道的选材、设计以及安全评估具有重要意义。

**关键词:** 腐蚀缺陷管道; 屈服准则; 爆破压力; 屈强比; 应变硬化指数

**中图分类号:** O346.2<sup>+</sup>2

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-4708(2021)06-0763-07

## 1 引言

随着现代工业的迅速发展, 管道在石油和天然气的运输中起着重要作用。随着我国西气东输和川气东送等重大工程的实施, 各大单位对管道的技术要求也越来越严苛, 既希望可以提高管道的安全性, 同时也期望尽可能发挥材料的承载能力以节省材料。因此, 准确预测管道的爆破压力对于管道的选材、结构设计以及安全评估具有重要意义。

需要指出的是, 长时间服役的管道, 将不可避免地会出现腐蚀缺陷, 使得自身承载能力下降。在此方面, 国内外开展了不少关于腐蚀管道极限压力的研究工作。Kiefner 等<sup>[1]</sup>通过一系列的试验研究, 提出了一种评估含腐蚀缺陷管道爆破压力的方法。其后, 以 Kiefner 的研究为基础, 美国标准协会<sup>[2]</sup>率先建立了评估含腐蚀缺陷管道爆破压力的准则, 即 ASME B31G 准则。然而, 在实际应用中发现, ASME B31G 准则所预测的爆破压力远小于实际压力, 预测保守。为此, Cunha 等<sup>[3,4]</sup>导出了受内压作用的含腐蚀缺陷管道爆破压力的解析解。但由于忽略了管材的应变硬化效应, 导致预测精度

仍然不足。Ma 等<sup>[5]</sup>考虑材料的应变硬化指数, 基于 Mises 屈服准则获得了适用于含缺陷高强度钢的爆破压力解析解, 但该解析解高于实验结果。

随着计算机技术的快速发展, 有限元模拟因其具有解决复杂问题的能力得到广泛应用。Yang 等<sup>[6]</sup>使用有限元法模拟出了含沟槽形缺陷管道爆破压力的数值解。该数值解与实测值较接近, 具有一定的精度。Yeom 等<sup>[7]</sup>利用非线性有限元法模拟了包含单个腐蚀缺陷的管道, 建立了爆破压力的评估方程。与试验结果比较发现, 该评估方程具有较高的预测精度。罗懿<sup>[8]</sup>借助 ANSYS Workbench 软件, 模拟了含有不同形状缺陷管道的等效应力, 分析了缺陷参数对管道失效压力的影响。然而, 需要指出的是, 以上有限元模拟只能给出具体材料与结构参数下爆破压力的数值解, 难以拓展到其他情况。

综合以上研究可见, 含腐蚀缺陷管道的研究主要集中在数值模拟上, 为数不多的解析研究还不能满足精度的要求。为此, 本文拟建立一个逼近非线性 Mises 屈服准则的线性屈服准则, 并利用该准则进行塑性极限分析, 以期导出一个较为合理的爆破压力解析解。

## 2 双均值逼近屈服准则

### 2.1 新轨迹的几何描述

在  $\pi$  平面上, 如图 1 所示, Mises 轨迹是一个

收稿日期: 2020-10-15; 修改稿收到日期: 2021-01-07.

基金项目: 国家自然科学基金(U1960105; 52074187); 江苏省优秀青年基金(BK20180095); 2020年大学生创新创业训练计划(202010285032Z)资助项目.

作者简介: 章顺虎\* (1986-), 男, 博士, 副教授  
(E-mail: shzhang@suda.edu.cn).

圆, Tresca 为圆的内接正六边形, TSS 轨迹为圆的外切正六边形。由于对称性, 将其中的 1/12 进行局部放大, 可得误差三角形  $OB'B$ , 如图 2 所示。可以看出, 上述准则的偏差应力矢量在  $OB'$  共线且模长相等, 在  $OB$  上共线但模长不等。图 2 中,  $B'F$  和  $B'B$  分别为 Tresca 轨迹和 TSS 轨迹的边, 而  $OF$  和  $OB'$  分别为 Tresca 轨迹和 TSS 轨迹的边心距。对其边和边心距的均值同时逼近, 则可确定新的屈服边长  $B'E$  与边心距  $OI$ 。根据这一设想, 可以建立如下方差形式的数学表达式。

$$\rho = \frac{\left[ B'E - \frac{B'F + B'B}{2} \right]^2 + \left[ OI - \frac{OF + OB'}{2} \right]^2}{2} \quad (1)$$

设  $B'E = x$ , 则有  $OI = y(x)$ 。注意到  $B'F = \sqrt{6}/6$ ,  $BB' = \sqrt{2}/3$ ,  $OB' = \sqrt{6}/3$ ,  $OF = \sqrt{2}/2$ , 则有

$$\rho = \frac{\left[ x - \frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{12} \right]^2 + \left[ y - \frac{2\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{12} \right]^2}{2} \quad (2)$$

注意面积恒等关系  $S_{\Delta OB'E} = (OE \cdot B'F)/2 = (B'E \cdot OI)/2 = (x \cdot y)/2$ , 其中有  $OE = OF + EF = OF + \sqrt{B'E^2 - B'F^2}$ , 于是  $y$  与  $x$  的函数关系可表示为

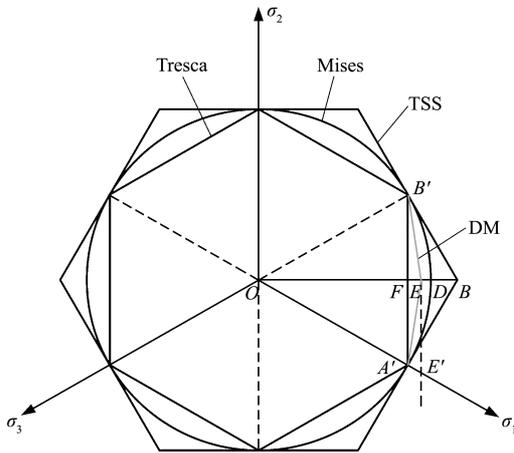


图 1  $\pi$  平面上的双均值屈服轨迹  
Fig. 1 Double-mean approximation yield locus on the  $\pi$ -plane

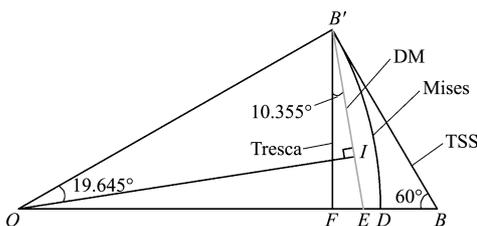


图 2 误差三角形内的双均值屈服准则  
Fig. 2 Double-mean approximation yield criterion in the error triangle

$$y = \frac{\sqrt{3}}{6x} + \frac{\sqrt{6x^2 - 1}}{6x} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2), 并令  $\partial\rho/\partial x = 0$  求极值, 可得

$$x = B'E = 0.415\sigma_s \quad (4)$$

于是,  $OE, DE, OI, EF$  以及  $\angle FB'E, \angle OB'E, \angle OEB', \angle B'OI$  可确定为

$$\begin{cases} OE = 0.7817\sigma_s \\ DE = OD - OE = 0.0348\sigma_s \\ OI = 0.7689\sigma_s \\ EF = OE - OF = 0.0746\sigma_s \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \angle FB'E = \tan^{-1}(EF/B'F) = 10.355^\circ \\ \angle OB'E = 60^\circ + \angle FB'E = 70.355^\circ \\ \angle OEB' = 180^\circ - 30^\circ - \angle OB'E = 79.645^\circ \\ \angle B'OI = 90^\circ - \angle OB'E = 19.645^\circ \end{cases} \quad (6)$$

由式(5, 6)可知, 新轨迹是一个边长为  $0.415\sigma_s$  的等边非等角十二边形, 6 个内接顶角为  $140.71^\circ$ , 另 6 个伪内接顶角为  $159.29^\circ$ 。

新轨迹与 Mises 弧在 E 点与 I 点的误差分别为

$$\begin{cases} \Delta_E = \frac{OE - OD}{OD} \times 100\% = -4.262\% \\ \Delta_I = \frac{OI - OD}{OD} \times 100\% = -5.828\% \end{cases} \quad (7)$$

同时, 新轨迹的周长和面积与 Mises 圆相比, 相对误差分别为

$$\begin{cases} \Delta_c = \frac{12 \times B'E - 2\pi \times B'O}{2\pi \times B'O} \times 100\% = -2.93\% \\ \Delta_s = \frac{6 \times OE \times B'F - \pi \times B'O^2}{\pi \times B'O^2} \times 100\% = -8.59\% \end{cases} \quad (8)$$

由此可见, 新轨迹居于 Tresca 轨迹与 Mises 轨迹之间, 从内侧靠近 Mises 圆。

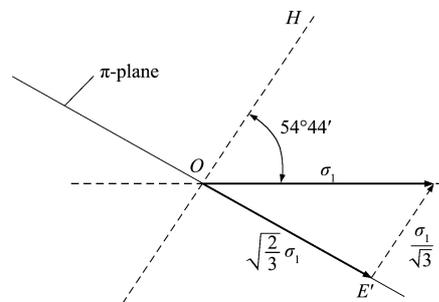


图 3  $\sigma_1$  在  $\pi$  平面上的投影  
Fig. 3 Projection of principal stress component  $\sigma_1$  on the  $\pi$ -plane

### 2.2 新准则的数学表达式

根据主应力  $\sigma_1$  在  $\pi$  平面上的投影关系<sup>[9]</sup>, 如图 3 所示, 可得

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} OE' = \sqrt{2} OE = 1.1055 \sigma_s \\ \sigma_3 = 0 \\ \sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 0.5528 \sigma_s \end{cases} \quad (9)$$

假设 A'E 满足式(10),即

$$\sigma_1 - a_1 \sigma_2 - a_2 \sigma_3 - c = 0 \quad (10)$$

当材料屈服时有  $c = \sigma_s, a_1 + a_2 = 1$ , 将式(9)代入式(10)可得

$$a_1 = 0.191, a_2 = 0.809 \quad (11)$$

于是,式(10)可确定为

$$\sigma_1 - 0.191 \sigma_2 - 0.809 \sigma_3 = \sigma_s, \text{ 当 } \sigma_2 \leq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (12)$$

同理,轨迹 B'E 可确定为

$$0.809 \sigma_1 + 0.191 \sigma_2 - \sigma_3 = \sigma_s, \text{ 当 } \sigma_2 \geq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (13)$$

式(12,13)即为新准则的数学表达式,称为双均值逼近屈服准则,或简称为 DM 屈服准则。该准则表明,若应力分量  $\sigma_1, \sigma_2$  和  $\sigma_3$  按系数 1, 0.191, 0.809 或 0.809, 0.191, 1 进行线性组合,则材料发生屈服。

### 2.3 屈服准则的验证

当约定  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  时,为评价中间主应力的影响,Lode<sup>[10]</sup>引入的应力参数表达式为

$$\mu = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_s \quad (14)$$

将式(14)分别代入 Tresca, Mises, TSS 以及 DM 屈服准则,可得其相应的 Lode 应力参数转换式为

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_s} = 1, \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_s} = \frac{2}{\sqrt{3 + \mu^2}} \quad (15,16)$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_s} = \begin{cases} \frac{4 + \mu}{3} & (-1 \leq \mu \leq 0) \\ \frac{4 - \mu}{3} & (0 \leq \mu \leq 1) \end{cases} \quad (17)$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_s} = \begin{cases} \frac{2000 + 191\mu}{1809} & (-1 \leq \mu \leq 0) \\ \frac{2000 - 191\mu}{1809} & (0 \leq \mu \leq 1) \end{cases} \quad (18)$$

利用转换式(15~18),并结合已有的实验数据<sup>[10-13]</sup>,可得图4所示结果。可以看出,Tresca 屈服准则为实验数据的下界,而 TSS 屈服准则为上界;DM 屈服准则介于 TSS 准则与 Tresca 准则之间,位于 Mises 准则下方。总体而言,DM 屈服准则与实验数据较一致,提供了较为合理的中间结

果。

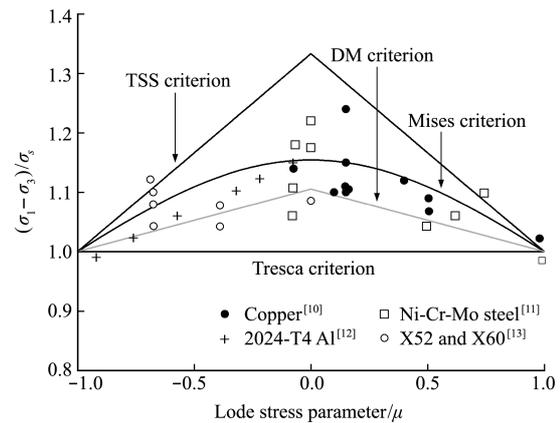


图4 屈服准则实验结果对比  
Fig. 4 Comparison of various yield criteria and experimental data

## 3 管道爆破压力

### 3.1 材料硬化模型

当管道受内压作用而超过屈服强度时,管道进入塑性状态。继续加压,管材发生应变硬化,管道的承载能力提高;同时,壁厚变薄,又使承载能力下降。当内压达到一定值后,管道将发生爆破,此时的极限内压力称为爆破压力。对此情况,通常使用幂律应变硬化曲线来描述管道的应力-应变关系<sup>[14,15]</sup>

$$\sigma = K \epsilon^n, K = (e/n)^n \sigma_T \quad (19)$$

式中  $\sigma$  为单向拉伸时的真应力,  $\epsilon$  为单向拉伸时的真应变,  $K$  为强度系数,  $\sigma_T$  为抗拉强度,  $n$  为应变硬化指数,  $e = 2.71828$  为自然对数。

屈强比 ( $\sigma_Y / \sigma_T$ ), 即材料的屈服强度与抗拉强度的比值,决定材料的应变硬化指数。Zhu 等<sup>[16]</sup>曾给出各种不同管材的拟合表达式,即

$$n = 0.239 \left[ \frac{1}{\sigma_Y / \sigma_T} - 1 \right]^{0.596} \quad (20)$$

式中  $\sigma_Y$  为屈服强度,  $\sigma_T$  为抗拉强度。

### 3.2 爆破压力

假设某一无缺陷且两端封闭的薄壁长管道,承受内部压力,其主应力可表示为<sup>[17]</sup>

$$\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta} = \frac{PD}{2t}, \sigma_2 = \sigma_{zz} = \frac{PD}{4t}, \sigma_3 = \sigma_{rr} \approx 0 \quad (21)$$

式中  $\theta, r$  和  $z$  代表管道的周向、径向以及轴向;  $D$  为管道瞬时直径,  $t$  为瞬时壁厚,  $P$  为管道内压。将式(21)代入式(12),可得基于 DM 屈服准则的等效应力为

$$\bar{\sigma} = \sigma_s = 0.9046 \sigma_1 = 0.4523 PD/t \quad (22)$$

对应的管道主应变可表示为

$$\epsilon_1 = \epsilon_{\theta\theta} = \ln \frac{D}{D_0}, \epsilon_3 = \epsilon_{rr} = \ln \frac{t}{t_0}, \epsilon_2 = \epsilon_{zz} = 0 \quad (23)$$

式中  $D_0$  和  $t_0$  分别为管道初始内径和初始管壁厚

度。在塑性变形时,满足体积不变条件,即  $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0$ , 则由式(23)可得

$$\epsilon_1 = -\epsilon_3, \epsilon_1 - \epsilon_3 = 2\epsilon_1 = \ln\left[\frac{D}{t} \frac{t_0}{D_0}\right] \quad (24,25)$$

根据 Hill 塑性功假设<sup>[18]</sup>有

$$\sigma_1 \epsilon_1 = \sigma \epsilon = \bar{\sigma} \bar{\epsilon} \quad (26)$$

式中  $\bar{\epsilon}$  为 DM 屈服准则的等效应变。

将式(22)代入式(26)得

$$\bar{\epsilon} = 1.1055 \epsilon_1 \quad (27)$$

将式(27)代入式(25)得

$$\frac{t}{D} = \frac{t_0}{D_0} e^{-1.809 \bar{\epsilon}} \quad (28)$$

由式(19,22,28)可得

$$P = 2.21 \frac{t_0 K}{D_0} \bar{\epsilon}^n e^{-1.809 \bar{\epsilon}} \quad (29)$$

爆破压力在变形失稳时取得,即要求  $dP/d\bar{\epsilon} = 0$ , 因此无缺陷管道的爆破压力为

$$P_b = 4 \times 0.5528^{n+1} \frac{t_0}{D_0} \sigma_T \quad (30)$$

考虑到腐蚀缺陷对管道的影响,需要考虑以下两种极限情况,管道存在较小缺陷,不足以使管道发生爆破,其爆破压力(记为  $P_p$ )可由无缺陷管道爆破压力公式表达,即  $P_p = P_b$ , 对应爆破压力的上限;管道存在较大的腐蚀缺陷,其爆破压力记为  $P_p^*$ , 对应爆破压力的下限,可表示为

$$P_p^* = 4 \times 0.5528^{1+0.239(\frac{1}{\sigma_Y/\sigma_T}-1)^{0.596}} \frac{t_0}{D_0} \sigma_T \quad (31)$$

式中  $t_0^* = t_0 - d_0$ , 为腐蚀后的管道壁厚。用  $P_p$  表示  $P_p^*$ , 则有

$$P_p^* = P_p(1 - d_0/t_0) \quad (32)$$

实际上,对于一定宽度和长度的腐蚀管道,其爆破压力(记为  $P_d$ )介于上限爆破压力和下限爆破压力之间,即  $P_p^* < P_d < P_p$ 。基于这一考虑,  $P_d$  可修正为<sup>[19]</sup>

$$P_d = P_p \left[1 - \frac{d_0}{t_0} f\right] \quad (33)$$

$$f \approx 1 - \exp\left[C \frac{L}{\sqrt{R} t_0^*}\right] \quad (34)$$

式中  $f$  为缺陷几何形状和材料的函数,  $L$  为缺陷长度,  $C \approx -0.157$ <sup>[19]</sup>,  $R = D/2$  为管道半径。

联立式(20,33,34), 腐蚀管道爆破压力的表达式为

$$P_d = 4 \times 0.5528^{(1+n)} \frac{t_0}{D_0} \sigma'_u \times \left\{1 - \frac{d_0}{t_0} \left[1 - \exp\left[-0.157 \frac{L}{\sqrt{R_0} t_0^*}\right]\right]\right\} \quad (35)$$

从式(35)可看出,当缺陷深度比  $d_0/t_0 = 0$  时,  $P_d$  与式(30)表示的  $P_b$  相同。

### 3.3 对比与验证

为了验证式(35)的合理性,对比文献[5]含腐蚀缺陷 X70 管道的模拟结果,其中材料参数、管道几何参数以及缺陷参数列入表 1。对比结果如图 5 所示。

表 1 X70 管道的几何参数和缺陷参数

Tab. 1 Geometirc defect and defect parameter for X70 pipeline

材料	材料参数			几何参数		缺陷参数	
	$\sigma_Y$ /MPa	$\sigma_T$ /MPa	$\sigma_Y/\sigma_T$	$t_0$ /mm	$D_0$ /mm	$L$ /mm	$d_0$ /mm
X70	508	667	0.76	14.6	1016	200,300,400,500,600	2.92,5.84,8.76

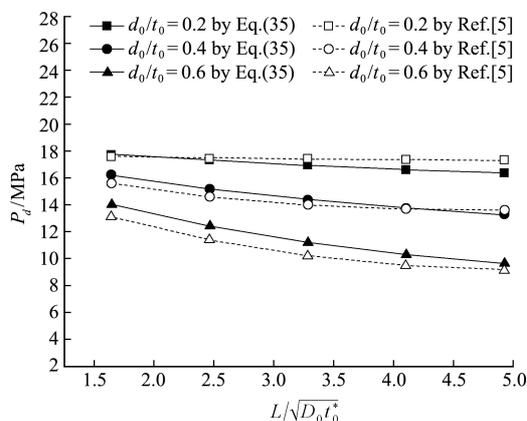


图 5 本文爆破压力与模拟值的比较

Fig. 5 Comparison between the present results of the burst pressure with the simulation ones

式(35)预测的爆破压力与爆破压力模拟结果较接近,且最大误差不超过 10.11%, 具有较高的预测精度。

为进一步验证,也将式(35)的预测结果与已有关于 X80 和 X100 两种管线材料的实验结果<sup>[5]</sup>作了对比。同时,为反映不同屈服准则的影响,也给出了按照本文推导方法得到的 Tresca 准则预测值和 TSS 准则预测值。以表 2 为两种实验材料的实验条件,表 3 为实验值以及不同准则计算值的对比结果,其中  $\Delta_{TSS}$ ,  $\Delta_{Tresca}$  和  $\Delta_{DM}$  分别表示 3 准则计算值与实验值的相对误差。

由表 3 可知,使用 TSS 屈服准则得到的管道爆破预测值普遍偏大,而使用 Tresca 屈服准则的

预测值则偏小。使用本文提出的 DM 屈服准则所得的预测值不仅介于 TSS 和 Tresca 之间,而且更加靠近实验结果,最大误差不超过 12.7%,可见双

均值逼近屈服准则在实际应用中具有较大的应用潜力,对于求解其他金属结构件的力学参数具有参考意义。

表 2 X80 和 X100 管线爆破实验条件

Tab. 2 Experimental conditions of the burst tests for X80 and X100 pipelines

序号	型号	$t_0/\text{mm}$	$d_0/\text{mm}$	$t_0^*=(t_0-d_0)/\text{mm}$	$L/\text{mm}$	$\sigma_T/\text{MPa}$	$n$
1	X80	8	459	4.25	40	731	0.10
2	X80	8.1	457	2.71	39.6	684	0.07
3	X80	19.89	1219	4.48	605.72	740	0.08
4	X80	19.89	1219	12.45	605.72	740	0.08
5	X80	19.89	1219	18.12	607.74	740	0.08
6	X80	13.79	1219	3.01	588.37	740	0.08
7	X80	13.79	1219	8.34	589.4	740	0.08
8	X80	13.79	1219	12.25	586.42	740	0.08
9	X100	22.9	1320	11.54	609.03	886	0.09
10	X100	22.9	1320	11.45	1109.94	886	0.31
11	X100	22.9	1320	11.38	514.98	886	0.18
12	X100	22.9	1320	11.45	1012.75	886	0.09

表 3 实验值与不同准则预测值的比较

Tab. 3 Comparison between the predicted value and the experimental one

序号	$P_{\text{实测}}/\text{MPa}$	$P_{\text{TSS}}/\text{MPa}$	误差 $\Delta_{\text{TSS}}/\%$	$P_{\text{Tresca}}/\text{MPa}$	误差 $\Delta_{\text{Tresca}}/\%$	$P_{\text{预测}}/\text{MPa}$	误差 $\Delta_{\text{DM}}/\%$
1	24.2	29.80	23.14	21.70	-10.35	24.22	0.09
2	22	26.77	21.70	19.67	-10.61	21.89	-0.51
3	9.3	10.94	17.65	8.02	-13.72	8.94	-3.92
4	17.7	23.44	32.44	17.19	-2.88	19.14	8.16
5	23.3	29.54	26.77	21.66	-7.03	24.12	3.53
6	5.2	6.68	28.42	4.90	-5.82	5.45	4.88
7	12	15.42	28.51	11.31	-5.74	12.60	4.97
8	16.1	20.04	24.50	14.70	-8.70	16.37	1.67
9	19.1	26.43	38.39	19.30	1.04	21.53	12.70
10	15.4	20.50	33.13	14.06	-8.69	16.03	4.08
11	19.9	26.44	32.85	18.81	-5.49	21.17	6.37

### 4 结果与讨论

图 6 为式(30)在  $\sigma_T=614 \text{ MPa}$  下确定的爆破压力。可以看出,当  $t_0/D_0$  不变时,管道的爆破压力随  $\sigma_Y/\sigma_T$  的增大而增大;当  $\sigma_Y/\sigma_T$  不变时,管道的爆破压力随  $t_0/D_0$  的增大而增大。

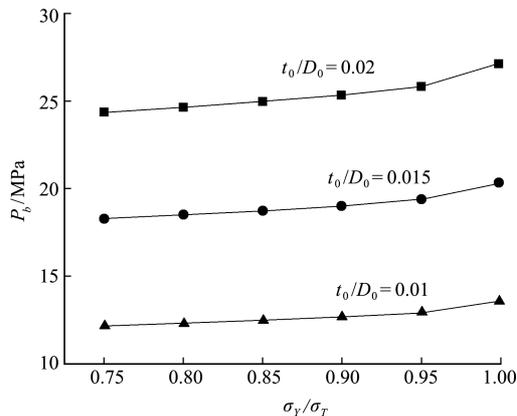


图 6 爆破压力与  $\sigma_Y/\sigma_T$  和  $t_0/D_0$  的关系

Fig. 6 Variation of limit pressure with  $\sigma_Y/\sigma_T$  and  $t_0/D_0$

在给定  $t_0/D_0=0.017$ ,  $L/\sqrt{R_0 t_0^*}=5$ ,  $\sigma_T=614 \text{ MPa}$  的条件下,爆破压力随径厚比和屈服比的变化规律如图 7 所示。可以看出,当  $d_0/t_0$  不变时,爆破压力随着  $\sigma_Y/\sigma_T$  的增大而增大;当  $\sigma_Y/\sigma_T$  不变时,爆破压力随缺陷深度比的增大而减小。

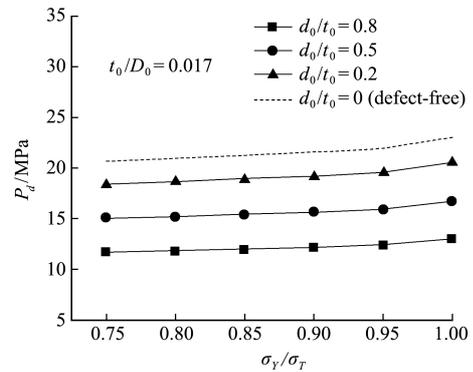


图 7 爆破压力随径厚比与屈服比的变化规律

Fig. 7 Variation of the burst pressure with the  $\sigma_Y/\sigma_T$  and ratio of radius to thickness

## 5 结 论

(1) 建立了双均值逼近屈服准则,其表达式是主应力分量的线性函数,其轨迹介于 Tresca 轨迹与 TSS 轨迹之间。在  $\pi$  平面上,双均值逼近屈服准则是一个边长为  $0.4150\sigma_s$  的等边非等角十二边形,顶角分别为  $140.71^\circ$  和  $159.29^\circ$ 。通过对比发现,该屈服准则的预测结果与实验数据吻合较好,给出了较为合理的中间结果。

(2) 基于双均值逼近屈服准则对管道进行塑性极限分析,导出了含腐蚀缺陷管道的爆破压力解析解。与已有实验数据对比表明,该解析解预测的爆破压力与实验实测数值吻合较好,最大误差不超过 12.7%。

(3) 影响参数的定量分析表明,爆破压力随屈服比 ( $\sigma_y/\sigma_T$ ) 的增加而增加,随缺陷深度比 ( $d_0/t_0$ ) 的增加而降低。

## 参考文献(References):

- [1] Kiefner J F, Maxey W A, Eiber R J, et al. *Failure Stress Levels of Flaws in Pressurized Cylinders* [M]. Progress in Flaw Growth and Fracture Toughness Testing ASTM International, 1973.
- [2] American National Standards Institute. *Manual for Determining the Remaining Strength of Corroded Pipelines: A Supplement to ASME B31G Code for Pressure Piping* [M]. The American Society of Mechanical Engineers, 1991.
- [3] Cunha S B, Netto T A. Analytical solution for stress, strain and plastic instability of pressurized pipes with volumetric flaws [J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2012, **89**:187-202.
- [4] Cunha S B, Netto T A. Analytical assessment of the remaining strength of corroded pipelines and comparison with experimental criteria [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2017, **139**(3):031701.
- [5] Ma B, Shuai J, Liu D X, et al. Assessment on failure pressure of high strength pipeline with corrosion defects [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2013, **32**:209-219.
- [6] Yang Z Z, Liu D X, Zhang X H. Finite element method analysis of the stress for line pipe with corrode groove during outdoor storage [J]. *Acta Metallurgica Sinica (English Letters)*, 2013, **26**(2):188-198.
- [7] Yeom K J, Lee Y K, Oh K H, et al. Integrity assessment of a corroded API X70 pipe with a single defect by burst pressure analysis [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2015, **57**:553-561.
- [8] 罗 懿. 基于 ANSYS Workbench 有限元法的外腐蚀管道失效压力研究 [J]. *石油化工设备*, 2019, **48**(2):7-11. (LOU Yi. Study on the external corrosion failure pressure of pipeline based on ANSYS workbench finite element method [J]. *Petro-Chemical Equipment*, 2019, **48**(2):7-11. (in Chinese))
- [9] Zhang S H. *Linearization of Yield Criterion and Its Engineering Applications* [M]. Metallurgical Industry Press, 2018.
- [10] Lode W. Versuche über den einfluß der mittleren hauptspannung auf das fließen der metalle eisen, kupfer und nickel [J]. *Zeitschrift Für Physik*, 1926, **36**:913-939. (in German)
- [11] Lessells J M, MacGregor C W. Combined stress experiments on a nickel-chrome-molybdenum steel [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1940, **230**(2):163-181.
- [12] Naghdi P M, Essenburg F, Koff W. An experimental study of initial and subsequent yield surfaces in plasticity [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1958, **25**(2):201-209.
- [13] Maxy W A. Measurement of yield strength in the mill expander [A]. Proceedings of the Fifth Symposium on Line Pipe Research [C]. 1974.
- [14] Milner J L, Bunget C, Abu-Farha F, et al. Modeling tensile strength of materials processed by accumulative roll bonding [J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2013, **15**(2):219-226.
- [15] Hossein Seyedkashi S M, Panhizadeh R V, Xu H B, et al. Process analysis of two-layered tube hydroforming with analytical and experimental verification [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013, **27**(1):169-175.
- [16] Zhu X K, Leis B N. Influence of yield-to-tensile strength ratio on failure assessment of corroded pipelines [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2005, **127**(4):436-442.
- [17] 章顺虎. 塑性成型力学原理 [M]. 北京:冶金工业出版社, 2016. (ZHANG Shun-hu. *Mechanical Principles of Plastic Forming* [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2016. (in Chinese))
- [18] Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity* [M]. London: Oxford University Press, 1950.
- [19] Leis B N, Stephens D R. An alternative approach to assess the integrity of corroded line pipe-Part I: Current status; Part II: Alternative criterion [A]. Proceeding of the Seventh International Offshore and Polar Engineering [C]. 1997.

## Analysis of burst pressure for corroded pipeline with double-mean approximation yield criterion

DENG Lei, ZHANG Shun-hu\*, QIN Shi-hui, LIU Xin-yin  
(Shagang School of Iron and Steel, Soochow University, Suzhou 215021, China)

**Abstract:** A linear yield criterion, called the double-mean approximation yield criterion, is established by simultaneously approximating the average values of the yield lengths and the apothems of the Tresca and TSS yield criteria. The yield locus of the proposed yield criterion on the  $\pi$ -plane is an equilateral and non-equilateral dodecagon which locates inside the von Mises circle. Based on the present yield criterion, the plastic limit analysis of a pipeline with a corrosion defect under inner pressure is analyzed, and an analytical solution of the burst pressure is derived. The analytical solution is a function of the yield-to-tensile strength ratio ( $\sigma_Y/\sigma_T$ ), the original thickness-to-diameter ratio ( $t_0/D_0$ ), the tensile strength as well as defect depth ratio ( $d_0/t_0$ ). After comparison, it is found that the predicted burst pressure is close to the simulated and experimental data. The quantitative analysis shows that the burst pressure increases with the yield-to-tensile strength ratio or the original thickness-to-diameter ratio, but decreases with the defect depth ratio. The present solution of the burst pressure is significant in the material selection, design and evaluation of the pipeline.

**Key words:** corroded pipeline; yield criterion; burst pressure; yield-to-tensile strength ratio; strain hardening exponent

---

引用本文/Cite this paper:

邓磊,章顺虎,覃诗卉,等.双均值逼近屈服准则解析含腐蚀缺陷管道爆破压力[J].计算力学学报,2021,38(6):763-769.

DENG Lei, ZHANG Shun-hu, QIN Shi-hui, et al. Analysis of burst pressure for corroded pipeline with double-mean approximation yield criterion[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, 38(6): 763-769.