

DOI: 10.7511/jslx20200918001

基于渐进演化策略的增材制造 自支撑结构拓扑优化算法

邹君^{*1}, 姚卫星², 张悦超¹, 冯振宇¹

(1. 中国民航大学 适航学院, 天津 300300; 2. 南京航空航天大学 航空学院, 南京 210016)

摘要: 拓扑优化和增材制造分别是先进的结构设计技术和制造技术, 将拓扑优化与增材制造融合能产生显著的协同效益。增材制造存在一些独特的制造约束, 研究考虑结构自支撑约束的拓扑优化算法, 可以降低材料和时间成本。基于 SIMP 方法框架, 建立显式约束函数模型表征结构的自支撑特性, 并发展了相应的拓扑优化流程, 通过结构渐进演化实现自支撑。研究了相应的灵敏度分析方法, 可实现并行计算。提出一个指向性灵敏度过滤算子促进支撑结构演化。采用 3 个数值算例进行分析, 验证了指向性灵敏度过滤的有效性, 所有拓扑优化结果均实现了结构自支撑。与典型方法相比, 优化结果的可制造性更好。

关键词: 拓扑优化; 增材制造; 结构自支撑约束; 灵敏度分析; 渐进演化

中图分类号: TH122; O224 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-4708(2021)06-0704-08

1 引言

拓扑优化通过数值优化在满足一定约束条件下寻找最优的材料布局。与传统的尺寸优化和形状优化相比, 拓展了设计空间, 能够设计出具有创新性和高性能的结构布局形式。典型拓扑优化方法包括变密度法 SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization)、渐进结构优化法 ESO (Evolutionary Structural Optimization) 和均匀化方法 (Homogenization Method) 等^[1,2]。在消除棋盘格式和网格依赖性等方面也发展了密度过滤和灵敏度过滤等技术^[3,4]。

拓扑优化结果往往几何构型复杂, 难以采用传统工艺制造。增材制造 AM (Additive Manufacturing) 通过材料逐层累加制造零件, 能够实现复杂零件的成形^[5]。增材制造能让拓扑优化价值得到完全发挥, 拓扑优化与增材制造技术融合是大势所趋。

Brackett 等^[6]指出, 典型拓扑优化方法应用于增材制造的最大瓶颈是没有考虑增材制造约束。增材制造并非可以完全自由地进行零部件设计, 存在一些独特的制造约束, 如最大/最小尺寸约束、支

撑结构设计及自支撑约束、材料各向异性约束、连通性约束和多材料约束等^[7]。Liu 等^[8]对近年来面向增材制造的拓扑优化技术研究进行了较全面的综述。

增材制造自支撑约束是指当结构下表面倾斜角度大于一定值时, 在逐层制造过程中容易发生坍塌。此时需要在下方增加支撑结构, 同时将上层热量传导至基板, 以减小热变形。支撑结构设计不仅增加了设计难度, 还导致加工时间及成本增加, 且后期去除工艺难度较大, 破坏了结构最优性。研究表明, 当下表面倾斜角度小于一定值时, 结构可以实现自支撑。设计自支撑的拓扑优化结构有助于节约材料成本, 缩短设计周期。

国外研究方面, Thomas^[9]研究发现激光选区熔化技术 SLM (Selective Laser Melting) 成型的临界自支撑角度约为 45°。Brackett 等^[6]提出边界惩罚策略, 惩罚值与倾斜角度以及悬空区域的长度成正比。Serphos^[10]首次研究考虑自支撑约束的 2D 拓扑优化方法, 分别研究了罚函数项、显式约束条件和密度过滤算子等 3 种方法考虑自支撑约束。基于上述研究, Langelaar^[11,12]提出一个自支撑密度过滤算子, 保证每个实体单元下方都有实体单元提供支撑, 缺点是灵敏度分析需要逐层进行, 无法并行分析。Gaynor 等^[13,14]基于 SIMP 方法, 通过锥形密度过滤使每个实体单元下方锥形区域内的单元平均密度大于门槛值。缺点是灵敏度分析无

收稿日期: 2020-09-18; 修改稿收到日期: 2020-12-03.

基金项目: 国家重点研发计划 (2018YFB1106303); 中央高校基本科研业务费中国民航大学专项资助项目.

作者简介: 邹君* (1990-), 男, 博士, 讲师
(E-mail: sc_zoujun@163.com).

法并行计算,非线性度较大,且结果中存在较多的灰度单元。

与基于离散的单元密度分析结构自支撑特性不同,Qian^[15]基于单元密度梯度向量分析拓扑结构边界的倾斜角度,并采用 Heaviside 映射函数形成约束条件。Ven 等^[16]基于 SIMP 方法提出了前沿传播模型,通过波的传播速度在悬空区域与其他地方的不同识别悬空区域,通过密度过滤实现自支撑。Garaigordobil 等^[17]采用图像分析处理领域中的边界识别技术来识别悬空区域,约束条件为违反自支撑约束的单元数量最小。

国内方面,Guo 等^[18]基于移动可变形组件和可变形孔洞拓扑优化方法,通过几何显式特征控制结构自支撑约束,从而转化为拓扑描述函数的参数优化问题。白伟^[19]提出一个全局约束函数控制倾斜角度。Zhao 等^[20]将自支撑模型定义为各实体单元的支撑单元密度之和必须大于 0,并提出了一个显式二次约束条件表征自支撑约束。Zhao 等^[21]开展了针对多孔结构的自支撑拓扑优化方法研究,基于均匀化方法提出通过密度过滤实现自支撑。

考虑自支撑约束的拓扑优化方法研究有助于提升面向增材制造的设计能力,在学术界和工业界受到广泛关注。文献[11,13]提出的方法已迅速应用于商业软件^[8]。基于 SIMP 框架提出一个新的显式自支撑约束函数模型,研究通过渐进演化实现结构自支撑。

2 优化方法

2.1 显式自支撑约束函数模型

基于 SIMP 方法研究考虑结构自支撑约束的优化方法,为简化起见,仅考虑 2D 矩形区域的拓扑优化问题。假设单元数量为 $N=n_i \times n_j$,打印方向由下到上,每个单元由下一层单元提供支撑。金属结构的临界自支撑角度约为 45° ^[9],因此,可以认为每个单元由下方 3 个单元提供支撑,如图 1 所示。

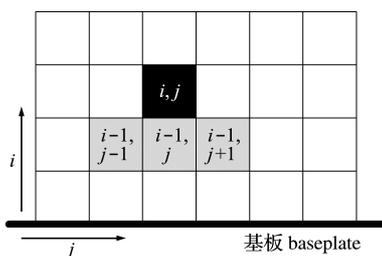


图 1 自支撑模型定义

Fig. 1 Definition of self-supporting model

采用与 Langelaar^[11,12]类似的自支撑数学定义,各单元密度不能大于下方支撑单元的最大密度,数学描述如下,

$$\rho_{i,j} \leq \rho_{i,j}^{\max} = \max(\rho_{i-1,j-1}, \rho_{i-1,j}, \rho_{i-1,j+1}) \quad (1)$$

式中 $\rho_{i,j}$ 和 $\rho_{i,j}^{\max}$ 分别为单元 (i,j) 密度及其最大支撑单元密度。

该支撑准则基于最大支撑单元密度,可避免实体单元由多个中间密度单元支撑,有助于减少中间密度单元数量。由于最大值函数不可导,无法采用梯度优化算法。采用基于 P 范数的光滑近似函数代替最大值函数,

$$\rho_{i,j}^{\max} = \max(\rho_{i-1,j-1}, \rho_{i-1,j}, \rho_{i-1,j+1}) \approx \sqrt[p_n]{\rho_{i-1,j-1}^{p_n} + \rho_{i-1,j}^{p_n} + \rho_{i-1,j+1}^{p_n}} \quad (2)$$

式中 p_n 值越大,与最大值函数之间的误差越小,但非线性程度增加。该模型近似值偏大,支撑单元密度均为 1 时误差最大。采用修正项对近似值进行修正,可表示为

$$\rho_{i,j}^{\max} \approx (\rho_{i-1,j-1}^{p_n} + \rho_{i-1,j}^{p_n} + \rho_{i-1,j+1}^{p_n})^{\frac{1}{p_n}} - \rho_{i,j} \times (3^{\frac{1}{p_n}} - 1) \quad (3)$$

基于自支撑数学模型,建立显式约束函数 $\varphi(\rho)$ 表征结构自支撑约束违反程度,定义如下,

$$\varphi(\rho) = \sum \varphi_{i,j} = \sum (\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^{\max}) \rho_{i,j}^{0.5} \Delta_{i,j}$$

$$\Delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } (\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^{\max}) > 0 \\ 0 & \text{if } (\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^{\max}) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

约束函数 $\varphi(\rho)$ 是关于单元密度与支撑单元最大密度有关的函数,其中 $\Delta_{i,j}$ 为表征单元支撑状态的阶跃函数,采用 $\rho_{i,j}^{0.5}$ 项的目的是抑制低密度单元。可见函数值越大,违反自支撑约束程度越严重。阶跃函数导致约束函数不可导,采用光滑近似函数代替阶跃函数,可表示为

$$\varphi(\rho) = \sum \varphi_{i,j} \approx \sum (\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^{\max}) \rho_{i,j}^{0.5} \frac{1}{1 + e^{-k(\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^{\max}) - \alpha}} \quad (5)$$

式中 参数 k 控制近似程度,参数 α 使函数通过偏移避免最大值近似误差的影响。

2.2 优化模型与方法

在 SIMP 方法框架下,以结构柔顺性最小为目标,研究考虑结构自支撑约束的拓扑优化算法。首先,通过密度过滤避免棋盘格和灰度单元,在过滤后密度的基础上基于提出的约束函数模型分析结构的自支撑特性并作为约束条件。具体拓扑优化列式表示为

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \boldsymbol{\rho} \\
 & \min c = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(\bar{\rho}_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \\
 & \text{s.t. } \mathbf{K}(\bar{\boldsymbol{\rho}}) \mathbf{U}(\bar{\boldsymbol{\rho}}) = \mathbf{F} \\
 & \quad V(\bar{\boldsymbol{\rho}}) / V_0 \leq f \\
 & \quad \varphi(\bar{\boldsymbol{\rho}}) = \sum \varphi_{i,j} \leq \varepsilon \\
 & \quad 0 \leq \boldsymbol{\rho} \leq 1
 \end{aligned} \tag{6}$$

式中 结构柔顺性 c 为优化目标, $\boldsymbol{\rho}$ 是单元密度设计变量, $\bar{\boldsymbol{\rho}}$ 为过滤后密度矩阵。 \mathbf{U} 和 \mathbf{K} 分别为总体节点位移向量和总体刚度矩阵, \mathbf{u}_e 和 \mathbf{k}_0 分别为单元位移向量和单元刚度矩阵, \mathbf{F} 为结构外载荷向量。 N 为单元数量。 V 和 V_0 分别为结构材料体积和设计区域总体积, f 为材料体分比约束。 ε 为自支撑约束值。

为更直接地进行密度过滤, 参考改进的 SIMP 方法^[22] 对设计变量进行惩罚,

$$E_e(\bar{\rho}_e) = E_{\min} + \bar{\rho}_e^p (E_0 - E_{\min}) \tag{7}$$

式中 p 为惩罚因子, E_{\min} 为最小弹性模量, E_0 为实体单元材料弹性模量。

考虑结构自支撑约束的拓扑优化算法流程如下,

(1) 采用线性密度过滤^[4] 对初始密度 $\boldsymbol{\rho}$ 过滤以避免出现棋盘格, 过滤后的密度 $\boldsymbol{\rho}^*$ 由过滤半径 R 内的所有单元的密度加权平均得到。

(2) 采用 Heaviside 函数^[4] 对密度矩阵 $\boldsymbol{\rho}^*$ 过滤以抑制中间密度单元,

$$\bar{\rho}_e = 1 - e^{-\beta \rho_e^*} + \rho_e^* e^{-\beta} \tag{8}$$

式中 参数 β 控制函数的光滑程度。

(3) 在过滤后密度 $\bar{\boldsymbol{\rho}}$ 的基础上进行有限元分析和自支撑约束分析, 自支撑约束分析不考虑单元无支撑时的连锁影响。

(4) 对目标函数 c 、约束条件 V 和 φ 进行灵敏度分析, 并对自支撑约束灵敏度进行指向性过滤, 具体见 2.3 节。

(5) 采用移动渐进法 MMA(Method of Moving Asymptotes) 进行优化求解, 更新设计变量 $\boldsymbol{\rho}$ 和自支撑约束值 ε 。

为提高优化过程稳定性, 采用式(9)使自支撑约束值 ε 随优化过程逐渐减小,

$$\varepsilon = n / 1.3^{\text{loop} / m - m} \tag{9}$$

式中 loop 为循环迭代次数, m 和 n 均为正常数。

优化流程如图 2 所示。

2.3 灵敏度分析方法

推导响应变量对设计变量 $\boldsymbol{\rho}$ 的灵敏度以便采

用梯度优化算法。由于是在两次密度过滤后的密度矩阵 $\bar{\boldsymbol{\rho}}$ 基础上进行响应分析, 采用链式法则推导各响应灵敏度, 可表示为

$$\frac{\partial \phi}{\partial \rho_e} = \sum_{i \in N_e} \frac{1}{\sum_{j \in N_i} H_{ij}} H_{ei} \frac{\partial \phi}{\partial \bar{\rho}_e} \frac{\partial \bar{\rho}_e}{\partial \rho_e^*} \tag{10}$$

式中 $H_{ei} = \max(0, R - \Delta(e, i))$ 表示单元 i 和 e 之间的权重系数, $\Delta(e, i)$ 为单元 i 和 e 之间的距离。对于目标函数 c 、体积约束 V 以及密度过滤算子的灵敏度分析具体可参考文献[4]。

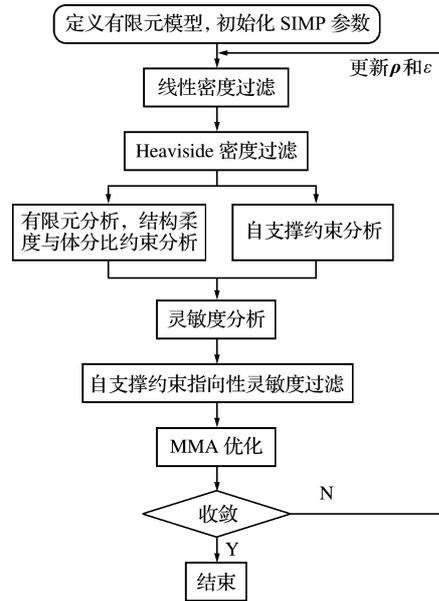


图 2 考虑自支撑约束的拓扑优化流程
Fig. 2 Flowchart of the topology optimization procedure with self-supporting constraint

对于自支撑约束灵敏度分析, 由 2.1 节可知, 不考虑边界情况下每个单元可为上层 3 个单元提供支撑。对违反自支撑约束的单元, 采用增加下方支撑单元密度的方式减小自支撑约束函数 φ 值, 因此各单元的自支撑约束灵敏度可表示为

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{\rho}_{i,j}} = \frac{\partial \varphi_{i+1,j-1}}{\partial \bar{\rho}_{i,j}} + \frac{\partial \varphi_{i+1,j}}{\partial \bar{\rho}_{i,j}} + \frac{\partial \varphi_{i+1,j+1}}{\partial \bar{\rho}_{i,j}} \tag{11}$$

等式右边 3 项分别为单元密度 $\bar{\rho}_{i,j}$ 变化时对左上方、正上方和右上方的 3 个受支撑单元的影响。根据式(3,5), 各项可具体表示为

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varphi_{i+1,s}}{\partial \bar{\rho}_{i,j}} = & -(\bar{\rho}_{i,s-1}^{p_n} + \bar{\rho}_{i,s}^{p_n} + \bar{\rho}_{i,s+1}^{p_n})^{\frac{1}{p_n}-1} \bar{\rho}_{i,j}^{p_n-1} \times \\
 & \left\{ \frac{\bar{\rho}_{i+1,s}^{0.5}}{1 + e^{-k(\bar{\rho}_{i+1,s} - \bar{\rho}_{i+1,s}^{\max} - \alpha)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(\bar{\rho}_{i+1,s} - \bar{\rho}_{i+1,s}^{\max}) \bar{\rho}_{i+1,s}^{0.5} k e^{-k(\bar{\rho}_{i+1,s} - \bar{\rho}_{i+1,s}^{\max} - \alpha)}}{(1 + e^{-k(\bar{\rho}_{i+1,s} - \bar{\rho}_{i+1,s}^{\max} - \alpha)})^2} \right\} \\
 & (s = j - 1, j, j + 1) \tag{12}
 \end{aligned}$$

对于边界单元的灵敏度分析,可在单元密度矩阵左右两侧分别增加 2 层空单元,从而可采用式(12)分析。可见自支撑约束灵敏度值不大于 0,在优化过程中通过向下渐进演化的方式实现结构自支撑。分析式(11,12)可见,各变量的灵敏度分析是相互独立的,可并行计算。对于大规模拓扑优化问题,与逐层嵌套循环分析的方式相比可提高计算效率。

在结构渐进演化过程中会出现密度渐变区域,其灵敏度值较小,使得在优化中无法有效支撑或者弱支撑,如图 3 所示。为促进支撑结构演化,提出指向性灵敏度过滤算子对自支撑约束灵敏度进行过滤,过滤后的灵敏度由该单元上方过滤半径范围内的所有单元灵敏度加权平均得到

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \rho_e} = \frac{1}{\sum_{i \in N_e} H_{ei}} \sum_{i \in N_e} H_{ei} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho_{ei}} \quad (13)$$

式中 N_e 为以单元 e 为中心、过滤半径为 R 的上方半圆形内的单元集合,如图 3 所示。可见指向性灵敏度过滤是通过增加无支撑单元下方 R 层单元的密度来促进支撑结构向下演化。

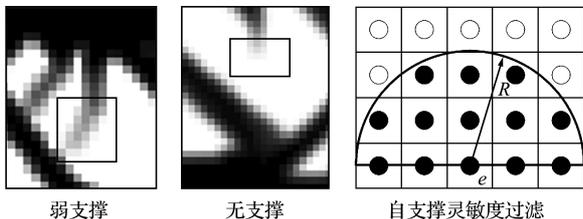


图 3 指向性自支撑灵敏度过滤
Fig. 3 Directional self-supporting sensitivity filter

3 算例分析

采用 3 个算例验证算法有效性,其中材料弹性模量 $E_0=1, E_{\min}=1e-9$,泊松比 $\nu=0.3$,载荷大小为 1, SIMP 插值参数 $p=3, p_n=60$ 。Heaviside 函数参数 β 初始值为 1。假设打印方向从下到上,基板位于设计域底边,优化初始点从均匀分布密度开始,设计变量的运动极限均为 0.05。

3.1 MBB 梁问题

算例 1 为典型的 MBB 梁拓扑优化问题,设计域为 150×50 的矩形,左侧边水平方向和右下角竖直方向位移约束,向下集中力作用在左上角,如图 4 所示。材料体分比约束为 0.5,过滤半径 $R=3$ 。参数 $k=150, \alpha=0.03, m=10, n=80, \beta$ 值每 80 次迭代增加一倍。

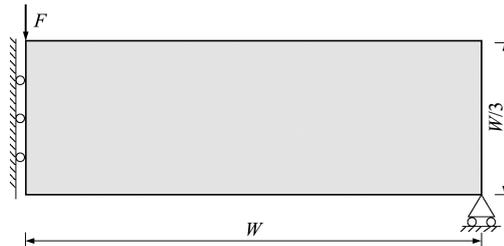


图 4 MBB 梁结构设计模型
Fig. 4 MBB beam structural design model

图 5 为结构不考虑自支撑约束时的拓扑优化结果,结构柔顺性 c 为 206.79。结构上方边界呈水平悬空,还有部分结构倾斜角度超过了 45° ,均违反了自支撑约束。



图 5 不考虑自支撑约束拓扑优化结果($c=206.79$)
Fig. 5 Topology optimization result without self-supporting constraint($c=206.79$)

考虑自支撑约束,优化在 380 次循环迭代后收敛,结构柔顺性 c 为 256.95,与不考虑结构自支撑约束结果相比增加了 24.26%。图 6 给出了每 50 次迭代后的拓扑结果。可见随着迭代次数增加,自支撑约束影响逐渐增强,违反自支撑约束的区域向下逐渐演化出支撑结构,最终实现自支撑。此外可

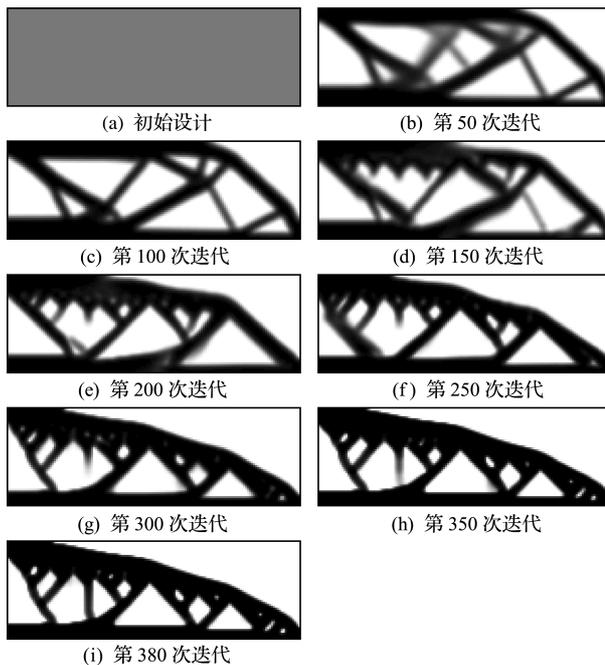


图 6 MBB 梁考虑自支撑约束时拓扑结构渐进演化过程
Fig. 6 Design evolution of MBB beam with self-supporting constraint

见,最终拓扑结构变得更加扁平,多数结构边界倾斜角度正好为 45° 。部分支撑结构不仅能提供支撑作用,还能增加结构刚度。

为验证指向性灵敏度过滤的有效性,不采用灵敏度过滤进行了拓扑优化,优化过程振荡无法收敛。图 7 是 450 次迭代后的拓扑优化结果,可见支撑结构并未与下方结构连接,无法提供有效支撑,验证了所提指向性灵敏度过滤的有效性。



图 7 不采用指向性灵敏度过滤迭代 450 次后结果
Fig. 7 Topology optimization result without the directional self-supporting sensitivity filter after 450 iterations

3.2 桥式结构问题

算例 2 为桥式结构拓扑优化问题,设计域为 100×50 的矩形,位移约束位于底边左右角点处,集中载荷作用在底边中点,载荷方向向下,如图 8 所示。材料体分比约束为 0.5。参数 $m=8$, $n=40$, β 值每 50 次迭代增加一倍。

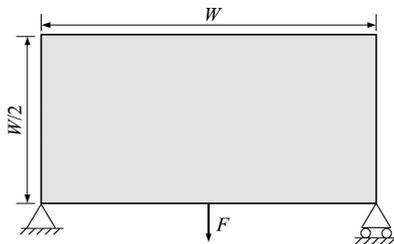


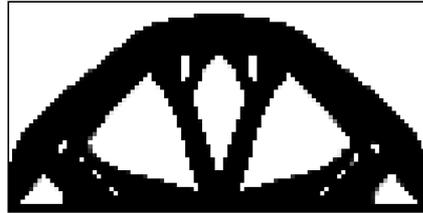
图 8 桥式结构设计模型
Fig. 8 Bridge structural design model

图 9(a)为过滤半径 $R=3$ 时不考虑自支撑约束时的优化结果,结构柔顺性 $c=15.01$ 。结构上方呈水平悬空,左右两侧的支撑结构倾斜角度大于 45° 。由于结构悬空高度较高,采用较大的参数 $k=200$ 和较小的 $\alpha=0.02$ 以抑制密度渐变区域的干扰。

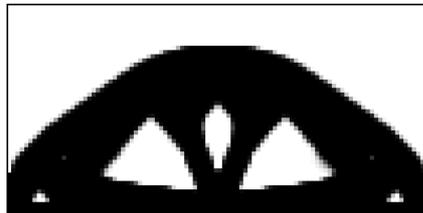
考虑自支撑约束,分别对过滤半径 $R=2$ 和 3 时进行拓扑优化,均在 300 次循环迭代后收敛,结果如图 9(b,c)所示。可以看出,支撑结构数量减小为 2 个,结构均实现自支撑。结构柔顺性 c 分别为 15.28 和 16.35,与不考虑自支撑约束优化结果相比结构柔度分别增加 4.8% 和 8.9%。由于材料体积约束的限制导致结构高度降低,从而使结构刚度减小。



(a) 不考虑自支撑约束拓扑优化结果 ($c=15.01$)
(a) Topology optimization result without self-supporting constraint ($c=15.01$)



(b) 考虑自支撑约束及 $R=2$ 时迭代 300 次后拓扑优化结果 ($c=15.28$)
(b) Topology optimization result with self-supporting constraint and $R=2$ after 300 iterations ($c=15.28$)



(c) 考虑自支撑约束及 $R=3$ 时迭代 300 次后拓扑优化结果 ($c=16.35$)
(c) Topology optimization result with self-supporting constraint and $R=3$ after 300 iterations ($c=16.35$)

图 9 桥式结构拓扑优化结果对比

Fig. 9 Comparison of bridge problem topology optimization results

从结果可见,过滤半径 $R=3$ 时结构柔度较大,这是由于过滤半径较大时,中间密度单元数量更多,结构承载效率下降。此外可见,过滤半径较小时存在更多的孔洞结构,这与文献的结论一致。

为进一步研究指向性灵敏度过滤的有效性,不采用灵敏度过滤进行优化,过滤半径 $R=3$,迭代 300 次后拓扑优化结果如图 10 所示。可见该结果实现了自支撑,且与图 9(c)的结果十分接近,原因在于本算例中支撑结构尺寸相对较大,高度较低,通过渐进演化能形成有效支撑结构。

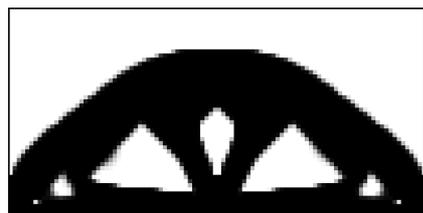


图 10 不采用指向性灵敏度过滤迭代 300 次后结果 ($c=16.18$)
Fig. 10 Topology optimization result without the directional self-supporting sensitivity filter after 300 iterations ($c=16.18$)

3.3 拉伸杆问题

算例 3 为充分验证算法的有效性,设计了一个拉伸杆问题,设计域为 100×50 的矩形,左侧中点

固定,集中载荷作用在底右侧中点,如图 11 所示。材料体分比约束为 0.3。参数 $k=150$, $\alpha=0.03$, β 值每 50 次迭代增加一倍。

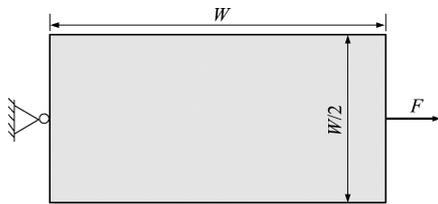
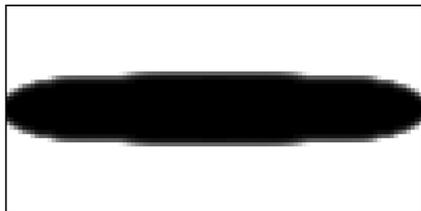


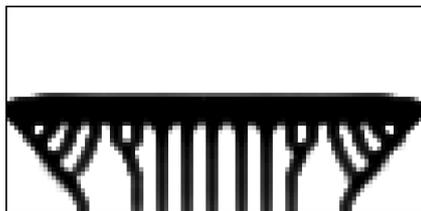
图 11 拉伸杆结构设计模型
Fig. 11 Tension beam design model

图 12(a)为过滤半径 $R=2$ 时不考虑自支撑约束的拓扑优化结果,为水平杆状结构,结构柔顺性 $c=10.61$ 。由于基板位于设计域底边,结构完全悬空,可用于验证本算法的有效性。



(a) 不考虑自支撑约束拓扑优化结果 ($c=10.61$)

(a) Topology optimization result without self-supporting constraint ($c=10.61$)



(b) 考虑自支撑约束及 $R=2$ 时迭代 200 次后拓扑优化结果 ($c=17.34$)
(b) Topology optimization result with self-supporting constraint and $R=2$ after 200 iterations ($c=17.34$)



(c) 考虑自支撑约束及 $R=3$ 时迭代 230 次后拓扑优化结果 ($c=20.94$)
(c) Topology optimization result with self-supporting constraint and $R=3$ after 230 iterations ($c=20.94$)

图 12 拉伸杆拓扑优化结果对比

Fig. 12 Comparison of tension beam topology optimization results

考虑自支撑约束,参数 $m=8$, $n=80$ 。对过滤半径 $R=2$ 和 3 时进行优化,分别在 200 和 230 次迭代后收敛,结果如图 12(b,c)所示。可见考虑自支撑约束后结构材料向基板方向偏移并接触,演化出多个对称分布支撑结构,结构均完全实现自支撑。结构柔顺性 c 分别为 17.34 和 20.94,与不考

虑自支撑约束结果相比,结构柔度分别增加 163.5%和 189.3%。由于支撑结构几乎不传递载荷,因此结构承载效率下降较多。

此外,与算例 2 结果类似,过滤半径较大时,由于中间密度单元数量更多,结构承载效率下降,但支撑结构数量较少,尺寸则更大。

结构边界存在一定数量的中间密度单元,原因是收敛时参数 β 值较小,可通过增加 β 值改善,但会导致非线性程度增加。此外可见,若改为水平方向打印,图 12(a)的拓扑结构则能完全实现自支撑,考虑自支撑约束对最终结果无影响。

为进一步研究指向性灵敏度过滤的有效性,不采用灵敏度过滤进行优化,过滤半径 $R=2$,结果无法形成有效支撑结构,如图 13 所示。原因在于支撑结构高度较高,需要采用指向性灵敏度促进支撑结构向下演化。



图 13 不采用指向性灵敏度过滤迭代 230 次后结果
Fig. 13 Topology optimization result without the directional self-supporting sensitivity filter after 230 iterations

综合三个算例优化结果,与通过密度过滤实现自支撑^[12-16]的拓扑优化结果相比可见,本算法最优结构中不存在扭曲或细小的支撑结构,结构边界更加光滑,结构可制造性更好。主要原因是密度过滤方法中每一步都强制满足自支撑条件,导致支撑结构形状扭曲,同时无法控制支撑结构尺寸。本算法采用渐进演化的方式,仅要求最终收敛时实现自支撑,结构形状更加自然。此外,通过算法参数过滤半径 R 可控制支撑结构的尺寸,因此可制造性更好。

4 结 论

基于 SIMP 框架提出了考虑增材制造结构自支撑约束的拓扑优化算法,该算法基于建立的显式约束函数模型控制结构的自支撑特性,通过结构渐进演化的方式使最终拓扑优化结构实现自支撑。同时给出了相应的灵敏度分析方法,可并行分析。

通过 3 个算例验证了算法的有效性,同时对结构渐进演化过程和指向性灵敏度过滤的有效性进

行分析。结果表明,所有拓扑优化结果均实现了结构自支撑,验证了该算法的有效性,提出的指向性灵敏度过滤算子能有效促进支撑结构演化。与基于密度过滤的拓扑优化方法优化结果相比,本算法的优化结果不存在扭曲和细小的支撑结构,可制造性更好。

研究发现,考虑结构自支撑约束时会导致结构承载效率下降,下一步研究可将打印方向优化与拓扑优化结合,同时该拓扑优化算法可拓展至 3D 问题。

参考文献(References):

- [1] 郭中泽,张卫红,陈裕泽. 结构拓扑优化设计综述[J]. 机械设计, 2007, **24**(8): 1-6. (GUO Zhong-ze, ZHANG Wei-hong, CHEN Yu-ze. An overview on the topological optimization design of structures[J]. *Journal of Machine Design*, 2007, **24**(8): 1-6. (in Chinese))
- [2] Eschenauer H A, Olhoff N. Topology optimization of continuum structures: A review[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2001, **54**(4): 331-390.
- [3] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **21**(2): 120-127.
- [4] Andreassen E, Clausen A, Schevenels M, et al. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, **43**(1): 1-16.
- [5] 卢秉恒,李涤尘. 增材制造(3D 打印)技术发展[J]. 机械制造与自动化, 2013, **42**(4): 1-4. (LU Bing-heng, LI Di-chen. Development of the additive manufacturing (3D printing) technology[J]. *Machine Building & Automation*, 2013, **42**(4): 1-4. (in Chinese))
- [6] Brackett D, Ashcroft I, Hague R. Topology optimization for additive manufacturing[A]. Proceedings of the 22nd Solid Freeform Fabrication Symposium[C]. Austin, 2011.
- [7] 李取浩. 考虑连通性与结构特征约束的增材制造结构拓扑优化方法[D]. 大连理工大学, 2017. (LI Qu-hao. Topology Optimization Methods for Additive Manufacturing Structures with Connectivity Constraint and Structural Feature Constraints[D]. Dalian University of Technology, 2017. (in Chinese))
- [8] Liu J K, Gaynor A T, Chen S K, et al. Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, **57**(6): 2457- 2483.
- [9] Thomas D. The Development of Design Rules for Selective Laser Melting[D]. University of Wales Institute, 2009.
- [10] Serphos M R. Incorporating AM-specific Manufacturing Constraints into Topology Optimization[D]. Delft University of Technology, 2014.
- [11] Langelaar M. Topology optimization of 3D self-supporting structures for additive manufacturing[J]. *Additive Manufacturing*, 2016, **12**: 60-70.
- [12] Langelaar M. An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, **55**(3): 871- 883.
- [13] Gaynor A T, Meisel N A, Williams C B, et al. Topology optimization for additive manufacturing: Considering maximum overhang constraint [A]. AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis & Optimization Conference[C]. 2014.
- [14] Johnson T E, Gaynor A T. Three-dimensional projection-based topology optimization for prescribed-angle self-supporting additively manufactured structures [J]. *Additive Manufacturing*, 2018, **24**: 667-686.
- [15] Qian X P. Undercut and overhang angle control in topology optimization: A density gradient based integral approach[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2017, **111**(3): 247-272.
- [16] Ven E V D, Maas R, Ayas C, et al. Continuous front propagation-based overhang control for topology optimization with additive manufacturing[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, **57**(5): 2075-2091.
- [17] Garaigordobil A, Ansola R, Santamaria J, et al. A new overhang constraint for topology optimization of self-supporting structures in additive manufacturing[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, **58**(5): 2003-2017.
- [18] Guo X, Zhou J H, Zhang W S, et al. Self-supporting structure design in additive manufacturing through explicit topology optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, **323**: 27-63.
- [19] 白 伟. 增材制造结构热变形缓和优化与考虑尺寸约束的构型设计[D]. 大连理工大学, 2016. (BAI Wei, Research on Methods for Residual Deformation Minimization and Topology Design with Feature Size Control for Additive Manufacturing Structures [D]. Dalian University of Technology, 2016. (in Chinese))
- [20] Zhao D Y, Li M, Liu Y S. A novel application framework for self-supporting topology optimization[J].

The Visual Computer,2020:1-16.

- [21] Zhao J Q,Zhang M,Zhu Y,et al. A novel optimization design method of additive manufacturing oriented porous structures and experimental validation [J]. *Materials & Design*,2019,**163**:107550.
- [22] Sigmund O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization[J]. *Mechanics of Structures and Machines*,1997,**25**(4):493-524.

Topology optimization of self-supporting structure for additive manufacturing by gradual evolution strategy

ZOU Jun^{*1}, YAO Wei-xing², ZHANG Yue-chao¹, FENG Zhen-yu¹

(1. College of Airworthiness,Civil Aviation University of China,Tianjin 300300,China;

2. College of Aerospace Engineering,Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,Nanjing 210016,China)

Abstract: Topology optimization and additive manufacturing are respectively the advanced structural design and manufacturing technologies. The combination of topology optimization and additive manufacturing can bring significant synergetic benefits. The additive manufacturing processes have certain manufacturing constraints, and this paper focuses on the topology optimization algorithm considering the self-supporting constraint, which can reduce the material and time costs. Based on the SIMP framework, an explicit constraint function is devised to quantify the self-supporting characteristic. The optimization process considering the self-supporting constraint is then developed, in which the optimization realizes self-support through gradual structural evolution. A corresponding sensitivity analysis method is proposed, which can be used in parallel computation. A directional sensitivity filter is proposed to promote the evolution of supporting structures. Three numerical examples are adopted to verify the proposed method, and the results show that the proposed directional sensitivity filter is effective, and all results realize self-support. Besides, the results indicate better manufacturability compared with the typical methods considering self-supporting constraint.

Key words: topology optimization; additive manufacturing; self-supporting constraint; sensitivity analysis; gradual evolution

引用本文/Cite this paper:

邹君,姚卫星,张悦超,等. 基于渐进演化策略的增材制造自支撑结构拓扑优化算法[J]. 计算力学学报,2021,**38**(6):704-711.

ZOU Jun, YAO Wei-xing, ZHANG Yue-chao, et al. Topology optimization of self-supporting structure for additive manufacturing by gradual evolution strategy [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(6): 704-711.