

基于 Nitsche 方法与拟牛顿求解的 二维接触问题等几何分析

胡清元*, 沈莞菁, 蒋芳芳

(江南大学 理学院, 无锡 214122)

摘 要:在等几何框架内,基于 Nitsche 方法推导了二维无摩擦弹性接触列式,采用基于 BFGS 逆更新的拟牛顿迭代格式求解。提出了 Nitsche 接触列式中罚系数的经验公式和拟牛顿求解时迭代的初始化方法,研究了基于割线刚度阵的修正方法以克服因接触面变化而导致的迭代发散。所提出的接触分析方法在粗糙网格下也能精确描述接触边界,列式推导简单,计算量小。算例表明了接触列式和求解方法的有效性。

关键词:等几何;Nitsche;接触;拟牛顿;迭代修正

中图分类号:O342

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2021)05-0619-06

1 引 言

接触问题是工业工程中常见的一类力学问题^[1]。在接触问题分析方法中,解析方法精度高但适用范围受限。有限元方法适用范围广,但采用的近似网格为接触边界带来严重离散误差,迭代产生的单元畸变可能导致迭代难以收敛。等几何分析^[2]方法采用非均匀有理 B 样条(NURBS)为基函数建模,可精确地描述结构边界,适合分析接触问题。

然而,当前等几何接触分析常见方法存在一定不足。等几何罚函数法^[3]采用类似弹簧刚度的罚系数支撑接触面,但问题求解受系数取值影响很大。等几何分析中广泛采用的 Mortar 方法^[4]通过增加虚拟公共边界施加接触条件,该方法将接触面虚拟自由度增加到系统总自由度中,因此总自由度数随着接触面演化而不断变化。此外,等几何配点法^[5]也用于接触问题分析。半解析方法^[6]将基本解与快速数值求解相结合,具有速度快和计算精度高的特点,在等几何分析中的应用有待进一步发展。

近年来,基于 Nitsche 方法的等几何分析受到持续关注。Nitsche 方法最早用于有限元位移边界

条件的施加^[7],之后应用到域分解问题^[8]和接触问题^[9],以及后续的摩擦大变形接触问题^[10]。Apostolatos 等^[11]综合对比了多种域分解方法的数值性能,结果表明 Nitsche 方法的综合表现最为稳定。Hu 等^[12]首次采用 Nitsche 方法还原接触边界条件,该列式的优势是不增加系统自由度,且有完备的数学理论支撑^[9]。然而,标准的 Nitsche 列式需指定罚系数,该系数通常通过求解界面上的广义特征值问题得到。但对于接触问题,接触面随着迭代不断变化,若需在每个迭代步前都求解广义特征值问题,将大幅度增加计算量。

在方程求解方面,由于接触问题的强非线性,一般采用的 Newton-Raphson 方法需要对列式进行线性化处理,推导切线刚度阵,并在每一步迭代中对大规模矩阵求逆。这不仅需要繁杂的推导,也加重了迭代计算量。实际上,拟牛顿方法也可用于非线性问题的求解,其核心在于采用了近似的切线刚度阵,并可采取 BFGS 逆更新格式以避免矩阵求逆。Matthies 等^[13]结合拟牛顿格式与步长搜索,计算了材料和几何非线性问题。Laursen 等^[14]进一步采用拟牛顿方法求解接触问题,为了保证收敛,当迭代不稳定时需计算切线刚度阵。Gabriel 等^[15]将第一次迭代求得的解作为第二次迭代的初始近似解。然而,Nitsche 方法直接将所有可能产生接触的界面纳入其接触列式,接触面的更新会直接反映在 Nitsche 接触列式当中。因此,如何在接触面剧烈演化和拟牛顿迭代不稳定时进行简单地修正,是有待进一步研究的问题。

收稿日期:2020-07-20;修改稿收到日期:2020-09-20.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61772013);国家自然科学基金(12102146);中央高校基本科研业务费专项(JUSRP12038);江苏省自然科学基金青年项目(BK20200611)资助项目.

作者简介:胡清元*(1992-),男,博士,讲师
(E-mail:qingyuanhu@jiangnan.edu.cn).

2 等几何接触问题

2.1 等几何分析简述

等几何分析本质上是采用 NURBS 为形函数的等参有限元方法,采用如下方式建模几何场,

$$\mathbf{x}(\xi, \eta) = \sum_{A=1}^n R_A(\xi, \eta) \mathbf{x}_A \quad (1)$$

式中 R_A 为 NURBS 基函数, ξ 和 η 为基函数参数, $\mathbf{x}_A$ 为控制点坐标。由于采用了 NURBS 基函数,几何场的描述是精确的,几何边界上无以直代曲现象,单元无离散误差。类似地,将位移场离散为

$$\mathbf{u}(\xi, \eta) = \sum_{A=1}^n R_A(\xi, \eta) \mathbf{u}_A \quad (2)$$

式中 $\mathbf{u}_A$ 为控制点位移自由度。

由虚位移原理,得有限元弱形式

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v}) \quad (3)$$

式中 $a(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ 为双线性项, $l(\mathbf{v})$ 为线性项。为了便于推导,式(3)忽略了位移边界条件。

2.2 接触问题与接触条件

不失一般性,考虑两弹性体 Ω_1 与 Ω_2 发生接触,定义接触面分别为 Γ_1 和 Γ_2 。假定 Γ_1 上点 $\mathbf{x}^1$ 与 Γ_2 上点 $\mathbf{x}^2$ 发生接触,定义接触面外法向单位矢量为

$$\mathbf{n}^1 = \frac{\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1}{\|\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1\|} \quad (4)$$

定义接触间隙函数

$$g(\mathbf{u}) = (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 - [[\mathbf{u}]]_n \quad (5)$$

式中 $(\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1$ 表示当前接触间隙,在小变形问题中认为其保持不变, $[[\mathbf{u}]]_n = (\mathbf{u}^1 - \mathbf{u}^2) \cdot \mathbf{n}^1$ 表示两点间的相对位移。

将接触面记作 Γ , 接触条件可写为

$$\begin{cases} g(\mathbf{u}) \geq 0 & \text{on } \Gamma \\ \sigma_n(\mathbf{u}) \leq 0 & \text{on } \Gamma \\ \sigma_n(\mathbf{u}) \cdot g(\mathbf{u}) = 0 & \text{on } \Gamma \end{cases} \quad (6)$$

式中 σ_n 为其在 $\mathbf{n}^1$ 方向上的分量。接触条件 1 表示接触面不能相互穿透,接触条件 2 表示接触力方向为将接触面向外推,接触条件 3 为互补条件。由于考虑的是无摩擦接触,故令切向应力 $\sigma_t = 0$ 。

3 基于 Nitsche 方法的接触列式

3.1 Nitsche 方法简述

Nitsche 方法的核心思想是将边界条件以功的形式引入有限元弱形式,其列式为

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \text{Nitsche} = l(\mathbf{v}) \quad (7)$$

式中 Nitsche 部分通常可表示为边界积分的形式

$$\int_{\Gamma} f[\sigma(\mathbf{u})] f(\mathbf{v}) d\Gamma \quad (8)$$

式中 $f(\sigma)$ 和 $f(\mathbf{v})$ 分别为关于面力和位移的函数,具体取法取决于施加的边界条件类型。

3.2 Nitsche 接触列式

从 Nitsche 统一列式^[12]出发,接触列式可写为

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \int_{\Gamma} [\sigma_n(\mathbf{u}) + \gamma g(\mathbf{u})]_{R^-} \cdot [[\mathbf{v}]]_n d\Gamma = l(\mathbf{v}) \quad (9)$$

式中 Γ 为所有可能产生接触的界面, $[b]_{R^-}$ 为标量 b 在 R^- 上的投影

$$[b]_{R^-} = \begin{cases} b & (\text{if } b \leq 0) \\ 0 & (\text{if } b > 0) \end{cases} \quad (10)$$

此外, γ 为罚系数,在文献[16,17]的基础上,本文采用经验公式(11),

$$\gamma = 0.1 \cdot E \cdot (p+1)(p+d) \cdot \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (11)$$

式中 E 为杨氏模量, p 为形函数阶次, d 为问题维度, h_1 和 h_2 表示接触面两侧的网格尺寸。

在可能的接触面 Γ 上, Nitsche 列式通过投影算子判断积分点上的函数值来还原接触条件^[9]。

(1) 当接触未发生即 $g > 0$ 时,接触条件 3 要求 $\sigma_n = 0$, 此时 $[\sigma_n + \gamma g]_{R^-} = 0$ 。

(2) 当接触发生即 $g = 0$ 时,接触条件 2 要求 $\sigma_n \leq 0$, 此时 $[\sigma_n + \gamma g]_{R^-} = \sigma_n$ 。

(3) 当 $g < 0$ 时,违背接触条件 1,通过大数 γ 将接触反力放大,从而将接触面弹回。

Nitsche 接触列式的物理意义是利用接触力在虚位移 $\mathbf{v}$ 上做的虚功修正有限元弱形式。其中,接触力主要为接触面 Γ 上面力 σ_n , 以及当接触面发生穿透时接触间隙 g 通过罚系数 γ 所得接触反力。

4 拟牛顿迭代求解格式

4.1 拟牛顿方法与 BFGS 逆更新公式

接触问题为强非线性问题,接触问题非线性列式的 Newton-Raphson 迭代求解格式为

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{u}_i) \cdot \Delta \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{R}(\mathbf{u}_i) \quad (12)$$

式中 $\mathbf{K}_T$ 为切线刚度阵,通常需要通过列式进行线性化处理得到;余量计算方式为

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}_i) = l(\mathbf{v}) - a(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}) + \int_{\Gamma} [\sigma_n(\mathbf{u}_i) + \gamma g(\mathbf{u}_i)]_{R^-} \cdot [[\mathbf{v}]]_n d\Gamma \quad (13)$$

Newton-Raphson 迭代格式需要进行线性化推导,更重要的是,每次迭代都需要求解切线刚度阵的逆

$$\Delta \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{K}_T^{-1} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{u}_i) \quad (14)$$

这严重增加了计算量和分析时间。

拟牛顿方法使用了相同的迭代方式,不同之处在于采用近似切线刚度阵 $\tilde{\mathbf{K}}$ 进行求解,

$$\Delta \mathbf{u}_{i+1} = \tilde{\mathbf{K}}_i^{-1} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{u}_i) \quad (15)$$

并通过 BFGS 公式直接更新矩阵的逆,

$$\tilde{\mathbf{K}}_{i+1}^{-1} = \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{s} \mathbf{y}^T}{\mathbf{y}^T \mathbf{s}} \right] \cdot \tilde{\mathbf{K}}_i^{-1} \cdot \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{y} \mathbf{s}^T}{\mathbf{y}^T \mathbf{s}} \right] + \frac{\mathbf{s} \mathbf{s}^T}{\mathbf{y}^T \mathbf{s}} \quad (16)$$

式中 $\mathbf{s} = \mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i$, $\mathbf{y} = \mathbf{R}(\mathbf{u}_i) - \mathbf{R}(\mathbf{u}_{i+1})$ 。BFGS 公式具有自矫正性质,可在一定程度上自动修正 $\tilde{\mathbf{K}}$ 使得余量范数具有减小趋势。与 Newton-Raphson 方法相比,拟牛顿方法在单次迭代中消耗时间大幅度缩短,但因为拟牛顿方法仅能达到超线性收敛,求解所需的迭代次数往往更多,故计算耗时相近。

4.2 迭代初始化与接触修正

拟牛顿迭代的关键问题之一在于如何初始化近似切线刚度阵 $\tilde{\mathbf{K}}$, 让迭代能够运行起来。本文采用基于 Nitsche 方法的线弹性界面耦合问题刚度阵作为初始化的近似切线刚度阵,

$$\tilde{\mathbf{K}}_0 = \alpha(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \int_{\Gamma} \sigma_n(\mathbf{u}) \cdot [[\mathbf{v}]]_n d\Gamma + \gamma \int_{\Gamma} [[\mathbf{u}]]_n \cdot [[\mathbf{v}]]_n d\Gamma \quad (17)$$

本文 $\tilde{\mathbf{K}}_0$ 在每个迭代步内通过 BFGS 公式更新, BFGS 公式的自矫正性质可以不断修正 $\tilde{\mathbf{K}}$ 使其逼近真实的切线刚度。

接触面在每一步迭代后会发生变化,当接触面演化时,需要适当地修正 $\tilde{\mathbf{K}}$, 从而保证迭代收敛。本文采用割线刚度阵进行修正,即令

$$\tilde{\mathbf{K}}_i = \alpha(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + H[(\sigma_n(\mathbf{u}_i) + \gamma g(\mathbf{u}_i)) \cdot \left(- \int_{\Gamma} \sigma_n(\mathbf{u}) \cdot [[\mathbf{v}]]_n d\Gamma + \gamma \int_{\Gamma} [[\mathbf{u}]]_n \cdot [[\mathbf{v}]]_n d\Gamma \right)] \quad (18)$$

$$\text{其中 } H(b) = \begin{cases} 1 & (\text{if } b \leq 0) \\ 0 & (\text{if } b > 0) \end{cases} \quad (19)$$

具体修正策略为,在一定迭代次数(本文设置为 8 次)后,当本次余量范数大于前一次时,认为接触面演化较为剧烈, BFGS 的自修正特性不足以及时反映接触面变化,此时需将 BFGS 的迭代内核替换为式(18)所得割线刚度阵,从而保证加速收敛。

5 算例

5.1 Taylor 接触

Taylor 接触算例^[18]是接触问题的分片实验,该算例重点关注非协调网格能否均匀地传递接触压力,用于检验接触列式的正确性。如图 1 所示,两物体杨氏模量 $E = 10^9$ Pa,泊松比 $\nu = 0.3$,上方

物体受均布压力 $f = 10^8$ N/m²,两模型网格划分不同。算例解析解为

$$u_x = 0.03x \text{ m}, u_y = -0.1y \text{ m}$$

$$\sigma_{xx} = 0 \text{ Pa}, \sigma_{yy} = -100 \text{ Pa}, \sigma_{xy} = 0 \text{ Pa}$$

接触迭代记录列入表 1,经过 6 次拟牛顿迭代后系统收敛。采用本文列式计算所得位移 u_y 结果如图 2 所示,结果表明,列式可以得到正确的位移响应。应力 σ_{yy} 的相对误差如图 3 所示,最大误差为 0.13%。需要说明的是, Nitsche 方法采用积分的形式将边界条件弱施加在系统中,对接触问题,接触力通过高斯积分点传递,因此无法严格地通过 Taylor 接触实验。但随着网格加密,误差减小,本文列式可以弱通过 Taylor 接触实验。

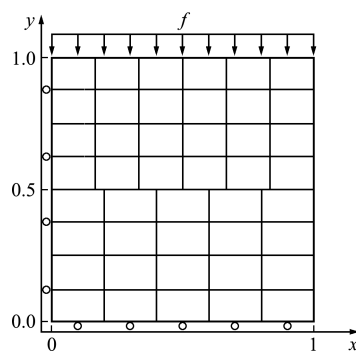


图 1 Taylor 接触算例
Fig. 1 Taylor contact example

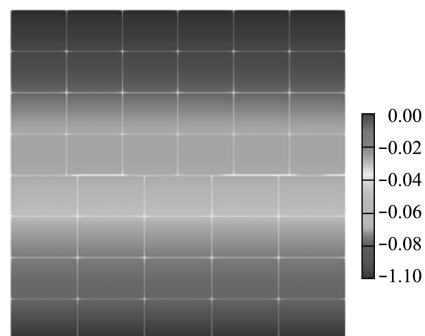


图 2 位移云图
Fig. 2 Contour plot of displacement

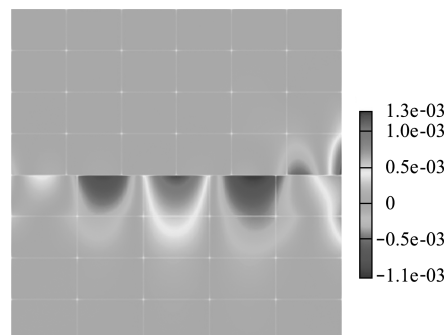


图 3 应力相对误差
Fig. 3 Relative error of stress

表 1 Taylor 接触迭代记录
Tab. 1 Iteration history for the Taylor
contact example

迭代	余量范数	更新范数	最大位移
1	0.0676575	0.560272	-0.100001
2	0.0370776	1.72072e-05	-0.100001
3	0.025447	7.99243e-05	-0.0999878
4	0.0300309	7.24258e-05	-0.1
5	0.0188075	2.78546e-05	-0.100005
6	0.00438419	2.72107e-05	-0.1

5.2 Hertz 接触

Hertz 接触算例是接触问题中的经典点接触算例,原问题要求两个杨氏模量不同和半径不同的三维圆柱体接触。本算例将原问题退化,考虑一个二维弹性圆面和刚性平台(即弹性模量和半径均为无穷大)的接触问题。如图 4 所示,上方圆面弹性模量 $E=0.02 \times 10^9$ Pa,泊松比 $\nu=0.1$,半径 $r=0.2$ m,承受体力 $g_z=-1.3 \times 10^6$ N/m³。本算例理论解为^[19],接触力压力为 2.2918×10^6 Pa,半接触面宽度为 0.0454 m。

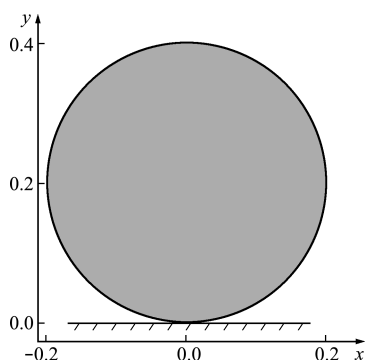


图 4 Hertz 接触算例
Fig. 4 Hertz contact example

采用 8×8 网格计算该算例,接触迭代记录列入表 2,其中在第 13 次迭代时采用了割线刚度阵修正,修正后的余量范数大幅度降低,加速了收敛过程。计算所得竖向位移 u_y 云图如图 5 所示,结果表明下方刚体可以有效地支撑上方弹性体,二者之间产生一段平直的接触面。在不同网格划分下计算所得接触面宽度与接触应力如图 6 所示,其中黑色实线为理论解,结果表明随着网格加密,本文列式可以得到较为精确的解答。

仍采用 8×8 网格,使用单线程计算对比。等几何方法计算总耗时 323 s,接触应力最大误差 9.91%;使用同样的网格划分,有限元计算总耗时 213 s,接触应力最大误差 28.7%。传统有限元基

函数构造简单,而等几何分析中的基函数需递推计算,因此等几何分析耗时较长。但值得指出的是,有限元前处理时划分网格的时间并没有统计在内,而等几何分析直接采用几何模型计算。并且,在本算例中等几何方法仅用较为粗糙的网格即可精确描述接触边界,迭代过程稳定,最终得到较精确的结果,而这在传统有限元中是难以做到的。

表 2 Hertz 接触迭代记录
Tab. 2 Iteration history for the Hertz
contact example

迭代	余量范数	更新范数	最大位移
1	64834.1	0.0243284	-0.00373254
2	64382.1	0.00763023	-0.00448287
3	64027.2	0.00450434	-0.00493384
4	61736.7	0.00322182	-0.00521255
5	82089.7	0.0116455	-0.00678029
6	81877.4	0.0462487	-0.0109858
7	116051	0.014848	-0.0122275
8	75532.6	0.0102078	-0.0111548
9	51282.9	0.0153784	-0.0127044
10	47161.3	0.00395233	-0.0122834
11	46426.9	0.00202595	-0.012073
12	46391.9	3.61531e-05	-0.0120766
13	使用割线刚度阵进行修正		
14	1416.07	0.00469862	-0.012206
15	325.05	0.000353504	-0.012172
16	2.54722	6.68611e-05	-0.0121783
17	0.0374572	5.10506e-07	-0.0121783
18	2.95995e-5	7.42498e-09	-0.0121783

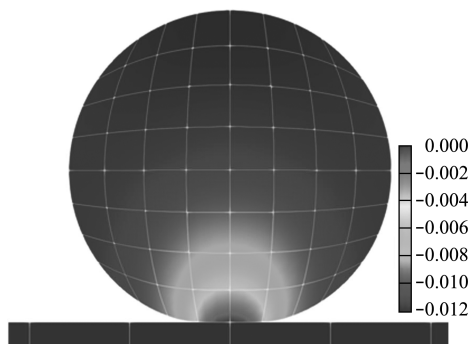


图 5 位移云图
Fig. 5 Contour plot of displacement

本算例的接触表面是光滑的,对粗糙表面的接触问题,其接触表面为折线状。因为无法体现等几何方法描述曲线边界时的精度优势,此时的等几何方法作为一种高阶有限元方法,其计算精度应略优于传统有限元。

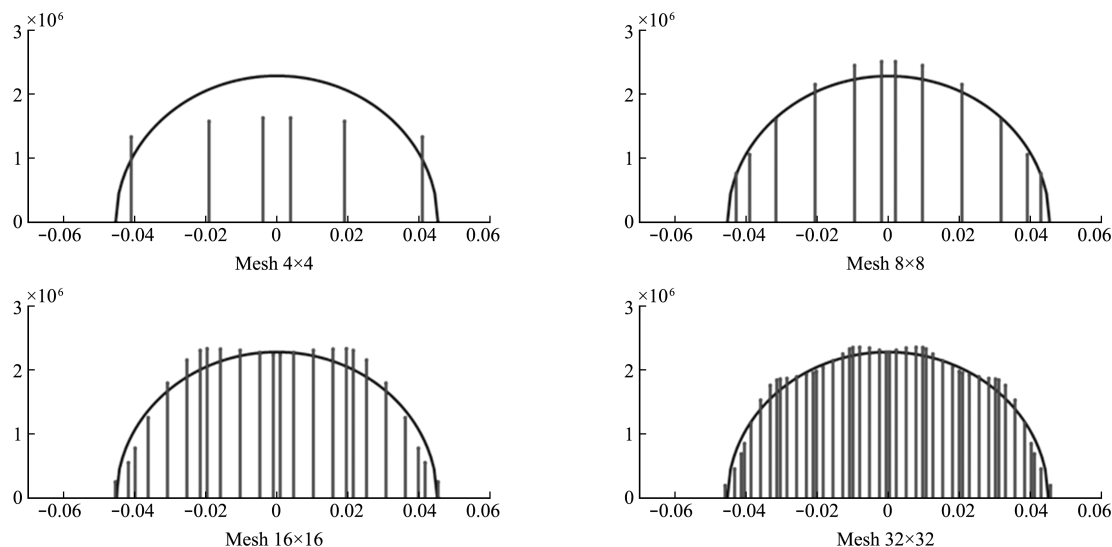


图6 不同网格下接触面宽度与接触应力
Fig. 6 Contact width and contact stress for different meshes

6 结 论

本文在等几何分析框架内,基于 Nitsche 方法推导了二维小变形无摩擦接触问题列式。非线性列式采用拟牛顿迭代格式求解,由 BFGS 公式直接更新近似切线刚度阵的逆。本文给出了一个 Nitsche 列式中罚系数经验公式,提出了基于 Nitsche 界面耦合列式的拟牛顿迭代初始化方法,并采用割线刚度阵解决由接触面变化导致的 BFGS 更新能力不足问题。

所提出的接触分析方法具有较强的适用性,在粗糙网格下依然可以精确描述接触边界,列式推导简单,计算量小。算例表明,基于 Nitsche 方法的接触列式以积分形式近似地施加接触条件,基于拟牛顿方法和割线刚度阵修正的迭代过程能够较好收敛,最终可以得到较精确的接触面宽度和接触面压力解答。

参考文献(References):

- [1] 陈成军,陈小伟,柳明. 接触-碰撞算法研究进展[J]. 计算力学学报, 2018, **35**(3): 261-74. (CHEN Cheng-jun, CHEN Xiao-wei, LIU Ming. Review of research progress in contact-impact algorithms[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(3): 261-274. (in Chinese))
- [2] Hughes T J R, Cottrell J A, Bazilevs Y. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, **194**(39-41): 4135-4195.
- [3] Lu J. Isogeometric contact analysis: Geometric basis and formulation for frictionless contact [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, **200**(5-8): 726-741.
- [4] Kim J Y, Youn S K. Isogeometric contact analysis using mortar method [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2012, **89**(12): 1559-1581.
- [5] De Lorenzis L, Evans J A, Hughes T J R, et al. Isogeometric collocation: Neumann boundary conditions and contact [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, **284**: 21-54.
- [6] 张鑫. 多场耦合接触力学问题的半解析法建模研究[D]. 西南交通大学, 2018. (ZHANG Xin. Modeling Multifield Contact Problems with Semi-Analytical Method[D]. Southwest Jiaotong University, 2018. (in Chinese))
- [7] Stenberg R. On some techniques for approximating boundary conditions in the finite element method[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1995, **63**(1-3): 139-148.
- [8] Becker R, Hansbo P, Stenberg R. A finite element method for domain decomposition with non-matching grids [J]. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 2003, **37**(2): 209-225.
- [9] Chouly F, Hild P. A Nitsche-based method for unilateral contact problems: Numerical analysis [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2013, **51**(2): 1295-1307.
- [10] Mlika R, Renard Y, Chouly F. An unbiased Nitsche's formulation of large deformation frictional contact and

- self-contact [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, **325**: 265-288.
- [11] Apostolatos A, Schmidt R, Wüchner R, et al. A Nitsche-type formulation and comparison of the most common domain decomposition methods in isogeometric analysis [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2014, **97**(7): 473-504.
- [12] Hu Q Y, Chouly F, Hu P, et al. Skew-symmetric Nitsche's formulation in isogeometric analysis: Dirichlet and symmetry conditions, patch coupling and frictionless contact [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2018, **341**: 188-220.
- [13] Matthies H, Strang G. The solution of nonlinear finite element equations [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1979, **14**(11): 1613-1626.
- [14] Laursen T A, Maker B N. An augmented Lagrangian quasi-Newton solver for constrained nonlinear finite element applications [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995, **38**(21): 3571-3590.
- [15] Gabriel D, Plešek J, Ulbin M. Symmetry preserving algorithm for large displacement frictionless contact by the pre-discretization penalty method [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, **61**(15): 2615-2638.
- [16] Shahbazi K. An explicit expression for the penalty parameter of the interior penalty method [J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, **205**(2): 401-407.
- [17] Langer U, Moore S E. *Discontinuous Galerkin Isogeometric Analysis of Elliptic PDEs on Surfaces* [M]. Domain Decomposition Methods in Science and Engineering XXII, Springer, 2016.
- [18] Taylor R L, Papadopoulos P. On a patch test for contact problems in two dimensions [J]. *Computational Methods in Nonlinear Mechanics*, 1991, **690**: 702.
- [19] Zavarise G, Wriggers P, Nackenhorst U. *A Guide for Engineers to Computational Contact Mechanics* [M]. Conzorcio TCN, 2006.

Isogeometric analysis of 2D contact problems based on the Nitsche's method and quasi-Newton solver

HU Qing-yuan*, SHEN Wan-qiang, JIANG Fang-fang
(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: In the isogeometric framework, the contact formulation is derived based on the Nitsche's method, the quasi-Newton iteration format with BFGS inverse updating is employed as the solver. We introduce an empirical formula for the penalty coefficient of the Nitsche's contact formulation, propose an initialization scheme for iteration initialization, and study the adaptive modification based on the secant stiffness matrix in order to overcome the iteration divergence due to contact surface change. The presented contact analysis method can exactly describe the contact boundary even for coarse meshes, and the linearization process and matrix inversion calculation are dropped. Numerical examples indicate the effectiveness of the contact formulation and the solver.

Key words: isogeometric; Nitsche; contact; quasi-Newton; iteration modification

引用本文/Cite this paper:

胡清元, 沈莞蔷, 蒋芳芳. 基于 Nitsche 方法与拟牛顿求解的二维接触问题等几何分析 [J]. 计算力学学报, 2021, **38**(5): 619-624.

HU Qing-yuan, SHEN Wan-qiang, JIANG Fang-fang. Isogeometric analysis of 2D contact problems based on the Nitsche's method and quasi-Newton solver [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(5): 619-624.