

基于等效静态载荷法的非线性动态拓扑优化

李永欣¹, 贺星星¹, 李凯伦¹, 杨权威^{*2}

(1. 燕山大学 机械工程学院, 河北省重型智能制造装备技术创新中心, 秦皇岛 066044;

2. 天津恒天新能源汽车研究院有限公司, 天津 300450)

摘要: 等效静态载荷法是目前解决动态拓扑优化问题的一种有效方法, 但是由于未考虑塑性变形中应力应变关系的时效性, 会导致等效载荷偏大和载荷方向偏差, 因此无法有效处理材料的非线性问题。据此, 提出一种基于模量比率因子的等效静态载荷计算方法。首先, 根据结构应力、应变和杨氏模量之间的函数关系, 计算各时刻的计算杨氏模量; 然后, 得到各时刻的模量比率因子, 根据位移等效原则计算修正等效静态载荷, 进而进行多工况静态拓扑优化, 并更新设计变量再次进行动力学分析, 重复直至收敛。数值算例表明, 修正后的等效静态载荷法能够解决弹塑性材料的非线性问题, 在提高等效精度的同时拓展了在非线弹性材料方面的应用边界。工程算例表明, 在相同约束下, 采用基于模量比率因子的等效静态载荷法在轻量化的同时能得到更小的塑性应变。

关键词: 等效静态载荷法; 动态拓扑优化; 模量比率因子; 材料非线性; 计算杨氏模量

中图分类号: TH122; O29

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2021)03-0377-07

1 引言

随着汽车、船舶和航空航天等领域对结构轻量化和结构性能需求的提高, 通过拓扑优化在概念设计阶段获得颠覆性设计获得学者和设计人员的青睐。目前, 常用的拓扑优化方法有均匀化方法、变密度法、水平集法、独立连续映射法和渐进结构优化法, 其中, 变密度法的使用范围最为广泛, 且已经引入到众多商业软件中。但是变密度法对于动态响应尤其是非线性动态处理上适用性较差。

动态结构优化方法主要有近似代理模型法^[1]、惯性释放法 IRM(Inertia Relief Method)^[2]、混合元胞自动机法 HCA(Hybrid Cellular Automata)^[3] 和等效静态载荷法 ESLM(Equivalent Static Loads Method)。等效静态载荷法通过将动态优化过程转化为静态优化过程, 提升了计算效率, 并通过多重循环提高了优化的稳定性, 且优化目标更为多样, 更符合工程实际需求, ESLM 法已经应用于 ESLDyna, OPTISTRUCT 和 NASTRAN 中。

等效静态载荷法是由 Kang 等^[4] 首先提出, 并将之运用于线性动态系统的尺寸优化和形状优化。随后, Park 等^[5,6] 证明了基于 ESLM 的优化方法

满足 Karush-Kuhn-Tucker 条件, 并且在数学意义上, ESLM 和直接动态优化方法是等价的。Jang 等^[7] 将 ESLM 推广到了线性动态拓扑优化中。随后, 学者们在 ESLM 的计算效率^[8-10]、周期性微结构^[11]、变幅载荷疲劳约束^[12]、可靠性^[13] 和多目标^[14,15] 动态优化设计等领域进行拓展, 并将其应用于前端结构^[16] 和车身^[17] 等汽车结构的优化设计中。文献^[18~20] 在提高 ESLM 的等效精度方面进行了一些尝试。

经典的等效静态载荷法遵循位移等效原则, 即等效静态载荷能够产生和动态分析完全一致的位移响应。当结构处于弹性范围内时, 等效静态载荷的计算是准确的, 这主要是因为结构发生弹性变形后可以完全恢复, 所以下一时刻的结构变形和上一时刻完全无关。现有的等效静态载荷法能够很好地处理线弹性材料的动态拓扑优化问题, 但该方法在计算等效静态载荷时完全忽略了材料的非线性, 在此方面, Lee 等^[21] 试图考虑材料的非线性因素, 但是在计算等效静态载荷时仍采用线刚度矩阵。在结构发生塑性变形后, 由于塑性变形不可恢复, 发生塑性变形后会一直影响以后时刻的变形, 因此结构刚度具有时效性。而当结构应力超过屈服极限时, 若仍采用线刚度矩阵计算等效静态载荷, 由于位移等效原则势必导致计算载荷偏大。

另外, 根据有限元理论, 刚度矩阵是按照节点编号顺序和 x, y, z 三个方向的自由度排列的, 载

收稿日期: 2020-07-03; 修改稿收到日期: 2020-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金(51890881; 51405427); 河北省高等学校科学技术研究(QN2018228)资助项目.

作者简介: 杨权威*(1995-), 男, 硕士生

(E-mail: qw_yangz@163.com).

荷向量也是按照节点编号顺序和 x, y, z 三个方向排列。由于等效静态载荷法会将作用于某点的载荷转化为 x, y 和 z 三个方向的分力, 结构在三个方向上的塑性变形不同会导致结构刚度在三个方向的变化也不同, 这就意味着某时刻等效后三个方向的分力形成的合力与真实合力在方向上存在误差。所以, 如果用线弹性矩阵进行塑性变形中的载荷等效, 不仅载荷数值偏大, 而且也会造成载荷方向和真实的载荷方向的偏差。

综上所述, ESLM 无法处理塑性变形材料非线性导致的刚度时效和方向异性。其难点在于如何合理地将塑性变形对结构的影响反映到等效静态载荷的计算公式中, 使之即能保证等效精度, 又不会过多地增加计算成本。针对上述问题, 本文基于有限单元法, 推导了不同时间点杨氏模量的数学表达式和修正的等效静态载荷方程, 研究了塑性变形对等效静态载荷法的影响和能有效解决弹塑性结构动态拓扑优化问题的等效静态载荷法, 以期材料非线性的结构动态响应优化提供有效的解决方法。

2 等效静态载荷法的塑性修正

2.1 模量比率因子

ESLM 不适于非线性材料的主要原因是发生塑性变形以后的结构刚度发生改变。所以, 通过变形前后结构杨氏模量的改变情况来对等效静态载荷进行修正是合理的。由此, 提出模量比率因子 MRC (Modulus Ratio Coefficient) 的概念, 模量比率因子的含义是某时刻结构杨氏模量与初始时刻结构杨氏模量的相对变化。它反映了材料的非线性特性对系统响应随时间的影响。

在线弹性阶段, 结构的应力-应变的比值是一个定值。受力超出屈服极限后, 结构的总应变为弹性应变和塑性应变之和, 应力-总应变的比值将不再是一个确定的数, 而是一个和应力应变相关的值。某时刻三维结构沿 x, y 和 z 方向的杨氏模量分别表示为

$$\begin{cases} E_x^*(t) = f_1(\sigma_x^t, \epsilon_x^t, \epsilon_y^t, \epsilon_z^t) \\ E_y^*(t) = g_1(\sigma_y^t, \epsilon_x^t, \epsilon_y^t, \epsilon_z^t) \\ E_z^*(t) = h_1(\sigma_z^t, \epsilon_x^t, \epsilon_y^t, \epsilon_z^t) \end{cases} \quad (1)$$

式中 $E_x^*(t)$, $E_y^*(t)$ 和 $E_z^*(t)$ 为 t 时刻计算得到的 x, y 和 z 方向的计算杨氏模量。 σ_x^t, σ_y^t 和 σ_z^t 为 t 时刻 x, y 和 z 方向的应力分量。 $\epsilon_x^t, \epsilon_y^t$ 和 ϵ_z^t 为 t 时刻 x, y 和 z 方向的总应变分量。显然, 在线弹性阶段, 上述计算杨氏模量都等于杨氏模量 E 。

可以看出, 计算杨氏模量能够在数学形式上真实反映某时刻结构的应力应变关系。对于发生塑性变形的结构, 下一时刻的结构变形永远受上一时刻的影响。因此, 将动力学分析中的整个时间历程等分成若干份, 计算每个时刻的计算杨氏模量, 并计算相邻两时刻的计算杨氏模量的比值 $\beta_{ji}(t)$, 可表示为

$$\beta_{ji}(t) = E_{ij}^*(t) / [E_{ij}^*(t-1)]$$

$$(i = x, y, z; t \geq 1; j = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

式中 $E_{ij}^*(t)$ 为节点 j 在 t 时刻 i 方向上的计算杨氏模量。当结构没有发生塑性变形时, $\beta_{ji}(t) = 1$ 。 n 表示 t 时刻结构中塑性变形不为 0 的节点数量。同时, 考虑到结构中可能有塑性变形为 0 的节点, T 时刻的模量比率因子表达式为

$$\lambda_i(T) = \frac{\frac{1}{n} \left[\sum_{j=1}^n \prod_{t=1}^T \beta_{ji}(T-t) \right] + 1}{2}$$

$$(i = x, y, z; t = 0, 2, 4, \dots, T) \quad (3)$$

式中 $\lambda_i(T)$ 为 T 时刻 i 方向上的模量比率因子, n 为 T 时刻结构中塑性变形不为 0 的节点数量, $\beta_{ji}(t) = 1$ 为第 j 个节点在 t 时刻与 $t-1$ 时刻 i 方向上的计算杨氏模量比值。

2.2 基于模量比率因子的等效静态载荷法

在 x, y 和 z 方向上都应计算模量比率因子, 得到等效静态载荷的计算修正方程为

$$F_{eq,i}^A = \lambda_i F_{eq,i} \quad (i = x, y, z) \quad (4)$$

式中 $F_{eq,i}^A$ 为修正后 i 方向上的等效静态载荷, λ_i 为 i 方向上的模量比率因子, $F_{eq,i}$ 为 i 方向上的等效静态载荷。

基于等效静态载荷法的结构优化流程如图 1 所示。由静态响应优化的内层循环和设计变量更新的外层循环组成, 静态响应优化由静态优化模型保证, 将优化的结构变量输出给外循环, 判断是否满足约束条件。外层循环进行动态响应和等效载荷的计算。

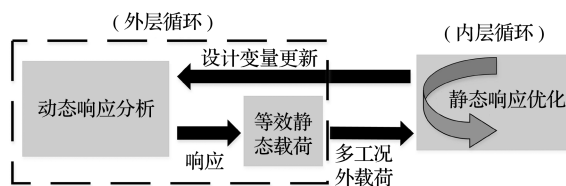


图 1 基于等效静态载荷法的结构优化循环过程
Fig. 1 Cycle of equivalent static load method

以柔度为目标函数, MRC-ESLM 的变密度拓扑优化列式为

$$\begin{aligned}
 & \text{Find } \rho = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\} \\
 & \text{Min } \sum_{s=1}^p \omega_s [(\lambda f_s)^T z_s] \quad (s=1, 2, \dots, p) \\
 & \text{s.t. } K_L(\rho^{(k)}) z_L(s) - f_{eq}(s) = 0 \\
 & \sum_{j=1}^m \rho_j v_j - fV \leq 0 \quad (0 < \rho_{i_{\min}} \leq \rho_i < 1) \quad (5)
 \end{aligned}$$

式中 ρ 为设计变量, ω 为权重因子, z 为位移, K_L 为线刚度矩阵, f 为体积比, p 为工况总数, m 为单元总数。

基于 ESLM 的变密度拓扑优化, 由于拓扑优化的设计变量为每个单元的密度, 其收敛准则比较复杂, 可表示为

$$\text{count if } (|\rho_i^k - \rho_i^{k-1}| \geq \epsilon_1) \leq m \times \epsilon_2 \quad (6)$$

式中 m 为单元总数, ρ_i 为第 i 个单元的单元密度。统计相邻两次外层循环中所有单元密度变化量不小于 ϵ_1 的个数, 若统计得到的单元数目大于 $m \times \epsilon_2$ 个, 则继续循环, 否则循环终止。

3 算例分析

3.1 算例 1

为了体现在结构发生塑性变形时 MRC-ESLM 的效果, 采用 link1 杆单元建立如图 2 所示的桁架结构有限元模型, 桁架的弹性模量为 207 GPa, 泊松比为 0.3, 密度为 7850 kg/m³, 屈服

极限为 235 MPa, 剪切模量为 79 GPa。在节点 2 和节点 3 上施加沿 y 轴负向的周期为 1 s 幅值为 150 kN 的正弦载荷, 加载时长为 0.5 s。进行非线性分析时, 设置载荷步数为 200, 子步数为 50。利用式(4)计算 0.25 s 修正后的等效静态载荷。

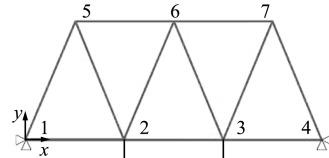


图 2 桁架结构有限元模型

Fig. 2 Finite element model of truss structure

极限为 235 MPa, 剪切模量为 79 GPa。在节点 2 和节点 3 上施加沿 y 轴负向的周期为 1 s 幅值为 150 kN 的正弦载荷, 加载时长为 0.5 s。进行非线性分析时, 设置载荷步数为 200, 子步数为 50。利用式(4)计算 0.25 s 修正后的等效静态载荷。

利用计算得到的等效静态载荷进行静态分析, 提取各节点的位移, 并与瞬态分析中各节点的位移做对比, 如图 3 所示, 桁架的所有节点都产生了塑性变形。可以明显看到, 在 x 方向上, 节点 2、节点 3 和节点 6 的位移很小, 几乎为 0, 而节点 7 和节点 5 的位移比较大。在 y 方向上, 各个节点都有较大位移, 出现这种情况主要是因为结构约束及外载荷的对称性。所以本文主要分析节点 5 和节点 7 的 x 方向位移, 以及各个节点在 y 方向上的位移。

进一步由图 3 可知, 结构出现塑性变形时, 瞬态分析和静态分析的节点位移有较大差别, 得到的

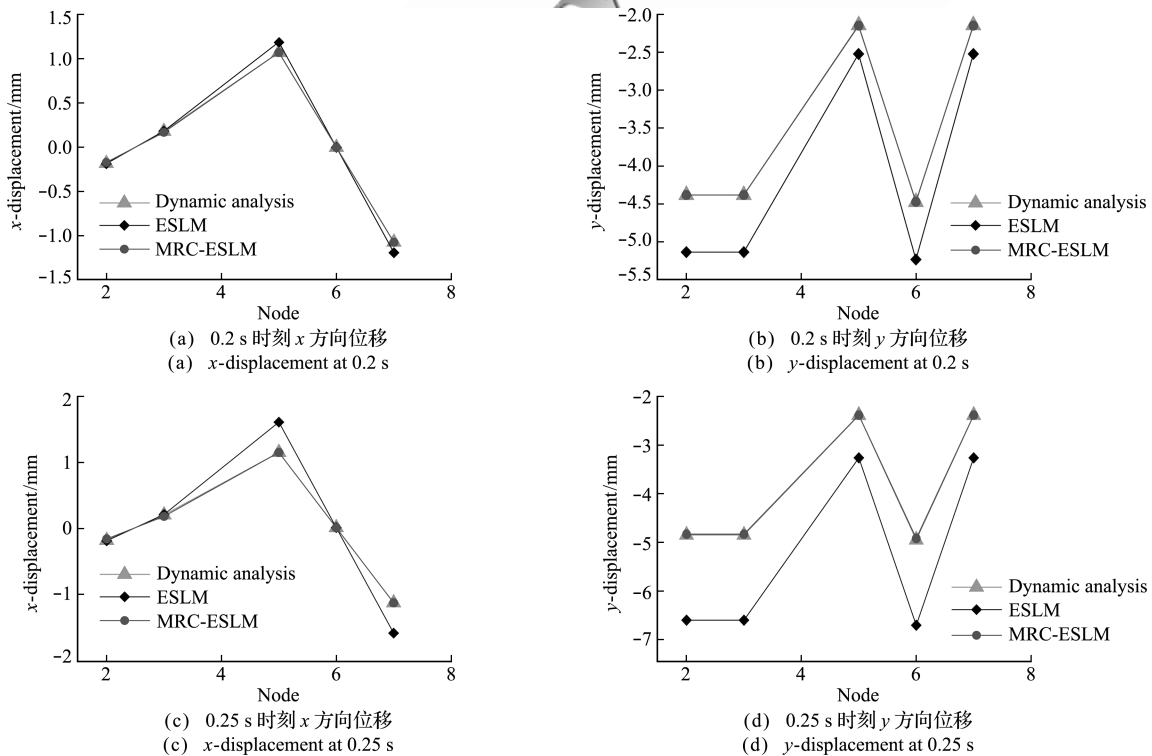


图 3 动静态分析结果对比

Fig. 3 Comparison of dynamic and static analysis results

系统响应差别较大,等效效果不好,尤其是 y 方向的位移响应。而本算例中,施加在桁架上的载荷的方向是 y 方向,主要产生的位移是 y 方向位移,进一步说明了原 ESLM 法的局限性。而利用修正的等效静态载荷法得到的位移响应和瞬态分析几乎相同。

3.2 算例 2

悬臂梁结构有限元模型如图 4 所示,悬臂梁的尺寸为 $100\text{ mm} \times 200\text{ mm}$,网格尺寸为 5 mm 。完全约束板左边的位移,在板的右边中间的点上施加半正弦载荷,载荷的周期和加载时长均为 0.5 s 。悬臂梁的弹性模量为 207 GPa ,泊松比为 0.3 ,密度为 7850 kg/m^3 ,屈服极限为 235 MPa ,剪切模量为 79 GPa 。对右边中间节点施加载荷幅值为 1300 kN 的半正弦载荷。然后对该悬臂板进行动力学分析,提取节点位移和结构刚度矩阵。为了比较修正前后的 ESLM 在整个时间历程上的修正

效果,分别提取 0.2 s , 0.25 s , 0.3 s , 0.35 s 和 0.4 s 的节点位移。利用式(4)计算上述时间点修正后的等效静态载荷,列入表 1。

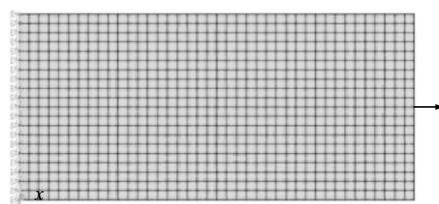


图 4 悬臂板有限元模型

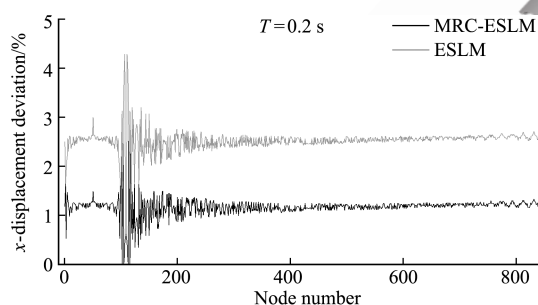
Fig. 4 Cantilever plate finite element model

利用表 1 的等效静态载荷值进行有限元分析。根据有限元分析结果,当载荷幅值为 1300 kN 、结构发生塑性变形时,为了比较修正前后对所有节点位移的影响,分别计算 ESLM 和 MRC-ESLM 得到的位移响应和动态响应之间所有节点的误差均值,计算结果如图 5 所示。

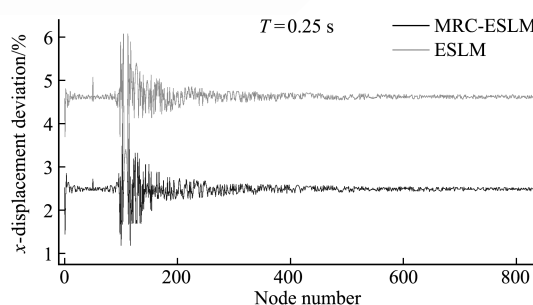
表 1 等效静态载荷

Tab. 1 Equivalent static loads

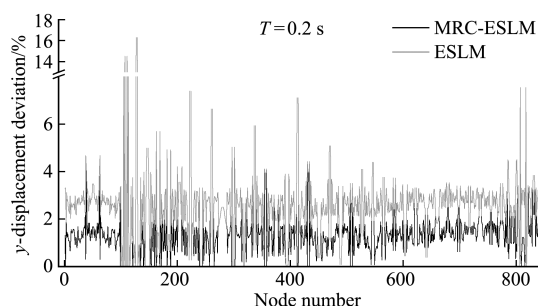
	X Direction			Y Direction		
	MRC	ESLM/N	MRC-ESLM/N	MRC	ESLM/N	MRC-ESLM/N
0.20 s	0.987	1270819.632	1253901.781	0.991	2.183E-11	2.164E-11
0.25 s	0.980	1360065.066	1332303.207	0.987	3.638E-11	3.589E-11
0.30 s	0.978	1296379.582	1268476.398	0.986	-2.550E-11	-2.510E-11
0.35 s	0.975	1111659.379	1083530.188	0.983	-1.820E-11	-1.790E-11
0.40 s	0.965	824003.308	795437.155	0.977	0	0



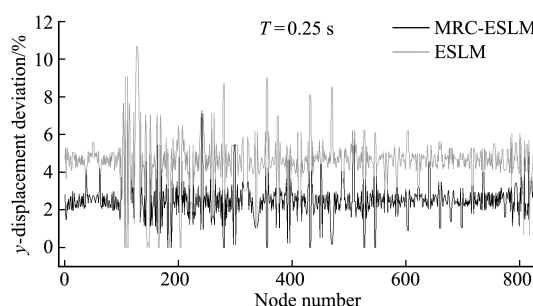
(a) 0.2 s 时 x 方向的位移误差
(a) x -displacement deviation at 0.2 s



(b) 0.25 s 时 x 方向的位移误差
(b) x -displacement deviation at 0.25 s



(c) 0.2 s 时 y 方向的位移误差
(c) y -displacement deviation at 0.2 s



(d) 0.25 s 时 y 方向的位移误差
(d) y -displacement deviation at 0.25 s

图 5 修正前后所有节点位移误差均值对比

Fig. 5 Comparison of average displacement deviation

可以看出,在 x 方向上,随着时间的推移,虽然两种方法得到的位移与动态位移之间的误差都在逐渐增大,但是 MRC-ESLM 的误差均值要小于 ESLM 的误差均值,ESLM 的最大均值误差达到了 8.930%,而 MRC-ESLM 的最大均值误差为 5.197%。

由于本算例大部分节点没有发生塑性变形,因此选取节点 2 来说明模量比率因子的作用,如图 6 所示。可见虽然节点 2 的塑性应变值为 0,但是由于受到结构塑性变形的影响,ESLM 得到的位移响应仍和动态分析得到的位移响应有较大差别。相较于 ESLM,不管节点塑性应变值是否为 0,MRC-ESLM 得到的位移响应都更接近动态分析得到的位移响应,等效精度有了很大提高,证明所采用的模量比率因子有较好的修正效果。

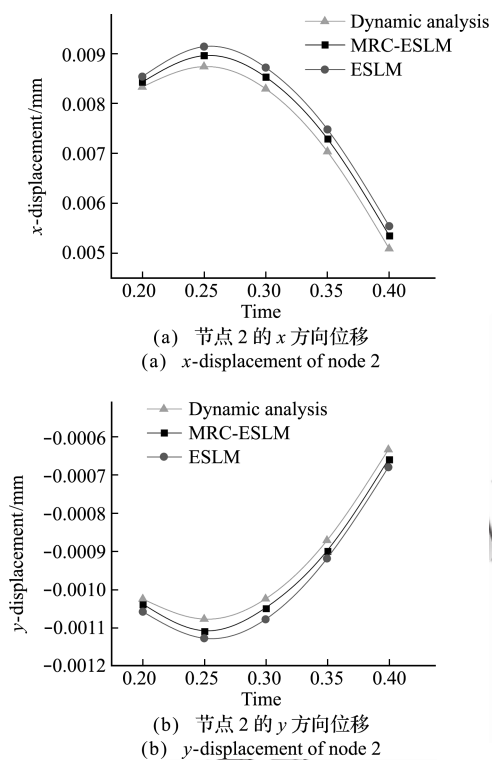


图 6 节点 2 的位移
Fig. 6 Displacement of node 2

3.3 汽车膝缓冲器拓扑优化

汽车膝缓冲器的主要作用是在汽车发生碰撞时尽可能地吸收能量,减少碰撞对乘员膝部的伤害。汽车膝缓冲器的几何模型如图 7 所示。设计域高 120 mm,弹性模量 $E = 70$ GPa,泊松比为 0.33,密度为 2700 kg/m^3 ,屈服强度为 240 MPa,剪切模量为 20.7 GPa。刚体的质量为 270 kg,位于膝缓冲器正上方 10 mm 处,初始速度为 1.25 m/s。限制膝缓冲器的最大网格尺寸为 2.5 mm,并保证总

体沙漏不超过模型总内能的 5%,对膝缓冲器进行非线性动力学分析可得,碰撞完成后膝缓冲器产生的等效塑性应变为 2.295%。

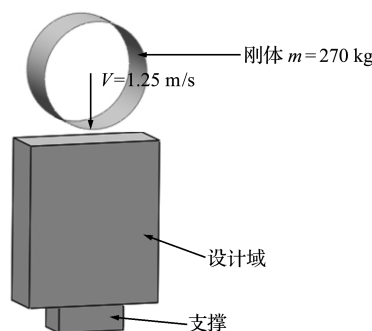


图 7 汽车膝缓冲器几何模型
Fig. 7 Geometric model of automobile knee buffer

动态工况转化为了 21 个静态工况,其中第一个工况为即将接触时刻的工况,此时膝缓冲器未发生变形。分别采用 ESLM 和 MRC-ESLM 对膝缓冲器进行拓扑优化,优化过程中以柔度为目标函数,体积比约束为 0.2,最大侵入量约束为 2 mm。两种方法的非线性动态分析次数分别为 16 次和 15 次,最后一次迭代时,第 2-21 个工况的模量比率因子如图 8 所示。

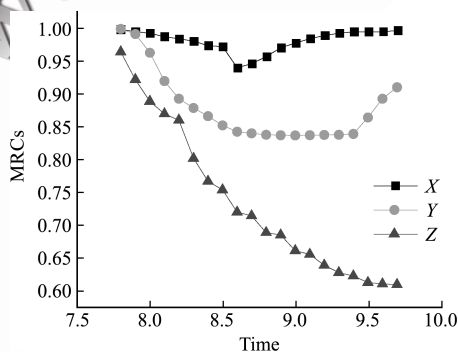


图 8 各工况模量比率因子
Fig. 8 MRCs of each working conditions

可以看出,对于同一工况(即同一时刻点), x , y 和 z 方向的模量比率因子区别很大,膝缓冲器受力的主要方向,即 z 方向的模量比率因子一直远小于 x 和 y 方向,这意味着在受力主要方向上的修正幅度最大,而且修正后作用于节点的等效静态载荷的方向也不同。而对于同一方向的不同工况来说,随着时间的推移,整体呈现先下降后略微上升的趋势,这表明随着结构塑性变形的增大,等效静态载荷的修正幅度也在增大。同时,从图 8 的最后一个工况在修正前后的等效静态载荷可以看出,由于修正时各方向的模量比率因子不同,导致修正后三个方向的等效静态载荷形成的合力与修正前在

大小上和方向上均存在较大差异。由于在内循环,即静态拓扑优化时选择以柔度为目标函数,所以该合力在方向上的修正会对静态优化结果产生较大影响,进而影响最终的优化结果。优化后模型的等效塑性应变结果如图9所示。

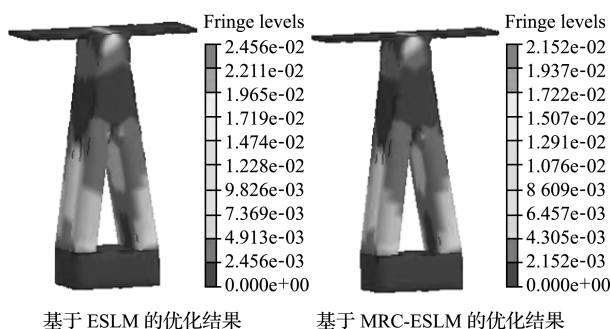


图9 拓扑优化结果
Fig. 9 Topology optimization result

可以看出,ESLM法优化结果的等效塑性应变比原结果稍大,而采用MRC-ESLM法得到的优化结果在减轻结构质量的基础上还减小了塑性应变。

4 结 论

(1) 针对塑性变形的动态响应过程中结构应力应变关系的时效性和方向异性,提出了一种基于模量比率因子的改进等效静态载荷法。模量比率因子的含义是某时刻结构杨氏模量与初始时刻结构杨氏模量的相对变化比值,反映了材料的非线性特性对系统响应的影响。

(2) 算例表明,通过计算动静转化时刻各个方向上的模量比率因子对等效静态载荷计算公式进行修正,在产生塑性变形的结构中,无论节点是否发生塑性变形,模量比率因子都可以达到很好的等效精度。

(3) 改进的等效静态载荷法能够稳定有效地提高等效精度,降低弹塑性结构动态拓扑优化问题的计算成本,为动态拓扑优化设计问题提供可靠的解决方案,且该方法也适用于动态尺寸优化和形状优化,具有显著的理论价值和工程意义。

参考文献(References):

[1] Tripathy R K, Bilonis I, Deep UQ: Learning deep neural network surrogate models for high dimensional uncertainty quantification[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, **375**:565-588

[2] 阎 琨,程耿东. 惯性释放法在结构耐撞性拓扑优化中的应用和改进[J]. 计算力学学报, 2015, **32**(3):293-300, 338. (YAN Kun, CHENG Geng-dong. Application of the inertia relief method and improved inertia

relief method in crashworthiness topology optimization problem[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, **32**(3):293-300, 338. (in Chinese))

[3] Patel N M, Kang B, Renaud J E, et al. Crashworthiness design using topology optimization[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2009, **131**(6):061013.

[4] Kang B S, Choi W S, Park G J. Structural optimization under equivalent static loads transformed from dynamic loads based on displacement[J]. *Computers & Structures*, 2001, **79**(2):145-154.

[5] Park G J, Lee Y. Discussion on the optimality condition of the equivalent static loads method for linear dynamic response structural optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, **59**(1):311-316.

[6] Stolpe M, Verbart A, Rojas-Labanda S. The equivalent static loads method for structural optimization does not in general generate optimal designs [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, **58**(1):139-154.

[7] Jang H H, Lee H A, Lee J Y, et al. Dynamic response topology optimization in the time domain using equivalent static loads[J]. *AIAA Journal*, 2012, **50**(1):226-234.

[8] Lee J, Cho M. Efficient design optimization strategy for structural dynamic systems using a reduced basis method combined with an equivalent static load[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, **58**(4):1489-1504.

[9] Ren C, Min H T, Ma T F, et al. Efficient structure crash topology optimization strategy using a model order reduction method combined with equivalent static loads[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2020, **234**(7):1891-1911.

[10] 陈 涛,陈自凯,段利斌,等. 针对结构动态非线性优化问题的 ESLM 梯度优化方法[J]. 机械工程学, 2015, **51**(8):116-124. (CHEN Tao, CHEN Zi-kai, DUAN Li-bin, et al. Gradient-based equivalent static loads method for structure nonlinear dynamic optimization problem[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, **51**(8):116-124. (in Chinese))

[11] Xu B, Huang X, Xie Y M. Two-scale dynamic optimal design of composite structures in the time domain using equivalent static loads[J]. *Composite Structures*, 2016, **142**:335-345.

[12] Jeong S H, Lee J W, Yoon G H, et al. Topology optimization considering the fatigue constraint of variable amplitude load based on the equivalent static load approach [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, **56**:626-647.

[13] 李 明,汤文成. 基于等效静态载荷法的区间参数结构可靠性拓扑优化[J]. 计算力学学报, 2014, **31**(3):297-302, 327. (LI Ming, TANG Wen-cheng. Reliability-based topology optimization of interval parameter

- structures using equivalent static loads[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2014, **31**(3): 297-302, 327. (in Chinese))
- [14] Ma H, Shi D Y, Gea H C, et al. Multi-objective structure dynamic optimization based on equivalent static loads[J]. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 2018, **12**(2): 729-740.
- [15] 滕晓艳, 江旭东, 孙艳想, 等. 基于等效静载荷和模式跟踪的结构拓扑优化[J]. 振动工程学报, 2017, **30**(3): 349-356. (TENG Xiao-yan, JIANG Xu-dong, SUN Yan-xiang, et al. Structural topology optimization using equivalent static load and mode-tracking[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, **30**(3): 349-356. (in Chinese))
- [16] 陆善彬, 蒋伟波, 左文杰. 基于等效静态载荷法的汽车前端结构抗撞性尺寸和形貌优化[J]. 振动与冲击, 2018, **37**(7): 56-61. (LU Shan-bin, JIANG Wei-bo, ZUO Wen-jie. Size and morphology crashworthiness optimization for automotive frontal structures using equivalent static loads method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, **37**(7): 56-61. (in Chinese))
- [17] 高云凯, 田林雳. 基于等效静态载荷法的车身碰撞拓扑优化[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2017, **45**(3): 391-397. (GAO Yun-kai, TIAN Lin-li. Topology optimization of automotive body crash worthiness design with equivalent static loads method[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2017, **45**(3): 391-397. (in Chinese))
- [18] 张艳岗, 毛虎平, 苏铁熊, 等. 基于关键时间点的能量等效静态载荷法及结构动态响应优化[J]. 机械工程学报, 2016, **52**(9): 151-157. (ZHANG Yan-gang, MAO Hu-ping, SU Tie-xiong, et al. Energy equivalent static load method based on critical time point and structure dynamic response optimization[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, **52**(9): 151-157. (in Chinese))
- [19] 芮强, 王红岩, 田洪刚. 基于等效静态载荷法的结构动态优化[J]. 汽车工程, 2014, **36**(1): 61-65, 113. (RUI Qiang, WANG Hong-yan, TIAN Hong-gang. Structural dynamic optimization based on equivalent static load method[J]. *Automotive Engineering*, 2014, **36**(1): 61-65, 113. (in Chinese))
- [20] Bai Y C, Zhou H S, Lei F, et al. An improved numerically-stable equivalent static loads (ESLs) algorithm based on energy-scaling ratio for stiffness topology optimization under crash loads[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, **59**(1): 117-130.
- [21] Lee H A, Park G J. Nonlinear dynamic response topology optimization using the equivalent static loads-method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, **283**: 956-970.

Nonlinear dynamic topology optimization on equivalent static loads method

LI Yong-xin¹, HE Xing-xing¹, LI Kai-lun¹, YANG Quan-wei^{*2}

(1. Heavy-duty Intelligent Manufacturing Equipment Innovation Center of Hebei Province,

School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinghuangdao 066044, China;

2. Tianjin Hi-Tech New Energy Auto Institute Co., Ltd., Tianjin 300450, China)

Abstract: Equivalent static loads method (ESLM) is an effective method to solve dynamic topology optimization problems. However, when solving a dynamic topology optimization problem of elastoplastic material, plastic deformations, occurring in different directions at each moment, lead to larger equivalent static loads and direction deviations. Therefore, an ESLM based on modulus ratio coefficient (MRC-ESLM) is proposed. Based on relationships between stress, strain and Young's modulus, calculated Young's modulus is equated at each moment firstly. Then the modulus ratio coefficients are derived, and equivalent static loads are amended based on equivalent displacements. Static multi-condition topology optimization is performed, and then a dynamic analysis is performed again. The two cycles are repeated until convergence criterion is satisfied. Numerical examples show the modified ESLM can solve nonlinear problems of elastoplastic materials effectively, and improve accuracy, which means the application range of ESLM is expended. The numerical example of an automobile knee buffer shows that, under the same constraints, smaller plastic strain is obtained by MRC-ESLM compared with that of ESLM.

Key words: equivalent static loads method; dynamic topology optimization; modulus ratio coefficient; material nonlinear; calculated Young's modulus

引用本文/Cite this paper:

李永欣, 贺星星, 李凯伦, 等. 基于等效静态载荷法的非线性动态拓扑优化[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(3): 377-383.

LI Yong-xin, HE Xing-xing, LI Kai-lun, et al. Nonlinear dynamic topology optimization on equivalent static loads method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(3): 377-383.