

DOI: 10.7511/jslx20200609002

钢桁腹式混凝土组合箱梁的扭转效应分析

杨霞林^{*1}, 于小芹², 张元海¹

(1. 兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070; 2. 山东省建筑工程质量检验检测中心有限公司, 济南 250031)

摘要:结合钢桁腹式混凝土组合箱梁的结构特点,基于薄壁箱梁扭转理论,推导出组合箱梁闭口断面的混凝土顶底板和换算钢腹板的扭转翘曲应力表达式,进而推导出组合箱梁约束扭转控制微分方程;利用初参数法求解微分方程,并分析出翘曲双力矩以及扭转翘曲正应力随梁跨的变化规律。通过有限元模拟分析,将有限元值和理论值进行比较,结果吻合良好。研究表明,翘曲双力矩在集中扭矩作用处达到最大值,并且衰减速度很快,使得该处箱梁截面的翘曲应力达到最大值,箱梁的翘曲双力矩在远离集中扭矩作用处几乎为零,翘曲正应力也几乎为零;有限元数值与理论数值的差值百分比在10%以内,说明本文建立的理论计算方法合理可行。

关键词:组合箱梁;钢桁腹;扭转效应;微分方程;有限元模拟

中图分类号:U441⁺.5;O242.21

文献标志码:A

文章编号:1007-4708(2021)02-0230-09

1 引言

钢桁腹式混凝土组合箱梁是一种较新型的钢-混组合箱梁结构,具有现场施工便捷、自重轻、避免腹板开裂、通透性好以及桥型优美等优点。我国已有的该种桥型最为典型的是南京江山桥,已建成的该种桥型还有国道107宝安段匝道以及水碾堡特大桥。目前,国内外学者对该类结构的受力特点进行了较为深入的研究与探索,但关于扭转性能方面的研究涉及很少^[1-5],王彤等^[6]利用换算薄壁箱梁法思想及箱梁结构理论,提出了桁腹式组合桁架弯曲变形、扭转和畸变的计算方法。国内外对其他类型的钢-混组合箱梁的扭转性能研究比较成熟^[7-9],故本文以薄壁箱梁扭转理论为基础,结合现有钢-混组合箱梁的扭转研究方法对钢桁腹式混凝土组合箱梁进行扭转效应的初步探究。

首先,按照剪切变形相等的原则将不连续钢桁腹杆转化为连续的薄壁混凝土腹板,并推导其各项扭转几何特性值。然后,基于薄壁箱梁扭转理论,推导出组合箱梁闭口断面的混凝土顶底板和换算钢腹板的扭转翘曲应力表达式,进而推导出组合箱梁约束扭转控制微分方程;利用初参数法求解微分方程,并分析出翘曲双力矩以及扭转翘曲正应力随梁跨的变化规律。最后,通过有限元模拟分析,将

有限元值和理论值进行比较,以验证理论计算方法的可靠性与准确性。

为便于开展相应的分析与研究,本文引入以下基本假定。(1)斜腹杆为二力杆,仅承受轴力,不考虑失稳;(2)上部荷载作用下的弯矩由顶底板承担,腹杆仅承受剪力且受力均匀;(3)组合箱梁在偏载作用下发生扭转时,忽略钢桁腹杆自身的扭转;(4)符合小变形假定,且各个杆件的受力均在弹性范围内;(5)横断面的纵向应力分布符合拟平截面假定。

2 钢桁腹杆纵向表观弹性模量

由于钢桁腹式混凝土组合箱梁的腹杆不连续,且腹杆与混凝土顶底板材料不一致,因此需要先求解钢桁腹杆的纵向表观弹性模量。

相邻两腹杆相接节点通过剪力键锚固于混凝土承托中,因此混凝土翼板所受的力能够平顺地传递到钢桁腹杆,可将混凝土顶底板之间的钢桁腹杆看作连续折线。任取一组折线单元如图1所示,每组折线单元以两个弯矩零点为界限^[3]。

利用图乘法计算单元在轴向力作用下的纵向变形 Δ_1 。图2为乘法受力图。

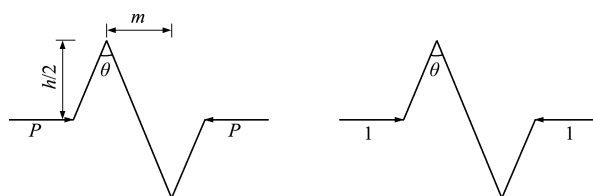


图1 腹杆折线单元

Fig. 1 Broken line unit of web member

收稿日期:2020-06-09;修改稿收到日期:2020-08-24.

基金项目:国家自然科学基金(51968040)资助项目.

作者简介:杨霞林^{*}(1970-),女,硕士,教授

(E-mail: yxl06@163.com).

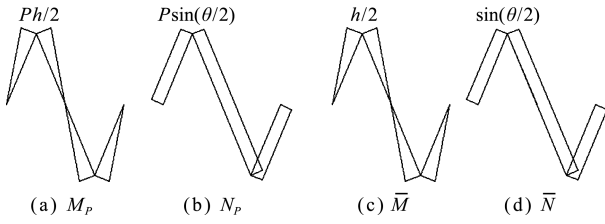


图2 腹杆折线单元受力

Fig. 2 Stress diagram of web member broken line element

折线单元纵向变形 Δ_1 为

$$\Delta_1 = \sum \int \frac{\bar{M} M_p}{E_0 I_0} ds + \sum \int \frac{\bar{N} N_p}{E_0 A_0} ds = \frac{Ph^3}{6E_0 I_0 \cos(\theta/2)} + \frac{2Ph \sin^2(\theta/2)}{E_0 A_0 \cos(\theta/2)} \quad (1)$$

式中 E_0 为钢桁腹杆初始弹性模量(即钢材弹性模量), I_0 为钢桁腹杆截面惯性矩, A_0 为钢桁腹杆截面面积, P 为钢桁腹杆所受轴力, h 为钢桁腹杆竖向高度, θ 为相邻两钢桁腹杆之间的夹角。

取一块等效平钢板代替钢桁腹杆^[6], 假设此平钢板厚度为 t_s , 则

$$t_s = E_0 / G_s \cdot (A_0 h m / L^3) \quad (2)$$

式中 G_s 为钢材剪切模量, m 为折线单元纵向长度的一半, L 为钢桁腹杆长度。

在作用力 P 作用下, 等效平钢板的纵向位移为

$$\Delta_2 = \frac{2Pm}{E_x A_s} = \frac{2P \tan(\theta/2)}{E_x t_s} \quad (3)$$

式中 E_x 为钢桁腹杆纵向表观弹性模量, A_s 为等效钢腹板的截面积。

由 $\Delta_1 = \Delta_2$, 联立式(1~3), 得钢桁腹杆纵向表观弹性模量 E_x 为

$$E_x = \frac{12G_s I_0}{L^2 A_0 \cos^4(\theta/2) + 3I_0 \sin^2 \theta} \quad (4)$$

3 扭转荷载分解

图3所示为钢桁腹式混凝土组合箱梁的横断面, 断面上作用有竖向偏载时会发生扭转变形, 一般而言, 将该偏心荷载分解为一对对称荷载与一对反对称荷载^[10]。组合箱梁在反对称荷载作用下, 截面会产生刚性扭转与畸变变形。为阻止组合箱梁截面发生畸变变形, 在截面施加一虚拟的对角支撑, 使其只发生刚性扭转变形^[9], 如图3所示。

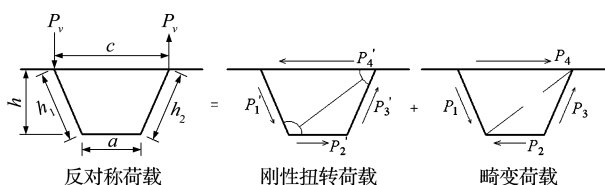


图3 反对称荷载的分解

Fig. 3 Decomposition of antisymmetric load

根据静力平衡条件, 得扭转荷载为^[11]

$$\begin{aligned} P'_4 &= \frac{P_v c^2}{(c+a)h} \\ P'_1 &= P'_3 = \frac{P_v c h_1}{(c+a)h} \quad (h_1 = h_2) \\ P'_2 &= \frac{P_v c a}{(c+a)h} \end{aligned} \quad (5)$$

式中 P'_1, P'_2, P'_3 和 P'_4 为刚性扭转荷载, c, a, h_1 和 h_2 为钢桁腹式混凝土组合箱梁顶板、底板、左换算腹板和右换算腹板的宽度, h 为梁高。

4 钢桁腹式混凝土组合箱梁的扭转分析

4.1 扭转几何特性

分析钢桁腹式组合箱梁的约束扭转翘曲应力, 需先计算钢桁腹式组合箱梁的截面扭转几何特性(包括扭心、辅助扇性坐标、主扇性坐标、主扇性惯性矩、主扇性静矩和广义扇性静矩)。

图4的点1为混凝土顶板与钢桁腹杆交接处参考计算点, 点2为顶部翼缘板端部参考计算点, 点3为底板与钢桁腹杆交接处参考计算点。辅助极点选取顶板中心点B处, 计算控制点1, 2和3辅助扇性坐标 ω_B 、主扇性坐标 ω_A 、主扇性静矩 S_{ω} 以及扭心位置 R 和主扇性惯性矩 I_{ω} 。各参数(宽度、厚度和倾角)均在图4中标明。

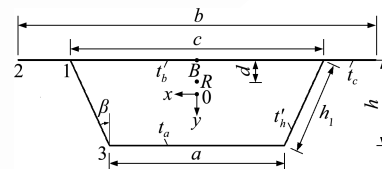


图4 钢桁腹式混凝土组合箱梁截面

Fig. 4 Concrete composite box girder with steel truss web

点1, 2和3的辅助扇性坐标表达式为

$$\begin{aligned} \omega_{B1} &= \omega_{B2} = -\frac{c}{2t_b} \Psi \\ \omega_{B3} &= -\left[\frac{c}{2t_b} + \frac{h_1}{t_h}\right] \Psi + \frac{1}{2} h c \end{aligned} \quad (6)$$

式中 Ψ 为自由扭转系数, $\Psi = \frac{\Omega}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{(a+c)h}{\kappa}$

($\kappa = \frac{a}{t_a} + \frac{c}{t_b} + \frac{2h}{t_h}$), h_1 为斜腹杆在 xy 面内的投影

长度, $h_1 = \frac{h}{\sin \beta}$, t'_h 为钢桁腹杆换算为混凝土腹板厚度, $t'_h = (G_s/G_c) t_h$, t_h 为钢桁腹杆换算为钢板的厚度, 与 t_s 相等。

扭心 R 到顶板中心的距离 d 为

$$d = -I_{\omega Bx}/I_y = h/[a^3 t_a + c^3 t_b + (b^3 - c^3) t_c + 2h_1 t'_h(a^2 + c^2 + ac)] \cdot [(\lambda/\kappa)(a+c) - a^2 c t_a - h_1 c t'_h(2a+c)] \quad (7)$$

式中 $I_{\omega Bx}$ 为辅助扇性坐标图与 x 坐标图图乘所得, I_y 为组合箱梁截面对 x 轴的惯性矩,

$$\lambda = c^3 + 1.5c(b^2 - c^2) \frac{t_c}{t_b} + 3h_1 c(a+c) \frac{t'_h}{t_b} + 2h_1^2(2a+c) + a^2 t_a \left[\frac{c}{t_b} + \frac{2h_1}{t'_h} \right]$$

点 1, 2 和 3 的主扇性坐标表达式为

$$\omega_1 = \frac{1}{2}c(d - \frac{1}{t_b}\Psi), \quad \omega_2 = \frac{1}{2}(bd - \frac{c}{t_b}\Psi)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2}(ad + hc - \frac{c}{t_b}\Psi - \frac{2h_1}{t'_h}\Psi) \quad (8)$$

主扇性惯性矩可通过将主扇性坐标图自乘求得,

$$I_\omega = [(b-c)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_1\omega_2)t_c + c\omega_2^2 t_b + a\omega_3^2 t_a + 2h_1(\omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_2\omega_3)t'_h/n_c]/3 \quad (9)$$

式中 n_c 为混凝土弹性模量与钢桁腹杆纵向表观弹性模量之比, 即 $n_c = E_c/E_{\sigma}$.

主扇性静矩计算式为

$$S_{\omega_1} = (d - \frac{\Psi}{t_b})t_c \cdot \frac{c^2}{4}$$

$$S_{\omega_2} = (d - \frac{\Psi}{t_b})t_c \cdot \frac{c^2}{4} + \frac{b-c}{4} \cdot t_c \left[-\frac{c}{t_b}\Psi + \frac{d}{2}(b+c) \right]$$

$$S_{\omega_3} = (d - \frac{\Psi}{t_b})t_c \cdot \frac{c^2}{4} + \frac{h_1}{4} \cdot t'_h \left[(ad + hc + cd) - 2\Psi \left(\frac{c}{t_b} + \frac{h_1}{t'_h} \right) \right] \quad (10)$$

闭口箱梁截面广义扇性静矩为 $\bar{S}_\omega = S_\omega -$

$\oint S_\omega \frac{1}{t} ds / \oint \frac{1}{t} ds$, $\oint S_\omega ds$ 为扇性静矩图的面积。

4.2 自由扭转

组合箱梁横断面扭转变形的截面位移可以表示为^[10]

$$\begin{cases} u = -(y - y_s)\theta_z \\ v = (x - x_s)\theta_z \\ w = \bar{w} \end{cases} \quad (11)$$

式中 θ_z 为横截面绕纵桥向的角位移, $\bar{w}$ 为横截面翘曲位移, u, v 和 w 分别为横截面内任意一点 (x, y) 在坐标方向的线位移。

根据式(11), 可得组合箱梁横截面的正应力和剪应力为

$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{E_c}{1 - \nu_c^2} \epsilon = E_c \frac{\partial u}{\partial z} \\ \tau_s = G_c \gamma_s = G_c \rho_d \theta'_z + G_c \frac{\partial u}{\partial s} \quad (\text{翼板}) \\ \tau_n = G_c \gamma_n = G_c \rho_n \theta'_z + G_c \frac{\partial u}{\partial n} \end{cases} \quad (12a)$$

$$\begin{cases} \sigma_z = E_s \epsilon_z \approx 0 \\ \tau_s = G_s \left[\rho_d \theta'_z + \frac{\partial u}{\partial s} \right] \\ \tau_n = G_s \left[\rho_n \theta'_z + \frac{\partial u}{\partial n} \right] \end{cases} \quad (\text{换算钢腹板}) \quad (12b)$$

式中 ν 为泊松比。

纯扭转翘曲位移为

$$\bar{w} = \bar{w}_0 - \bar{\omega} \theta'_z \quad (13)$$

式中 $\bar{\omega} = \int_0^s (\rho_d - \varphi/t) ds$ 为钢桁腹式混凝土组合箱梁的广义扇性坐标。

组合箱梁的自由扭转微分方程为

$$\begin{cases} M_z = G_c I_d \theta'_z \\ m_z = G_c I_d \theta''_z \end{cases} \quad (14)$$

式中 M_z 为集中扭矩, m_z 为分布扭矩, I_d 为扭转惯性矩。

$$I_d = \frac{\Omega^2}{\oint \frac{1}{t} ds + m_G \oint \frac{1}{t} ds} \quad (15)$$

式中 $m_G = G_c/G_s$, 式(15)表示若将换算钢腹板进一步等效换算为混凝土腹板, 可将其按混凝土薄壁箱梁计算 I_d 。 I_d 通常由闭口箱室与开口悬臂板迭加求得^[12], 而在计算组合箱梁的 I_d 时, 开口部分的扭转刚度很小, 为计算简便, 一般忽略不计。

4.3 约束扭转

根据薄壁箱梁设计理论, 需要引入位移量 β' (组合箱梁翘曲位移自由度) 对翘曲位移计算进行修正, 使得组合箱梁发生约束扭转后仍能保持变形后的连续。

翘曲位移表达式为

$$u = u_0 - \bar{\omega} \beta' \quad (16)$$

翘曲正应力的表达式可以表示为

$$\sigma_\omega = -E \bar{\omega}_n \beta'' \quad (17)$$

式中 $\bar{\omega}_n$ 为广义主扇性坐标, $\bar{\omega}_n = \bar{\omega} - \frac{\oint \bar{\omega} t ds}{\oint t ds}$ 。

对于钢桁腹式混凝土组合箱梁, 顶底板和换算钢腹板由于其材料不同, 各自翘曲正应力计算式也不相同。

混凝土翼板约束扭转正应力计算式为

$$\sigma_{\omega c} = -E_c \bar{\omega}_n \beta'' \quad (18)$$

式中 E_c 为混凝土的弹性模量。

换算钢腹板的扭转翘曲正应力计算式为

$$\sigma_{\omega 0} = -E_s \bar{\omega}_n \beta'' \quad (19)$$

式中 E_s 为钢桁腹杆的纵向表观弹性模量。

翘曲正应力 σ_{ω} 对应的翘曲双力矩 B_{ω} 是一对大小相等方向相反的力矩, 计算式为

$$B_{\omega} = \oint \sigma_{\omega} \bar{\omega}_n t ds = -E_c I_{\omega} \beta'' \quad (20)$$

式中 I_{ω} 为主扇性惯性矩,

$$I_{\omega} = \int_{A_1} \bar{\omega}_n^2 dA + \int_{A_2} \bar{\omega}_n^2 dA + \frac{2}{n_c} \int_{A_3} \bar{\omega}_n^2 dA \quad (21)$$

式中 A_1, A_2 和 A_3 为混凝土顶板和底板截面面积以及换算腹板截面面积。

由式(18~20), 翘曲正应力表示为

$$\sigma_{\omega c} = \frac{B_{\omega}}{I_{\omega}} \bar{\omega}_n, \quad \sigma_{\omega 0} = \frac{B_{\omega}}{n_c I_{\omega}} \bar{\omega}_n \quad (22)$$

约束扭矩 M_z 可由翘曲双力矩 B_{ω} 表示为

$$M_z = \frac{dB_{\omega}}{dz} = -EI_{\omega} \beta''' \quad (23)$$

5 约束扭转微分方程及其参数解

5.1 约束扭转微分方程

双力矩 B_{ω} 、扭矩 M_z 以及翘曲正应力 σ_{ω} 的求解需要先求出挠曲变形系数 β' , 然后通过 β 和 θ_z 的关系求解 θ_z 。

截面总扭矩为

$$M_z = GI_{\rho} [\theta'_z - \mu \beta'] \quad (24)$$

式中 I_{ρ} 为闭口截面的极惯性矩, $I_{\rho} = \oint \rho^2 t ds$, μ 为约束系数, $\mu = 1 - I_d/I_{\rho}$ 。

根据式(24)可得 β 和 θ_z 的关系为

$$\theta'_z = \frac{M_z}{GI_{\rho}} + \mu \beta' \quad (25)$$

式中有两个未知数 β' 和 θ'_z , 只此一式无法进行求解, 需要建立另一个方程。组合箱梁的总扭矩 M_z 是自由扭矩 M_{zs} 和翘曲扭矩 $M_{z\omega}$ 之和, 由式(14, 23)可得总扭矩为

$$M_z = GI_d \theta'_z - EI_{\omega} \beta''' \quad (26)$$

M_z 为集中扭矩, m_z 为分布扭矩, 两者之间的关系为

$$dM_z/dz = -m_z \quad (27)$$

对式(26)求导并代入式(27), 经整理得 β 的微分方程为

$$\beta'''' - k^2 \beta'' = \frac{\mu m_z}{EI_{\omega}} \quad (28)$$

式中 k 为组合箱梁断面的翘曲扭转衰减系数, $k = \sqrt{\mu GI_d/EI_{\omega}}$ 。

同理可推导出 θ_z 的微分方程为

$$\theta_z'''' - k^2 \theta_z'' = \frac{\mu m_z}{EI_{\omega}} \quad (29)$$

5.2 初参数法求解微分方程

规定 $z=0$ 处, 四个初参数中 θ_0 为该处角位移, β'_0 为翘曲位移, $B_{\omega 0}$ 为扭转翘曲双力矩, M_0 为扭矩, 微分方程的齐次方程的通解为

$$\theta_z = C_1 + C_2 z + C_3 \sinh kz + C_4 \cosh kz \quad (30)$$

$$\beta' = \frac{1}{\mu} \left[C_2 + C_3 k \cosh kz + C_4 k \sinh kz - \frac{M_z}{GI_{\rho}} \right] \quad (31)$$

$$B_{\omega} = -GI_d (C_3 \sinh kz + C_4 \cosh kz) \quad (32)$$

$$M_z = C_2 GI_d \quad (33)$$

初参数解为

$$\theta_z = \theta_0 + \frac{\mu}{k} \beta'_0 \sinh kz + \frac{B_{\omega 0}}{GI_d} (1 - \cosh kz) + \frac{M_0}{kGI_d} (kz - \mu \sinh kz) \quad (34)$$

$$\beta' = \beta'_0 \cosh kz - \frac{kB_{\omega 0}}{\mu GI_d} \sinh kz + \frac{M_0}{GI_d} (1 - \cosh kz) \quad (35)$$

$$B_{\omega} = -\frac{\mu GI_d}{k} \beta'_0 \sinh kz + B_{\omega 0} \cosh kz + \frac{\mu}{k} M_0 \sinh kz \quad (36)$$

$$M_z = M_0 \quad (37)$$

在式(34~37)中, 组合箱梁的边界条件决定 4 个初参数的取值, 初参数解适用于无外界荷载作用下的组合箱梁, 一般而言, 对于作用有外荷载的组合箱梁, 应在初参数解的基础上补充相应的影响项。

如图 5 所示, 当组合箱梁跨内有扭矩时, 式(34~37)分别为

$$\begin{aligned} \theta_z = & \theta_0 + \frac{\mu}{k} \beta'_0 \sinh kz + \frac{B_{\omega 0}}{GI_d} (1 - \cosh kz) + \\ & \frac{M_0}{kGI_d} (kz - \mu \sinh kz) - \\ & \left\| \frac{T}{kGI_d} [k(z-a) - \mu \sinh k(z-a)] - \right. \\ & \left. \int_b^z \frac{m(\xi)}{kGI_d} [k(z-\xi) - \mu \sinh k(z-\xi)] d\xi \right\| \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \beta' = & \beta'_0 \cosh kz - \frac{kB_{\omega 0}}{\mu GI_d} \sinh kz + \frac{M_0}{GI_d} (1 - \cosh kz) - \\ & \left\| \frac{T}{GI_d} [1 - \cosh k(z-a)] - \right. \\ & \left. \int_b^z \frac{m(\xi)}{GI_d} [1 - \mu \cosh k(z-\xi)] d\xi \right\| \end{aligned} \quad (39)$$

$$B_{\omega} = -\frac{\mu G I_d}{k} \beta'_0 \sinh kz - B_{\omega 0} \cosh kz +$$

$$\frac{\mu}{k} M_0 \sinh kz - \int_a^z \frac{\mu}{k} T \sinh k(z-a) -$$

$$\int_b^z \frac{\mu}{k} m(\xi) \sinh k z (z-\xi) d\xi \quad (40)$$

$$M_z = M_0 - \int_a^z T - \int_b^z \int_b^z \frac{\mu}{k} m(\xi) d\xi \quad (41)$$

式中 符号 $\int_a$ 表示只有 $z > a$ 时的数值才计入算式, 同样 $\int_b$ 表示只有 $z > b$ 时的数值才计入算式, 当 $z > c$ 时, 对应的积分上限也会发生改变。

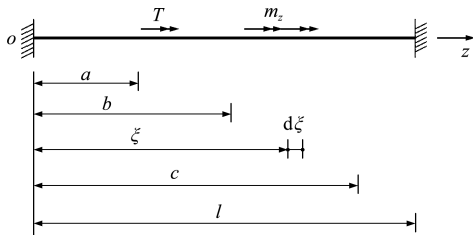


图5 组合箱梁作用外加扭矩
Fig. 5 Applied torque of composite box girder

5.3 边界条件

边界条件不同, 角位移 θ_z 以及挠曲变形系数 β' 的取值也不相同^[13]。

- (1) 固定端 $\theta_z = 0, \beta' = 0$
- (2) 简支端 $\theta_z = 0, \beta'' = 0$
- (3) 悬臂端 $G I_d \theta'_z - E I_{\omega} \beta''' = 0, \beta'' = 0$

5.4 作用集中扭矩的简支组合箱梁扭转分析

在简支组合箱梁中, 距梁端 a 处作用一集中扭矩, 如图6所示, 根据边界约束条件 $\theta_z = 0, \beta' = 0$, $z = 0$ 时, $\theta_z = 0, B_{\omega 0} = 0$, 可得微分方程解为当 $z < a$ 时,

$$\theta_z = \frac{T}{k G I_d} \left[-\mu \frac{\sinh k(l-a)}{\sinh kl} \sinh kz + \frac{l-a}{l} k z \right]$$

$$\beta' = \frac{T}{G I_d} \left[\frac{l-a}{l} - \frac{\sinh k(l-a)}{\sinh kl} \cosh kz \right]$$

$$B_{\omega} = \frac{\mu}{k} T \frac{\sinh k(l-a)}{\sinh kl} \sinh kz$$

$$M_z = \frac{l-a}{l} T \quad (42)$$

当 $z \geq a$ 时,

$$\theta_z = \frac{T}{k G I_d} \left[k a \left(1 - \frac{z}{l} \right) - \mu \frac{\sinh k(l-a)}{\sinh kl} \sinh kz + \mu \sinh k(z-a) \right]$$

$$\beta' = \frac{T}{G I_d} \left[\frac{a}{l} - \frac{\sinh k(l-a)}{\sinh kl} \cosh kz - \cosh k(k-a) \right]$$

$$B_{\omega} = \frac{\mu}{k} T \left[\frac{\sinh k(l-a)}{\sinh kl} \sinh kz - \sinh k z (z-a) \right]$$

$$M_z = - (a/l) T \quad (43)$$

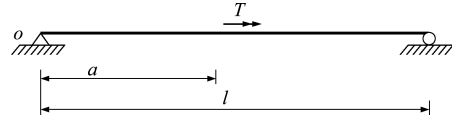


图6 简支组合箱梁作用集中扭矩
Fig. 6 Concentrated torque of simply supported composite box girder

6 算例分析

6.1 扭转几何特性计算

以某钢桁腹式混凝土组合箱梁简支梁为例^[14], 其上部结构采用单跨(35 m)等截面钢桁腹式预应力混凝土组合箱梁结构, 主梁为单箱单室截面, 顶板宽 8.5 m, 底板宽 4.8 m, 梁高 2.3 m。混凝土板采用 C50 混凝土, 弹性模量为 3.45×10^4 MPa, 钢桁腹杆采用 Q345C 级钢管, 规格为 $\Phi 351 \times 16$, 钢桁腹杆水平倾角为 67° 左右, 节间距为 1.95 m。组合箱梁横断面和纵断面分别如图7和图8所示。为简化计算, 分别将顶板和底板的板厚均分, 将钢桁腹杆转换成薄壁混凝土腹板, 横断面简化为如图9所示截面。按上述理论推导式(6~10)和式(15)求得扭转几何特性, 结果见表1及图10~图13。

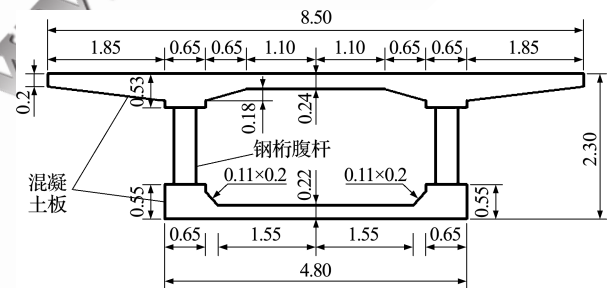


图7 组合箱梁横断面(单位:m)
Fig. 7 Cross section of composite box girder (unit:m)

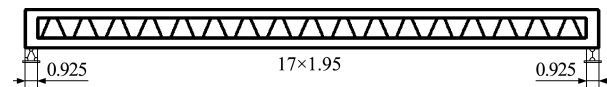


图8 组合箱梁纵断面(单位:m)
Fig. 8 Profile of composite box girder(unit:m)

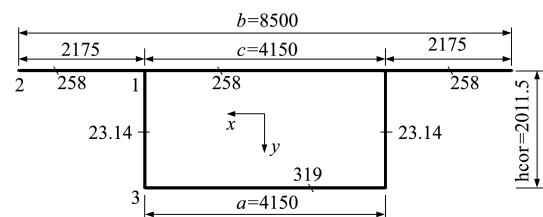


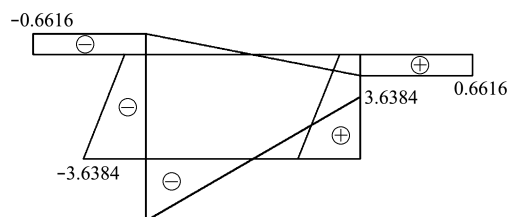
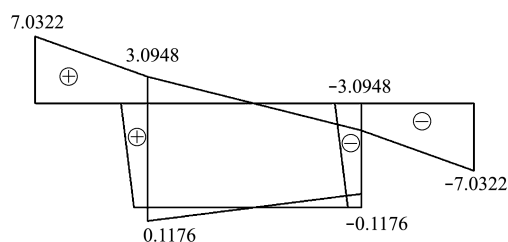
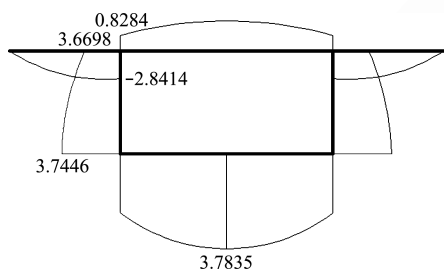
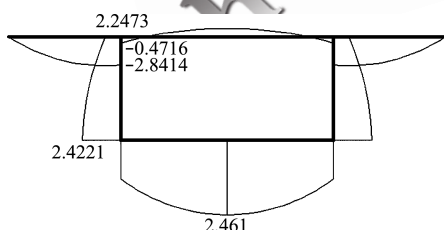
图9 组合箱梁计算模型及横向加载位置(单位:mm)
Fig. 9 Calculation model and transverse loading position diagram of composite box girder (unit:mm)

表 1 扭转几何特性

Tab. 1 Torsional geometry

扭转几何特性	本文计算值
d/m	1.8103
ω_1/m^2	7.0322
ω_2/m^2	3.0948
ω_3/m^2	0.1176
I_ω/m^6	33.9581
I_d/m^4	1.3734

注: d 为扭心到顶板中心距离。

图 10 辅助扇性坐标 ω_b (单位: m^2)Fig. 10 Auxiliary principal sector coordinate ω_b (unit: m^2)图 11 主扇性坐标 ω (单位: m^2)Fig. 11 Principal sector coordinate ω (unit: m^2)图 12 主扇性静矩 S_ω (单位: m^4)Fig. 12 Principal sector static moment S_ω (unit: m^4)图 13 广义扇性静矩 $\bar{S}_\omega$ (单位: m^4)Fig. 13 Generalized sector static moment $\bar{S}_\omega$ (unit: m^4)

6.2 结果分析

依据《公路桥规》^[15]中车道荷载的情况对该桥施加 $P=330$ kN 的偏载,偏心距 $e=2075$ mm,不计桥梁自重。横向加载如图 14 所示。

以此算例为研究对象,探究翘曲双力矩随着集中扭矩分别作用在简支钢桁腹式混凝土组合箱梁上 $l/4$ 和 $3l/4$ 跨以及跨中截面处的变化,图 15 所示为翘曲双力矩沿梁纵向的变化曲线。可见,翘曲双力矩在集中扭矩作用处达到最大值,并且衰减速度相当快,距离集中扭矩作用处越远,翘曲双力矩就越小,梁端处为 0。

以跨中作用集中扭矩为例,绘出点 1(左侧腹杆与混凝土顶板交点)、点 2(混凝土顶板左端点)与点 3(左侧腹杆与混凝土底板交点)翘曲正应力沿梁纵向的变化曲线,如图 16 所示,图中应力以拉为正,以压为负。集中扭矩作用处的翘曲双力矩很



图 14 横向加载位置

Fig. 14 Transverse loading position

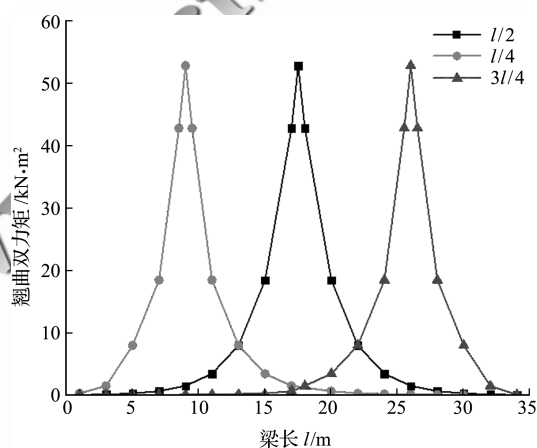


图 15 翘曲双力矩沿梁纵向的变化曲线

Fig. 15 Change curve of warping double moment along the longitudinal direction of beam

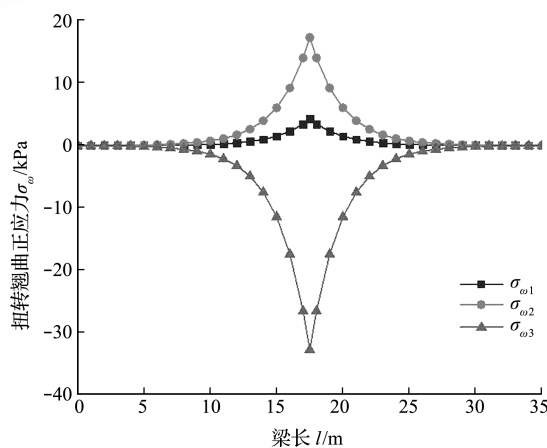


图 16 扭转翘曲正应力沿梁纵向的变化曲线

Fig. 16 Change curve of torsional warping normal stress along longitudinal direction of beam

大,使得该处组合箱梁截面产生了很大的翘曲应力,而距离集中扭矩作用处越远,组合箱梁的翘曲双力矩越小,翘曲正应力也越小,梁端处为0。

6.3 对比分析

为验证以上理论计算方法的可靠性与准确性,运用 ANSYS 进行有限元数值模拟计算,并进一步与理论计算结果进行对比分析。有限元模型横向和纵向尺寸构造如图 7 和图 8 所示,选用 SOLID185 单元模拟顶板和底板,BEAM188 单元模拟钢桁腹杆^[16],不考虑腹杆与混凝土的相对滑移,钢桁腹杆与混凝土板的刚性连接通过建立约束方程进行自由度耦合。简支钢桁腹式混凝土组合箱梁的边界一端为活动铰支座,约束梁的竖向和横向位移,另一端为固定铰支座,约束梁的竖向和纵向和横向位移。模型的相关数据列入表 2。腹杆倾斜的角度为 67° 左右,两相邻腹杆的最大距离为 1.95 m。对该模型跨中截面处施加如图 17 所示的一对反对称荷载,使其满足仅表现出扭转与畸变的叠加效应,而不包含弯曲效应。

根据上述所推导的理论计算方法求取算例中钢桁腹式混凝土组合箱梁的跨中截面处和 $0.1l$ 跨截面处 1 点(腹杆与顶板连接点)、2 点(顶板左端点)以及 3 点(腹杆与底板连接点)的扭转翘曲正应力,叠加畸变翘曲正应力(计算过程本文略)后与有限元计算结果进行比较,列入表 3。

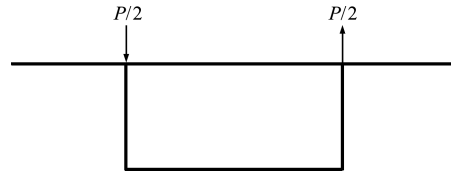


图 17 反对称荷载施加

Fig. 17 Antisymmetric load application

表 2 有限元模型的相关参数

Tab. 2 Relevant parameters of finite element model

	选用单元	材料	弹性模量/Pa
顶底板	Solid185	C50 混凝土	3.45×10^{10}
钢桁腹杆	Beam188	Q345C 级钢管	2.06×10^{11}

表 3 翘曲正应力有限元数值与理论数值的对比(单位:kPa)

Tab. 3 Comparison between finite element value and theoretical value(unit:kPa)

测点 编号	跨中截面		差值百分比 /%	0.1l 截面		差值百分比 /%
	ANSYS 有限元数值	本文理论计算数值		ANSYS 有限元数值	本文理论计算数值	
1	6.0095	5.4216	9.78	0.9012	0.8172	9.32
2	21.6150	19.7432	8.66	2.9331	2.6893	8.31
3	-64.9905	-62.2196	4.26	-19.8072	-18.7371	5.40

由表 3 可知,有限元数值与本文方法计算的理论数值相差并不大,差值百分比在 10% 以内,可见本文计算方法合理可行。

7 结 语

(1) 通过选取合适的辅助极点,推导出组合箱梁横截面辅助扇性坐标 ω_B 、扭心 R 、主扇性坐标 ω_A 、主扇性惯性矩 I_ω 及主扇性静矩 S_ω 等扭转几何特性表达式,并通过算例求解出扭转几何特性值,绘出辅助扇性坐标图、主扇性坐标图、主扇性静矩以及广义扇形静矩图。

(2) 对钢桁腹式混凝土组合箱梁进行自由扭转与约束扭转分析,推导出组合箱梁约束扭转微分方程,并通过初参数法求解出转角、翘曲位移、扭转翘曲双力矩以及扭矩的一般公式,以跨中作用集中扭矩的简支组合箱梁为例,赋予边界条件,求解出四个参数的表达式。

(3) 根据算例,分析翘曲双力矩以及扭转翘曲正应力随梁跨变化,翘曲双力矩在集中扭矩作用处达到最大值,并且衰减速度很快,使得该处箱梁截面的翘曲应力达到最大值,箱梁的翘曲双力矩在远离集中扭矩作用处几乎为 0,翘曲正应力也几乎为 0。

(4) 建立有限元模型施加荷载并求解出翘曲正应力,利用本文所述方法求取跨中截面和 $0.1l$ 跨截面点 1、2 和 3 的扭转翘曲正应力,与畸变翘曲正应力叠加后与有限元值作比较,结果表明有限元数值与本文方法计算的理论数值差值百分比在 10% 以内,可见本文推导的理论计算方法合理可行。

(5) 本文没有考虑预应力对扭转效应的影响,实际工程中钢桁腹式混凝土组合箱梁常在上下翼板布置预应力筋,故需进一步研究预应力产生的扭转效应。

参考文献(References):

- [1] 张岩,杨霞林,冀伟.钢桁腹式混凝土组合箱梁翼板纵向应力的计算方法研究[J].计算力学学报,2019,36(5):642-649. (ZHANG Yan, YANG Xia-lin, JI Wei. Research on calculation method of longitudinal stress on flange plate for concrete composite box girder with steel truss webs[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2019, 36(5): 642-649. (in Chinese))
- [2] 雷聪.钢桁腹组合结构梁桥力学性能分析[D].东南大学,2015. (LEI Cong. Study on Mechanical Properties of Hybrid Truss Bridges[D]. Southeast University, 2015. (in Chinese))
- [3] 张岩,杨霞林,冀伟.钢桁腹式混凝土组合箱梁的结构性能分析[J].水利与建筑工程学报,2018,16(4):21-25. (ZHANG Yan, YANG Xia-lin, JI Wei. Analysis of structural performance of the concrete box girder with steel truss webs[J]. *Journal of Water Resources and Architectural Engineering*, 2018, 16(4): 21-25. (in Chinese))
- [4] Machacek J, Charvat M. Study on shear connection of bridge steel truss and concrete slab deck[J]. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2017, 23(1): 105-112.
- [5] Jung K H, Yi J W, Kim J H J. Structural safety and serviceability evaluations of prestressed concrete hybrid bridge girders with corrugated or steel truss web members[J]. *Engineering Structures*, 2010, 32(12): 3866-3878.
- [6] 王彤,谢旭,王渊,等.桁腹式组合桥梁结构计算理论[J].浙江大学学报(工学版),2014,48(4):711-720,741. (WANG Tong, XIE Xu, WANG Yuan, et al. Analysis of prestressed composite truss girders with steel truss webs[J]. *Journal of Zhejiang University(Engineering Science)*, 2014, 48(4): 711-720, 741. (in Chinese))
- [7] 杨美良,张孜航,陈坚强,等.基于预应力效应的波形钢腹板曲线箱梁扭转应力分析[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2019,16(4):78-84. (YANG Mei-liang, ZHANG Zi-hang, CHEN Jian-qiang, et al. Analysis of torsional stress of curved box girder with corrugated steel webs considering prestress[J]. *Journal of Changsha University of Science & Technology(Natural Science)*, 2019, 16(4): 78-84. (in Chinese))
- [8] 刘宇坤.单箱三室截面波形钢腹板组合箱梁的扭转效应分析[A].2019世界交通运输大会论文集(下)[C].2019. (LIU Yu-kun. Torsion effect analysis of single-box three-chamber composite box girder with corrugated steel webs[A]. Proceedings of 2019 world Transport Conference(2)[C]. 2019. (in Chinese))
- [9] 邵江艳,张元海,赵庆友,等.波形钢腹板箱梁畸变应力分析[J].应用数学和力学,2019,40(10):1109-1121. (SHAO Jiang-yan, ZHANG Yuan-hai, ZHAO Qing-you, et al. Stress analysis on distortion of corrugated steel web box girders[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, 40(10): 1109-1121. (in Chinese))
- [10] 郭金琼,房贞政,郑振.箱形梁设计理论(第2版)[M].北京:人民交通出版社,2008. (GUO Jin-qiong, FANG Zhen-zheng, ZHENG Zhen. *Design Theory of Box Girder* (Second Edition) [M]. Beijing: China Communications Press, 2008. (in Chinese))
- [11] 项海帆,范立础.高等桥梁结构理论[M].北京:人民交通出版社,2013. (XIANG Hai-fan, FAN Li-chu. *Advanced Theory of Bridge Structure* [M]. Beijing: China Communications Press, 2013. (in Chinese))
- [12] 邵旭东,顾安邦.桥梁工程[M].北京:人民交通出版社,2007. (SHAO Xu-dong, GU An-bang. *Bridge Engineering* [M]. Beijing: China Communications Press, 2007. (in Chinese))
- [13] 王根会,陈义勤,樊江,等.单箱双室组合箱形梁桥静力学特性的研究[J].计算力学学报,2020,37(3):355-361. (WANG Gen-hui, CHEN Yi-qin, FAN Jiang, et al. Research on static properties of Twin-Cell composite box girder bridges[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2020, 37(3): 355-361. (in Chinese))
- [14] 于小芹,杨霞林.钢桁腹-混凝土组合箱梁偏载系数取值影响因素分析[J].水利与建筑工程学报,2019,17(5):203-208. (YU Xiao-qin, YANG Xia-lin. Analysis of relative parameters of eccentric load coefficient of steel truss-concrete composite box girder[J]. *Journal of Water Resources and Architectural Engineering*, 2019, 17(5): 203-208. (in Chinese))
- [15] 中华人民共和国交通运输部.公路桥涵设计通用规范:JTG D60-2015[S].北京:人民交通出版社,2015. (Ministry of Transport of the People's Republic of China. General Specifications for Design of Highway Bridges and Culverts: JTG D60-2015[S]. Beijing: China Communications Press, 2015: 26-27. (in Chinese))
- [16] 陈维.钢桁腹组合桥力学模型及其对比[D].华中科技大学,2014. (CHEN Wei. The Mechanical Model and Comparison of Steel Truss-Web Composite Bridge[D]. Huazhong University of Science and Technology, 2014. (in Chinese))

Analysis on torsion effect of concrete composite box girder with steel truss webs

YANG Xia-lin^{*1}, YU Xiao-qin², ZHANG Yuan-hai¹

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

2. Shandong Construction Engineering Quality Inspection and Testing Center Co. LTD, Jinan 250031, China)

Abstract: Combined with the structural characteristics of a steel truss web concrete composite box girder, based on the torsion theory of thin-walled box girders, the expressions of the torsional warping stress of the concrete top and bottom plates of the closed section of the composite box girder and the converted steel webs are derived, and then the restrained torsion control differential equation of the composite box girder is derived; the initial parameter method is used to solve the differential equation, and the variation law of warping double moment and normal stress with span is analyzed. Through the finite element simulation analysis, the finite element value is compared with the theoretical value, and the results are in good agreement. The results show that the warping double moment reaches the maximum value at the action of concentrated torque, and the decay speed is very fast, which makes the warping stress of the box girder section reach the maximum value. The warping double moment of the box girder is almost zero at the position far away from the action of concentrated torque, and the warping normal stress is almost zero. The relative error between the finite element value and the theoretical value is less than 10%, which shows that the theoretical calculation method established in this paper is reasonable and feasible.

Key words: composite box girder; steel truss web; torsion effect; differential equation; finite element simulation

引用本文/Cite this paper:

杨霞林, 于小芹, 张元海. 钢桁腹式混凝土组合箱梁的扭转效应分析[J]. 计算力学学报, 2021, 38(2): 230-238.

YANG Xia-lin, YU Xiao-qin, ZHANG Yuan-hai. Analysis on torsion effect of concrete composite box girder with steel truss webs[J].

Chinese Journal of Computational Mechanics, 2021, 38(2): 230-238.