

DOI: 10.7511/jslx20200410002

两种离散方法对覆冰四分裂导线舞动特征的影响

闵光云¹, 刘小会^{*1,2}, 孙测世², 蔡萌琦³

(1. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074;

2. 重庆交通大学 省部共建山区桥梁及隧道工程国家重点实验室, 重庆 400074;

3. 成都大学 建筑与土木工程学院, 成都 610106)

摘要:首先基于 Hamilton 变分准则推导了覆冰导线三自由度耦合动力学方程组,接着采用两种离散方法离散动张力应变,一种是直接使用 Galerkin 法离散,另一种是先将动张力应变等效处理,然后再使用 Galerkin 法离散。由风洞试验测得新月形覆冰四分裂导线的气动力系数,并将各子导线的气动力系数等效,接着利用泰勒展开式拟合气动力系数,选取攻角 55° 进行舞动分析。基于 Runge-Kutta 法得到两种离散方法下的位移响应曲线,通过对比这两者位移响应曲线的差别,发现不同的离散方法对系统的相位、频率以及振幅皆有一定程度的影响。本文研究有助于理论建模的完善,并能给予实际工程一些指导。

关键词:覆冰四分裂导线; 舞动特征; 离散方法; 气动力系数

中图分类号: O322; TM752

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2021)01-0015-06

1 引言

随着我国电网的快速发展,输电线的舞动已经引起很多学者的关注,实际上输电线的跨径远大于其直径,因此其属于柔性索结构。Irvine^[1]首先对悬索结构的静力学、线性和非线性动力学进行了研究,并提出了重要的 Irvine 参数。Perkins^[2]将外部激励分为两种,即参数激励和周期激励,并研究了两自由度弹性悬索模态之间的相互作用。Rega^[3]首先从理论方面系统地阐述了悬索的力学建模、响应和非线性现象,接着从实验方面进行验证,证明了其研究成果的正确性,给予实际工程一些参考。Lilien 等^[4]分析了单导线、二分裂导线、三分裂导线和四分裂导线的实测舞动数据,得到一些有价值的成果。

针对悬索结构的研究,国内学者也做出许多贡献。晏致涛等^[5]基于空间曲梁理论建立了节点 6 自由度导线有限元模型,并采用 Newton-Raphson 迭代法进行静力非线性求解,得到一些很有意义的结论。肖一等^[6]在已有的研究基础上,考虑了弯曲

刚度对悬索的影响,并修改了已有文献中没有考虑抗弯刚度的误差。赵跃宇等^[7]根据 Hamilton 变分原理,推导了考虑抗弯刚度的三维非线性动力学方程,然后利用多尺度法分析了斜拉索可能的内共振模式,并用数值方法研究了弯曲刚度对内共振的影响。吕建根等^[8]基于拉索和桥梁连接处的变形协调条件,采用 Hamilton 变分原理建立了索-梁结构耦合的非线性偏微分方程,运用 Galerkin 离散法和多尺度法研究了梁主共振情形下索-梁结构的 1:1 相互作用。

本文首先建立了覆冰导线三自由度动力学方程,接着应用两种不同的方法离散动张力应变,最后利用 Galerkin 法将非线性偏微分方程转化为常微分方程。通过风洞试验测得四分裂导线的气动力系数,并得到了四分裂导线中心轴处的气动力系数,最后系统地研究了导线的舞动特性,并考察了两种不同的离散方法对覆冰导线舞动特征的影响。

2 三自由度舞动方程

2.1 单档导线数学模型

建立图 1 所示的单档导线数学模型,导线两端用固定铰链约束,选取左端悬挂点为坐标原点建立笛卡尔空间坐标系 $O-x-y-z$ 。图中 u_1 , u_2 和 u_3 分别为 x , y 和 z 轴方向的动态位移。

由于覆冰的作用,导线的横截面不再是规则的圆形,因此其质心不再是圆心。哈密顿变分原理隶

收稿日期:2020-04-10;修改稿收到日期:2020-08-16.

基金项目:国家自然科学基金(51308570;51808085;51507106);
重庆市研究生科研创新项目(CYS19240);重庆市科
委基础科学与前沿技术研究(cstc2017jcyjAX0246);
成都市国际科技合作项目(2020-GH02-00059-HZ)
资助项目.

作者简介:刘小会*(1981-),男,博士,副教授
(E-mail:cqdxlxh@126.com).

属于能量法,其本质是系统能量的守恒,尽管导线由于覆冰的影响会发生偏心转动,但是哈密顿原理亦非常适用于舞动方程的推导。由哈密顿变分原理可得

$$\int \delta k^v - \int \delta \Pi + \int \delta w = 0 \quad (1)$$

式中 k^v 为系统的动能, Π 为系统的势能, w 为系统非保守力做功。

动能、势能以及非保守力做功分别为

$$\begin{aligned} \int_0^l k^v ds &= \int_0^l \frac{1}{2} m \dot{u}_i^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^l J \dot{\theta}^2 ds + \int_0^l s_z \dot{u}_3 \dot{\theta} ds - \\ &\quad \int_0^l s_y \dot{u}_2 \dot{\theta} ds \\ \int_0^l \Pi ds &= \int_0^l (T\epsilon + \frac{1}{2} EA \epsilon^2) ds + \frac{1}{2} \left[\int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial s^2} \right)^2 ds + \right. \\ &\quad \left. \int_0^l GI_P \epsilon_\theta^2 ds \right] \\ \int_0^l w ds &= \left(\sum_{i=1}^3 p_i - c_i \dot{u}_i \right) + (p_\theta - c_\theta \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (2)$$

式中圆点为对时间 t 求导, S_z 和 S_y 为静矩, EI 为抗弯刚度, EA 为抗拉刚度, GI_P 为扭转刚度, ϵ 为拉应变, J 为转动惯量, θ 为扭转角, u_i 为动态位移, ϵ_θ 为扭转应变, p_i 和 p_θ 为外部激励力, c_i 和 c_θ 为阻尼系数, T 为静态张力, l 为跨径。

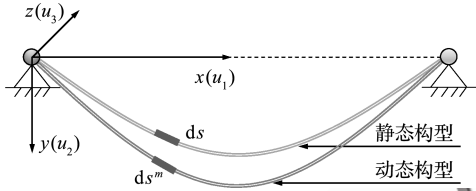


图1 单档导线数学模型

Fig. 1 Mathematical model of single conductor

将式(2)代入式(1),且只考虑导线竖向、横向和扭转方向的耦合振动,则可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ EA \left\{ \frac{dy}{dx} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} \left[\frac{dy}{dx} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right] + H \frac{\partial u_2}{\partial x} \right\} = m \ddot{u}_2 - S_y \ddot{\theta} + EI \frac{\partial^4 u_2}{\partial x^4} + f_2 \dot{u}_2 - p_2 \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ EA \left\{ \frac{dy}{dx} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} \left[\frac{\partial u_3}{\partial x} \right] + \right. \\ \left. H \frac{\partial u_3}{\partial x} \right\} = m \ddot{u}_3 + S_z \ddot{\theta} + EI \frac{\partial^4 u_3}{\partial x^4} + f_3 \dot{u}_3 - p_3 \end{aligned} \quad (3b)$$

$$0 = (J \ddot{\theta} + S_z \ddot{u}_3 - S_y \ddot{u}_2) - GI_P \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + f_\theta \dot{\theta} - p_\theta \quad (3c)$$

2.2 直接离散法

针对动张力应变的处理,不同的学者有不同的

习惯。文献[9-12]选择直接离散法,即直接应用一阶模态截断法与 Galerkin 法将偏微分方程转化为常微分方程。详细步骤如下。

首先将动态位移表示为振动函数与模态函数的乘积,即

$$u_2(x, t) = \Psi_2(x) q_2(t) \quad (4a)$$

$$u_3(x, t) = \Psi_3(x) q_3(t) \quad (4b)$$

$$\theta(x, t) = \Psi_\theta(x) q_\theta(t) \quad (4c)$$

式中 Ψ_2 , Ψ_3 和 Ψ_θ 为模态函数, q_2 , q_3 和 q_θ 为振动函数。

接着将式(4)代入式(3),可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [H \Psi_2' q_2 + EA \ell (y' + \Psi_2' q_2)] = m \Psi_2 \ddot{q}_2 - \\ S_y \Psi_\theta \ddot{q}_\theta + EI \Psi_2''' q_2 + f_2 \Psi_2 \dot{q}_2 - p_2 \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [H \Psi_3' q_3 + EA \ell (\Psi_3' q_3)] = m \Psi_3 \ddot{q}_3 + \\ S_z \Psi_\theta \ddot{q}_\theta + EI \Psi_3''' q_3 + f_3 \Psi_3 \dot{q}_3 - p_3 \end{aligned} \quad (5b)$$

$$(J \Psi_\theta \ddot{q}_\theta - S_z \Psi_3 \ddot{q}_3 + S_y \Psi_2 \ddot{q}_2) = GI_P \Psi_\theta'' q_\theta - f_\theta \Psi_\theta \dot{q}_\theta + p_\theta \quad (5c)$$

式(5)中一瞥表示对位移 x 求导,且其中

$$\ell = y' \Psi_2' q_2 + \frac{1}{2} (\Psi_2'^2 q_2^2 + \Psi_3'^2 q_3^2) \quad (6)$$

对式(5a)使用 Galerkin 法可得

$$\begin{aligned} b_1 \ddot{q}_2 + b_2 \dot{q}_2 + b_3 q_2 + b_4 q_2^2 + b_5 q_2^3 + b_6 q_3^2 + \\ b_8 q_2^3 + b_9 q_2 q_3^2 + b_{10} \ddot{q}_\theta = p p_2 \end{aligned} \quad (7a)$$

对式(5b)使用 Galerkin 法可得

$$\begin{aligned} c_1 \ddot{q}_3 + c_2 \dot{q}_3 + c_3 q_3 + c_5 q_2 q_3 + c_6 q_2^2 q_3 + \\ c_7 q_3^3 + c_8 \ddot{q}_\theta = p p_3 \end{aligned} \quad (7b)$$

对式(5c)使用 Galerkin 法可得

$$d_1 \ddot{q}_\theta + d_2 \dot{q}_\theta + d_3 \ddot{q}_3 + d_4 \ddot{q}_2 + d_5 q_\theta = p p_4 \quad (7c)$$

式(7)即为直接离散法所得的覆冰导线三自由度耦合舞动方程。

2.3 间接离散法

文献[13-15]认为覆冰导线 x 轴方向的振动比较微弱,因此可忽略覆冰导线 x 轴方向所受惯性力,基于这种思想可以将式(3)的动张力应变等效处理,等效后的应变为

$$\Theta^m = \frac{1}{l} \int_0^l \left[\frac{dy}{ds} \frac{\partial u_2}{\partial s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial s} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial s} \right)^2 \right] dx \quad (8)$$

接着可将式(3)转变为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{EA}{l} \int_0^l \frac{dy}{dx} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] dx \left[\frac{dy}{dx} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right] + H \frac{\partial u_2}{\partial x} \right\} = m \ddot{u}_2 - S_y \ddot{\theta} + EI \frac{\partial^4 u_2}{\partial x^4} + f_2 \dot{u}_2 - p_2 \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{EA}{l} \int_0^l \frac{dy}{dx} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] dx \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right) + \right.$$

$$\left. H \frac{\partial u_3}{\partial x} \right\} = m \ddot{u}_3 + S_z \ddot{\theta} + EI \frac{\partial^4 u_3}{\partial x^4} + f_3 \dot{u}_3 - p_3 \quad (9b)$$

$$0 = (J \ddot{\theta} + S_z \ddot{u}_3 - S_y \ddot{u}_2) - G I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + f_\theta \dot{\theta} - p_\theta \quad (9c)$$

将式(4)代入式(9a),使用 Galerkin 法可得

$$b'_1 \ddot{q}_2 + b'_2 \dot{q}_2 + b'_4 q_2 + b'_5 q_2^2 + b'_6 q_3^2 + b'_8 q_2^3 + b'_9 q_2 q_3^2 + b'_{10} \ddot{q}_\theta = p p'_2 \quad (10a)$$

将式(4)代入式(9b),使用 Galerkin 法可得

$$c'_1 \ddot{q}_3 + c'_2 \dot{q}_3 + c'_3 q_3 + c'_5 q_2 q_3 + c'_6 q_2^2 q_3 + c'_7 q_3^3 + c'_8 \ddot{q}_\theta = p p'_3 \quad (10b)$$

将式(4)代入式(9c),使用 Galerkin 法可得

$$d'_1 \ddot{q}_\theta + d'_2 \dot{q}_\theta + d'_3 \ddot{q}_3 + d'_4 \ddot{q}_2 + d'_5 q_\theta = p p'_4 \quad (10c)$$

式(10)为间接离散法所得覆冰导线的三自由度耦合舞动方程。

2.4 气动荷载数学模型

建立气动荷载分析数学模型如图 2 所示,覆冰冰型为新月形, F_L 为气动升力, F_D 为气动阻尼, U 为平均风速, U_r 为相对风速, D 为导线直径。

P_2 为使用 Galerkin 法后竖向的气动载荷, P_3 为使用 Galerkin 法后横向的气动载荷, P_θ 为使用 Galerkin 法后扭转方向上的气动载荷,且

$$p_2 = 0.5 \rho U^2 D C_y(\alpha) \quad (11a)$$

$$p_3 = 0.5 \rho U^2 D C_z(\alpha) \quad (11b)$$

$$p_\theta = 0.5 \rho U^2 D^2 C_M(\alpha) \quad (11c)$$

式中 $C_y(\alpha)$, $C_z(\alpha)$ 和 $C_M(\alpha)$ 为气动力系数, α 为攻角, ρ 为空气密度。气动系数可以用三次曲线拟合,即

$$C_y(\alpha) = \alpha_1 \alpha + \alpha_2 \alpha^2 + \alpha_3 \alpha^3 \quad (12a)$$

$$C_z(\alpha) = \beta_1 \alpha + \beta_2 \alpha^2 + \beta_3 \alpha^3 \quad (12b)$$

$$C_M(\alpha) = \gamma_1 \alpha + \gamma_2 \alpha^2 + \gamma_3 \alpha^3 \quad (12c)$$

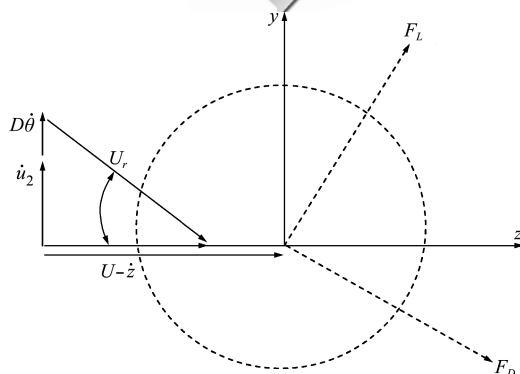


图 2 覆冰导线横截面及相对流场

Fig. 2 Cross-sectional model of iced conductor and relative flow

α_i, β_i 以及 γ_i 可通过风洞试验测得,与初始转角、扭转角以及相对风速有关。

联立式(11,12)得

$$p p_2 = p p'_2(t) = \int_0^l \frac{1}{2} \rho U^2 D \left\{ \left[-\frac{\alpha_1}{U} \right] \Psi_2(x) \dot{q}_2(t) + \left[\frac{\alpha_2}{U^2} \right] [\Psi_2(x) \dot{q}_2(t)]^2 - \left[\frac{\alpha_3}{U^3} \right] [\Psi_2(x) \dot{q}_2(t)]^3 \right\} \Psi_2(x) dx \quad (13a)$$

$$p p_3 = p p'_3(t) = \int_0^l \frac{1}{2} \rho U^2 D \left\{ \left[-\frac{\beta_1}{U} \right] \Psi_2(x) \dot{q}_2(t) + \left[\frac{\beta_2}{U^2} \right] [\Psi_2(x) \dot{q}_2(t)]^2 - \left[\frac{\beta_3}{U^3} \right] [\Psi_2(x) \dot{q}_2(t)]^3 \right\} \Psi_3(x) dx \quad (13b)$$

$$p p_4 = p p'_4(t) = \int_0^l \frac{1}{2} \rho U^2 D^2 \left\{ \left[-\frac{\gamma_1}{U} \right] \Psi_2(x) \dot{q}_2(t) + \left[\frac{\gamma_2}{U^2} \right] [\Psi_2(x) \dot{q}_2(t)]^2 - \left[\frac{\gamma_3}{U^3} \right] [\Psi_2(x) \dot{q}_2(t)]^3 \right\} \Psi_3(x) dx \quad (13c)$$

将式(13)代入式(7)可得直接离散法下新的覆冰导线三自由度舞动方程为

$$\begin{cases} b_1 \ddot{q}_2 + (b_2 + b^*) \dot{q}_2 + b_4 q_2 + b_5 q_2^2 + b_6 q_3^2 + b_8 q_2^3 + b_9 q_2 q_3^2 + b_{10} \ddot{q}_\theta + b_{11}^* \dot{q}_2^2 + b_{12}^* \dot{q}_2^3 = 0 \\ c_1 \ddot{q}_3 + c_2 \dot{q}_3 + c_3 q_3 + c_5 q_2 q_3 + c_6 q_2^2 q_3 + c_7 q_3^3 + c_8 \ddot{q}_\theta + c_9^* \dot{q}_2 + c_{10}^* \dot{q}_2^2 + c_{11}^* \dot{q}_2^3 = 0 \\ d_1 \ddot{q}_\theta + d_2 \dot{q}_\theta + d_3 \ddot{q}_3 + d_4 \ddot{q}_2 + d_5 q_\theta + d_6^* \dot{q}_2 + d_7^* \dot{q}_2^2 + d_8^* \dot{q}_2^3 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

同理,将式(13)代入式(10)可得间接离散法下新的覆冰导线三自由度舞动方程为

$$\begin{cases} b'_1 \ddot{q}_2 + (b'_2 + b^*) \dot{q}_2 + b'_4 q_2 + b'_5 q_2^2 + b'_6 q_3^2 + b'_8 q_2^3 + b'_9 q_2 q_3^2 + b'_{10} \ddot{q}_\theta + b_{11}^* \dot{q}_2^2 + b_{12}^* \dot{q}_2^3 = 0 \\ c'_1 \ddot{q}_3 + c'_2 \dot{q}_3 + c'_3 q_3 + c'_5 q_2 q_3 + c'_6 q_2^2 q_3 + c'_7 q_3^3 + c'_8 \ddot{q}_\theta + c'_9 \dot{q}_2 + c'_{10} \dot{q}_2^2 + c'_{11} \dot{q}_2^3 = 0 \\ d'_1 \ddot{q}_\theta + d'_2 \dot{q}_\theta + d'_3 \ddot{q}_3 + d'_4 \ddot{q}_2 + d'_5 q_\theta + d_6^* \dot{q}_2 + d_7^* \dot{q}_2^2 + d_8^* \dot{q}_2^3 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

3 数值算例

覆冰导线的气动力系数是分析覆冰导线舞动特征的重要参数,式(12)也验证了这一点。为了获

取新月型覆冰导线的气动力系数,进行了风洞试验。试验的主要对象是覆冰四分裂导线,通过试验可测得覆冰四分裂导线每一根子导线的气动力系数,接着采用合适的方法可得到覆冰四分裂导线中心轴处的等效气动力系数,如图3所示。

可以看出,当攻角 α 在 $40^\circ \sim 120^\circ$ 以及 $160^\circ \sim 180^\circ$ 时覆冰四分裂导线的等效气动升力系数曲线具有负斜率,此时导线极易发生舞动^[16,17]。选取攻角为 55° 时的三分力气动系数,并将其 $\alpha=0$ 处进行泰勒展开,可得到三次拟合曲线,即

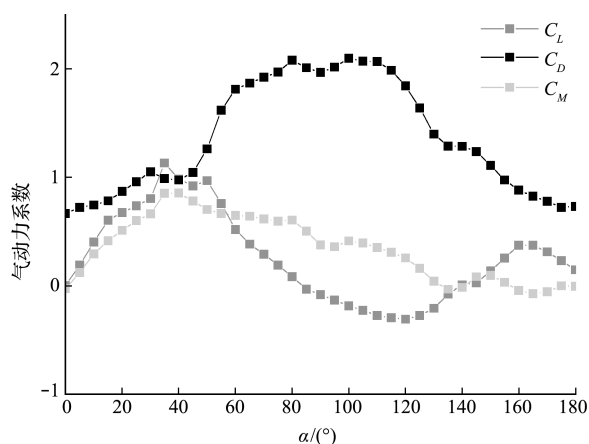


图3 气动力系数

Fig. 3 Aerodynamic coefficient

表1 导线的物理参数

Tab. 1 Physical parameters of conductor

参数	符号	单位	数值
拉伸刚度	AE	10^6 N	13.30
扭转刚度	$G I_P$	$\text{Nm}^2 \text{ rad}^{-1}$	101
导线直径	D	10^{-3} m	18.80
静态张力	H	10^3 N	21.73
阻尼系数(y)	ζ_y	10^{-2}	0.067
阻尼系数(z)	ζ_z	10^{-3}	0.067
阻尼系数(θ)	ζ_θ	10^{-2}	0.253
单位质量	m	kg m^{-1}	1.53
转动惯量	J	$\text{kg m}^2 \text{ m}^{-1}$	57.02
静矩(y)	S_y	kg m m^{-1}	0.000459
静矩(z)	S_z	kg m m^{-1}	-0.00015

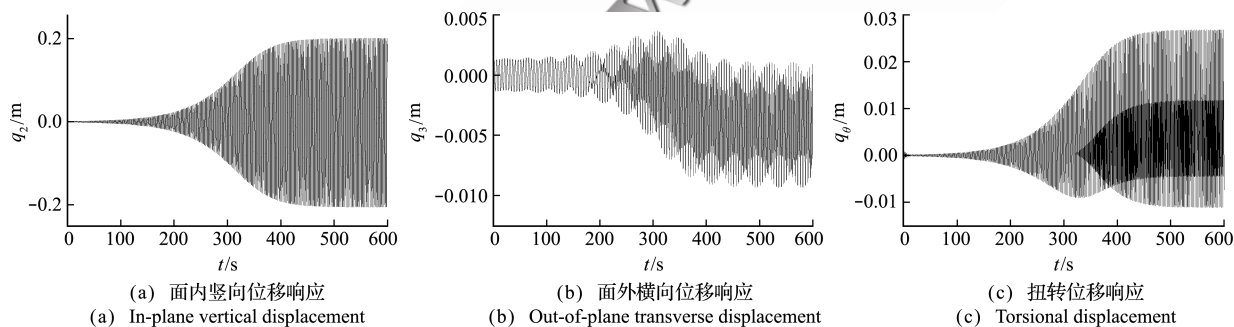


图4 直接离散法下的位移响应

Fig. 4 Displacement under direct discrete method

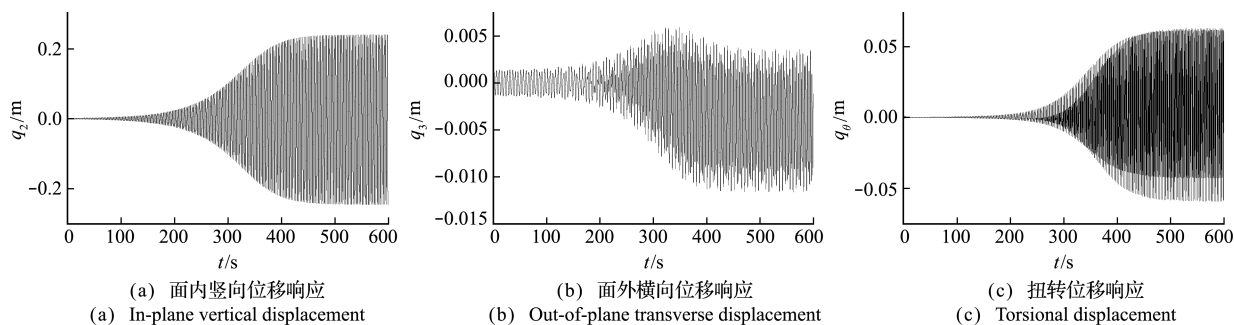


图5 间接离散法下的位移响应

Fig. 5 Displacement under indirect discrete method

$$C_y = -0.96060\alpha - 1.40716\alpha^2 + 97.62315\alpha^3 \quad (16a)$$

$$C_z = 2.39795\alpha - 7.00826\alpha^2 - 119.95612\alpha^3 \quad (16b)$$

$$C_M = 2.6744\alpha + 22.30868\alpha^2 - 132.0081\alpha^3 \quad (16c)$$

覆冰物理参数列入表1。将表1的物理参数代入覆冰导线的三自由度舞动方程,结合气动力系数与Runge-Kutta法可得到直接离散法与间接离散法下覆冰导线的位移响应曲线,如图4和图5所示。

可以看出,两种离散方法所得的位移响应曲线有一定程度的区别,其中扭转方向的位移响应曲线

区别最为明显。覆冰导线主要的位移响应表现为面内的竖向位移,即面外的位移很小,这与已有文献的研究结果一致。

为了更清楚地比较两种离散方法下位移响应曲线的区别,选取覆冰导线处于稳态状态时的数据得到局部位移响应曲线,如图6所示。

可以看出,在面内、面外以及扭转这三个方向

上,间接离散法所得的位移响应皆比直接离散法所得的位移响应大,扭转方向的差异尤为明显;两种离散方法下所得的频率、相位以及振幅都有一定的差别。因此针对具体的覆冰导线进行舞动特征分析时,选择哪一种离散方法较切合实际情况值得考究,离散方法的不同可能导致理论结果与实际工况存在一定的误差,这是一个值得注意的现象。

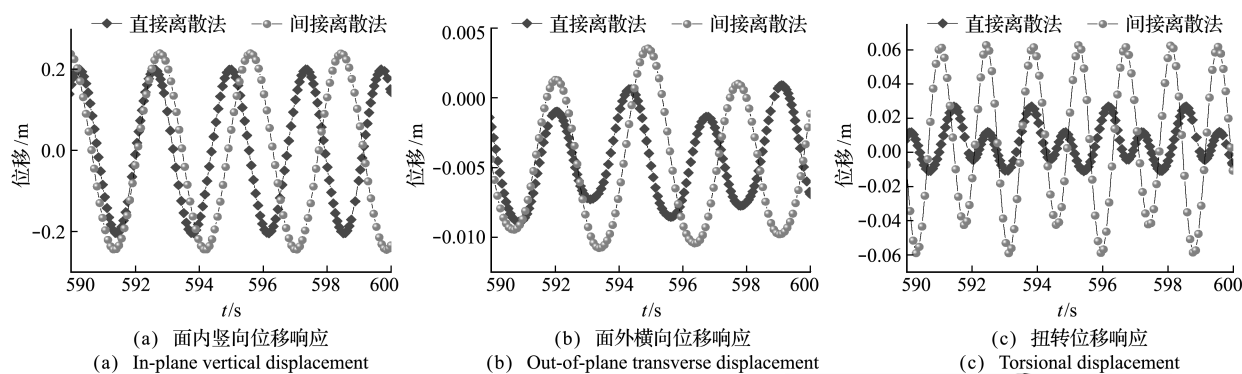


图6 局部位移响应
Fig. 6 Local displacement

4 结 论

(1) 直接离散法与间接离散法所得的舞动方程的系数表达式存在一定的差异,系数存在差异会导致位移响应存在区别。

(2) 直接离散法与间接离散法对覆冰导线的频率、相位以及幅值都有一定程度的影响,且在扭转方向上,选择不同的离散方法所得的幅值差别较大。

(3) 针对具体的覆冰导线进行舞动特征分析时,离散方法的不同可能会导致理论结果与实际工况存在差异,这是一个值得注意的现象。

参考文献(References):

- [1] Irvine H M. *Cable Structures*[M]. London: The MIT Press, 1981.
- [2] Perkins N C. Modal interactions in the non-linear response of elastic cables under parametric/external excitation[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 1992, **27**(2): 233-250.
- [3] Rega G. *Theoretical and Experimental Nonlinear Vibrations of Sagged Elastic Cables*[M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012.
- [4] Lilien J L, Havard D G. Galloping database on single and bundle conductors prediction of maximum amplitudes[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2000, **15**(2): 670-674.
- [5] 晏致涛, 黄静文, 李正良. 基于结点6自由度的分裂导

线有限元模型[J]. *工程力学*, 2012, **29**(8): 325-332. (YAN Zhi-tao, HUANG Jing-wen, LI Zheng-liang. Finite element model of bundle lines based on 6-DOF node[J]. *Engineering Mechanics*, 2012, **29**(8): 325-332. (in Chinese))

- [6] 肖一, 卓卫东, 范立础. 考虑弯曲刚度的悬索面内自由振动解析解[J]. *地震工程与工程振动*, 2013, **33**(4): 75-80. (XIAO Yi, ZHUO Wei-dong, FAN Li-chu. Analytical solution of in-plane free vibration of suspension cables considering bending stiffness[J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2013, **33**(4): 75-80. (in Chinese))
- [7] 赵跃宇, 周海兵, 金波, 等. 考虑弯曲刚度的斜拉索内共振分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2007, **34**(5): 1-5. (ZHAO Yue-yu, ZHOU Hai-bing, JIN Bo, et al. Internal response of inclined cable considering bending rigidity[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2007, **34**(5): 1-5. (in Chinese))
- [8] 吕建根, 康厚军, 赵跃宇. 梁主共振情形下索梁结构1:1内共振分析[J]. *计算力学学报*, 2016, **33**(1): 45-50. (LÜ Jian-gen, KANG Hou-jun, ZHAO Yue-yu. One-to-one internal resonance of cable-stayed beam in the case of beam primary resonance[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2016, **33**(1): 45-50. (in Chinese))
- [9] 赵跃宇, 周海兵, 金波, 等. 弯曲刚度对斜拉索非线性固有频率的影响[J]. *工程力学*, 2008, **25**(1): 196-202. (ZHAO Yue-yu, ZHOU Hai-bing, JIN Bo, et al.

- Influence of bending rigidity on nonlinear natural frequency of inclined cable[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, **25**(1):196-202. (in Chinese))
- [10] 赵珧冰,孙测世. 温度变化对端部激励斜拉索共振响应影响[J]. 计算力学学报, 2017, **34**(5):644-649. (ZHAO Yao-bing, SUN Ce-shi. Temperature effects on the resonance responses of stay cables under support excitation [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(5):644-649. (in Chinese))
- [11] 楼文娟,杨 伦,潘小涛. 覆冰导线舞动的非线性动力学及参数分析[J]. 土木工程学报, 2014, **47**(5):26-33,101. (LOU Wen-juan, YANG Lun, PAN Xiao-tao. Nonlinear dynamics and parametric analysis for galloping response of iced conductor[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2014, **47**(5):26-33,101. (in Chinese))
- [12] 彭 剑,李禄欣,向明姣,等. 索-梁组合结构主共振响应的时滞反馈控制[J]. 计算力学学报, 2017, **34**(5):638-643. (PENG Jian, LI Lu-xin, XIANG Ming-jiao, et al. Primary resonance of cable-stayed beam with time-delayed feedback control[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, **34**(5):638-643. (in Chinese))
- [13] 赵珧冰,孙测世,王志攀,等. 悬索主共振响应的多尺度解与同伦分析解[J]. 计算力学学报, 2014, **31**(5):571-577. (ZHAO Yao-bing, SUN Ce-shi, Wang Zhi-qian, et al. The solutions of primary resonance responses of suspended cables via the multiple scales method and homotopy analysis method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2014, **31**(5):571-577. (in Chinese))
- [14] Luongo A, Piccardo G. Non-linear galloping of sagged cables in 1:2 internal resonance [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, **214**(5):915-940.
- [15] Luongo A, Zulli D, Piccardo G. Analytical and numerical approaches to nonlinear galloping of internally resonant suspended cables[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, **315**(3):375-393.
- [16] Hartog J P D. Transmission line vibration due to sleet [J]. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 1932, **51**(4):1074-1076.
- [17] Nigol O, Buchan P. Conductor Galloping. Part II: Torsional Mechanism[J]. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1981, PAS-100 (2):708-720.

Influence of two discrete methods on galloping characteristics of iced quad bundle conductor

MIN Guang-yun¹, LIU Xiao-hui^{*1,2}, SUN Ce-shi², CAI Meng-qi³

(1. School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

2. State Key Laboratory of Bridge and Tunnel Engineering in Mountain Areas,

Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

3. School of Architecture and Civil Engineering, Chengdu University, Chengdu 610106, China)

Abstract: Based on the Hamilton's principle, the coupled three-degree-of-freedom dynamic equations for an iced conductor are derived, and then two discrete methods are used to discretize the dynamic tension. One is to use Galerkin method directly, and the other is to treat the dynamic tension equivalently among the span length, and then use Galerkin method. Based on a wind tunnel test, the aerodynamics coefficients of the iced quad conductor is obtained, and the aerodynamics of each sub-conductor is equivalent. Then, the aerodynamic coefficients are fitted by Taylor's series, and the angle of attack which is 55° is used to analyze of galloping characteristics of the iced quad conductor. Based on Runge-Kutta method, the displacement response of the two discrete methods are obtained. By comparing the differences of the displacement responses obtained by the two discrete methods, it is found that the two discrete methods have a certain influence on the phase, frequency and amplitude of the system. The research in this paper can be helpful to the improvement of theoretical modeling and can give some guidance to practical engineering.

Key words: iced quad conductor; galloping characteristics; discrete method; aerodynamic coefficient

引用本文/Cite this paper:

闵光云, 刘小会, 孙测世, 等. 两种离散方法对覆冰四分导线舞动特征的影响[J]. 计算力学学报, 2021, **38**(1):15-20.

MIN Guang-yun, LIU Xiao-hui, SUN Ce-shi, et al. Influence of two discrete methods on galloping characteristics of iced quad bundle conductor[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(1):15-20.