

DOI: 10.7511/jslx20200306002

模拟滚弯非稳态过程的虚拟载荷法

郑子君*, 王洪

(重庆理工大学 机械工程学院, 重庆 400040)

摘要:采用传统的拉格朗日有限元模型模拟三辊滚弯的非稳态过程时,受到网格数量和接触算法的影响,计算效率难以提高。受计算流体力学的启发,将滚弯机跨内空间视作一维流场,工件挠曲线视作流场中的变量,采用欧拉观点建模,可以大大减小网格数量,同时降低接触处理的难度。将欧拉观点控制方程中的迁移项归结成一个附加的虚拟载荷,将其定义为型材空间构型不变而材料流动导致的内力不平衡量。通过引入该载荷,在经典平面梁单元的基础上稍加修改,得到适于小曲率滚弯模拟的欧拉单元平衡方程。算例表明,在相同网格尺寸下,虚拟载荷法和传统的有限元模拟结果均与理论解吻合良好;但前者的计算效率更高,结果更加光滑可靠。

关键词:滚弯;欧拉网格;虚拟载荷;弹塑性分析;有限元法

中图分类号: O242.21; TP333.2

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2021)01-0008-07

1 引言

滚弯是一种常见的型材和板料弯曲加工工艺。其涉及的机械结构简单,便于连续生产,使用一套辊轮就可以加工多种曲率的产品,因此有着独特的优势。以平面对称式三辊滚弯为例,其基本工艺流程为^[1,2],将工件一段置于滚弯机中(图1(a)),在静态弯曲阶段,调整辊轮至设计位置,夹紧工件(图1(b)),然后在动态弯曲阶段,通过送料辊转动,带动工件在水平方向连续地通过滚弯机并发生塑性弯曲(图1(c))。经过一段时间后,滚弯机内各空间点处的工件构型将达到一个稳定状态,辊轮反力与输出曲率均趋于定值。

对于滚弯的稳定状态的研究,已有较多的理论模型,如三点弯模型^[3,4]、相切圆模型^[5,6]、曲梁模型^[7]及曲率积分法^[8,9]等。此外,有限元模拟也是重要的研究手段,如Feng等^[10]模拟了非对称式三辊滚弯,并进行了实验验证;Ktari等^[11]通过显式动力学模拟得到了稳态输出曲率和辊轮位置的关系;Fu等^[4]采用平面应变单元来模拟稳态滚弯,在小变形情形下结果与三点弯模型的理论解吻合良好;Shin等^[12]比较了平面单元和梁单元的模拟结果,指出平面单元表现更好;Kim等^[5]采用板壳单

元模拟了薄板滚弯,提出采用这种单元时可按15%对输出曲率进行修正。

对滚弯非稳态过程的研究,有助于控制直边效

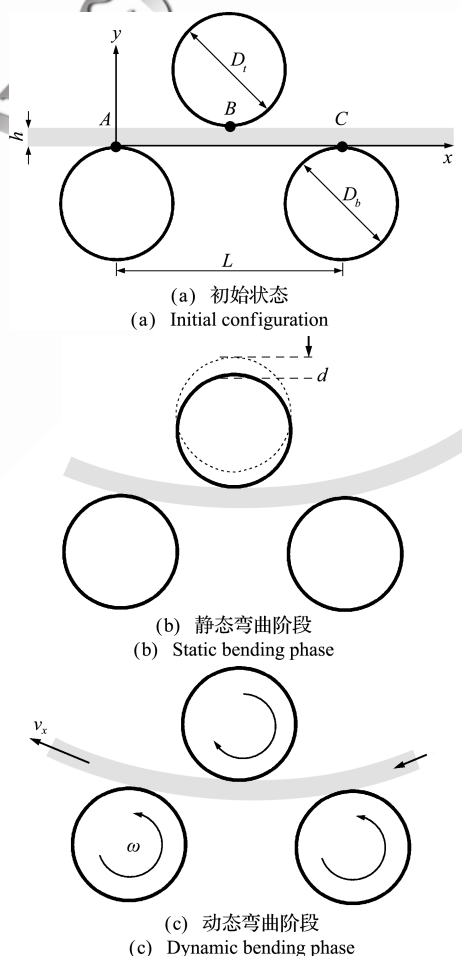


图1 对称式三辊滚弯工艺
Fig. 1 Symmetric three roll bending

收稿日期:2020-03-06;修改稿收到日期:2020-07-09.

基金项目:国家自然科学基金青年项目(11702046);重庆市教委科学研究项目(KJ1600910)资助项目.

作者简介:郑子君*(1985-),男,博士,副教授
(E-mail:zhengzj@cqut.edu.cn).

应和提高产品质量,主要通过有限元模拟进行,如Kagzi等^[2]对圆锥滚弯过程中各辊轮受力的波动情况进行了仿真;Tran等^[13]比较了有限元模拟和实际测量的板料表面应变演化规律;Groth等^[14,15]模拟了辊轮位置发生调整后,输出曲率和工艺力出现波动并最终达到稳态的过程。

上述研究在模拟滚弯时往往采用相似的有限元建模方案,即工件采用柔性体建模,辊轮采用刚体建模;工件和辊轮间定义接触;通过指定辊轮的运动,带动工件产生位移和塑性变形。然而实践中发现,这种方案的效率不高,通常明显慢于同等尺度的有模弯曲的模拟。原因主要有两点,(1)滚弯过程中工件不断平移通过变形区(图1(a)AC间),必须在变形区外预留足够长的工件,导致网格数量过多;(2)由于辊轮与工件间接触面积小,且有切向相对滑动,很容易发生穿透和接触状态突变,因此处理接触时需采用小时间步长、大接触刚度和大检索半径,降低了接触算法的效率^[16,17]。

受计算流体力学的启发,本文基于欧拉观点描述三辊滚弯机变形区内的型材工件状态变化。把滚弯机内的变形区视作一维流场,该空间内的工件挠度和转角视为流场变量。其优点在于,工件未进入滚弯机的部分不需要建立网格,只需提供其在出入口处的状态;网格的拓扑形态和结点坐标均是固定的,使得结点和辊轮间的接触搜索得到简化。

然而,采用欧拉观点时,单元方程形式往往和通常的拉格朗日列式有明显的区别,增加了开发和使用的成本。因此本文针对小曲率滚弯工艺中工件移动的特点,提出一个虚拟载荷的概念,使得基于欧拉观点的滚弯控制方程可以直接套用较为成熟的拉格朗日梁单元列式。

2 虚拟载荷法

为简单起见,沿用文献^[3,4]对工件平面滚弯模型作的假设,在变形区内的工件始终处于小挠度状态;辊间距 L 显著大于工件横截面的尺寸 h ;重力、剪力和惯性力对工件的变形影响可以忽略。此时工件适用欧拉-伯努利直梁模型。

建立如图1所示坐标系。记 t 时刻某空间坐标 x 处的曲率为 $\kappa^t(x)$,材料和截面参数集合为向量 $\mathbf{C}^t(x)$,塑性内变量集合为向量 $\mathbf{P}^t(x)$ 。根据欧拉梁的本构关系,弯矩由变形程度、截面参数以及塑性内变量确定。由内外力增量的平衡得

$$\Delta M_{ex}(x) = M[\kappa^{t+\Delta t}(x), \mathbf{C}^{t+\Delta t}(x), \mathbf{P}^{t+\Delta t}(x)] - M[\kappa^t(x), \mathbf{C}^t(x), \mathbf{P}^t(x)] \quad (1)$$

设经过微小时间步长 Δt ,位于 x 处的材料截面由原本位于 $x+s$ 处的材料截面受辊轮带动平移而来,即有 $\mathbf{C}^{t+\Delta t}(x) = \mathbf{C}^t(x+s)$;又由步长 Δt 很小,可以假设任意材料点的应力路径是简单的,则计算弯矩时,只需要知道该时间步内材料截面的初始塑性内变量值 $\mathbf{P}^t(x+s)$ 。于是式(1)变为

$$\Delta M_{ex}(x) = M[\kappa^{t+\Delta t}(x), \mathbf{C}^t(x+s), \mathbf{P}^t(x+s)] - M[\kappa^t(x), \mathbf{C}^t(x), \mathbf{P}^t(x)] \quad (2)$$

在小变形情形下, s 为与坐标 x 无关的常数,物理意义为该时间步内的滚弯机的进料量。式(2)可进一步整理为

$$\Delta M_{ex}(x) = \{M[\kappa^{t+\Delta t}(x), \mathbf{C}^t(x+s), \mathbf{P}^t(x+s)] - M[\kappa^t(x), \mathbf{C}^t(x+s), \mathbf{P}^t(x+s)]\} + \{M[\kappa^t(x), \mathbf{C}^t(x+s), \mathbf{P}^t(x+s)] - M[\kappa^t(x), \mathbf{C}^t(x), \mathbf{P}^t(x)]\} \quad (3)$$

式(3)第二项的意义是材料水平流动后,为维持 t 时刻构型不变所需要的额外载荷,记为 $-\Delta M_{art}(x)$ 。而式(3)第一项的物理意义是由变形引起的弯矩变化。若定义割线弯曲刚度 k_s 为

$$k_s(x) = \{M[\kappa^{t+\Delta t}(x), \mathbf{C}^{t+\Delta t}(x), \mathbf{P}^{t+\Delta t}(x)] - M[\kappa^t(x), \mathbf{C}^{t+\Delta t}(x), \mathbf{P}^{t+\Delta t}(x)]\} / [\kappa^{t+\Delta t}(x) - \kappa^t(x)] \quad (4)$$

则平衡方程(3)可写为

$$k_s(x) \Delta \kappa(x) = \Delta M_{ex}(x) + \Delta M_{art}(x) \quad (5)$$

可以看出,式(5)虽然基于空间坐标 x 得出,但与基于材料坐标的欧拉梁方程相比,差别仅是右端项除了实际弯矩增量 $\Delta M_{ex}(x)$ 以外,还额外多了一项 $\Delta M_{art}(x)$ 。它是空间构型不变时,由于材料流动而导致的内力不平衡量。由于该项在 $t+\Delta t$ 时刻是已知的,故可以作为载荷项来处理。引入额外载荷项来考虑材料流动影响的方法可称为虚拟载荷法。从定义容易看出,如果梁的截面参数 \mathbf{C} 和塑性内变量 \mathbf{P} 在各处是均匀的,则虚拟载荷项自动消失。

3 有限元实施方案

考虑用有限元方法求解控制方程(5)。

(1) 网格方案。将两个底辊间的变形区空间(图1中AC间)等分成若干单元。由于有限元程序通常只在高斯积分点处存储截面数据,为了提高精度,取工件每步进料长度 s 恰等于单元的尺寸 l 。则 $t+\Delta t$ 时刻各单元积分点的参数即为其上游单元积分点在 t 时刻的参数;而入口处单元的参数为从进口新流入工件的初始参数。

(2) 截面参数集合与本构关系。简单起见,材料采用双线性随动强化弹塑性模型。把横截面在厚度上分为若干层,则高斯积分点处的截面参数集合 \mathbf{C} 包括初始曲率 κ_0 , 杨氏模量 E , 屈服强度 σ_s , 硬化模量 E_t , 各层形心到中性轴的距离 y_m (m 为层号) 和惯性矩 I_m ; 塑性内变量集合 \mathbf{P} 则包含各层形心处的轴向塑性应变 ε_{pm} 。则弯矩与曲率和截面参数的关系为

$$M(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{C}, \mathbf{P}) = \sum_m \sigma[(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}_0) y_m, \varepsilon_{pm}] I_m / y_m \quad (6)$$

式(6)在线弹性时退化为弹性欧拉梁方程 $M = EI\boldsymbol{\kappa}$ 。

(3) 单元平衡方程。原则上而言,虚拟载荷法的单元列式可基于现有的任意梁单元方程推导^[18-20]。简单起见,本文单元位移场采用两结点三次 Hermite 插值,即取挠度 w 和转角 θ 为结点变量,形函数 $\mathbf{N} = \{1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l, 3\xi^2 - 2\xi^3, (\xi^3 - \xi^2)l\}$, 则单元列式推导与经典梁单元^[20]完全相同。因此本文不加推导地给出单元平衡方程的增量格式:

$$\mathbf{K}_e \Delta \mathbf{u}_e = \Delta \mathbf{RHS}_e^{ex} + \Delta \mathbf{RHS}_e^{art} \quad (7)$$

式中 $\Delta \mathbf{u}_e$ 为单元结点位移向量, $\Delta \mathbf{RHS}_e^{ex}$, $\Delta \mathbf{RHS}_e^{art}$ 分别为与外载和虚拟载荷对应的单元右端项。采用数值积分时,单元刚度矩阵 \mathbf{K}_e 为

$$\mathbf{K}_e = \sum_g W_g \left(\frac{d^2 \mathbf{N}^T}{d\xi^2} \frac{d^2 \mathbf{N}}{d\xi^2} \right) \Big|_{\xi_g} \frac{k_s(\xi_g)}{l^3} \quad (8)$$

式中 ξ_g 和 W_g 为积分域为 $(0, 1)$ 的第 g 个高斯积分点和对应的权重。与结点外力载荷对应的右端项为

$$\Delta \mathbf{RHS}_e^{ex} = \sum_g W_g l (\mathbf{N}^T \Delta q) \Big|_{\xi_g} + \sum_r \mathbf{N}^T(\xi_r) \Delta f_r - \sum_t \left[d \mathbf{N}^T(\xi_t) / d\xi \right] (\Delta m_t / l) \quad (9)$$

式中 Δq , Δf 和 Δm 分别为单元受分布力、集中力和集中力偶的增量。而与虚拟载荷对应的右端项为

$$\Delta \mathbf{RHS}_e^{art} = \sum_g \left[W_g d^2 \mathbf{N} / (l d\xi^2) \right] \Big|_{\xi_g} \times \left\{ M[\boldsymbol{\kappa}^t(\xi_g), \mathbf{C}^t(\xi_g), \mathbf{P}^t(\xi_g)] - M[\boldsymbol{\kappa}^t(\xi_g), \bar{\mathbf{C}}^t(\xi_g), \bar{\mathbf{P}}^t(\xi_g)] \right\} \quad (10)$$

式中 $\bar{\mathbf{C}}^t(\xi_g)$ 和 $\bar{\mathbf{P}}^t(\xi_g)$ 是上游单元在 t 时刻的截面参数和塑性内变量集合。

(4) 方程的组装和约束。组装与约束过程和传统有限元方法完全相同。由于欧拉网格中结点不会随构型改变而移动,故接触处理可以简化。更进一步,如果忽略辊轮尺寸,即将模型简化为三点弯^[3,4],则模具对工件的作用简化为结点强制位移条件,可以通过矩阵代数变形直接施加^[20]。

(5) 非线性方程的求解。当工件发生弹塑性变形时,式(8)的割线弯曲刚度不是常数。本文采用割线迭代法,对割线刚度进行迭代更新求解,直至位移增量收敛。迭代结束后,更新各高斯积分点处的塑性内变量 $\mathbf{P}^{t+\Delta t}(\xi_g)$, 并进入下一时间步的求解。

在实际计算中,若遇到割线法迭代收敛困难,可以将每次平移产生的虚拟载荷分多个子步施加,并动态调整子步步长。

(6) 程序流程图。用虚拟载荷法模拟滚弯过程的流程如图2所示。

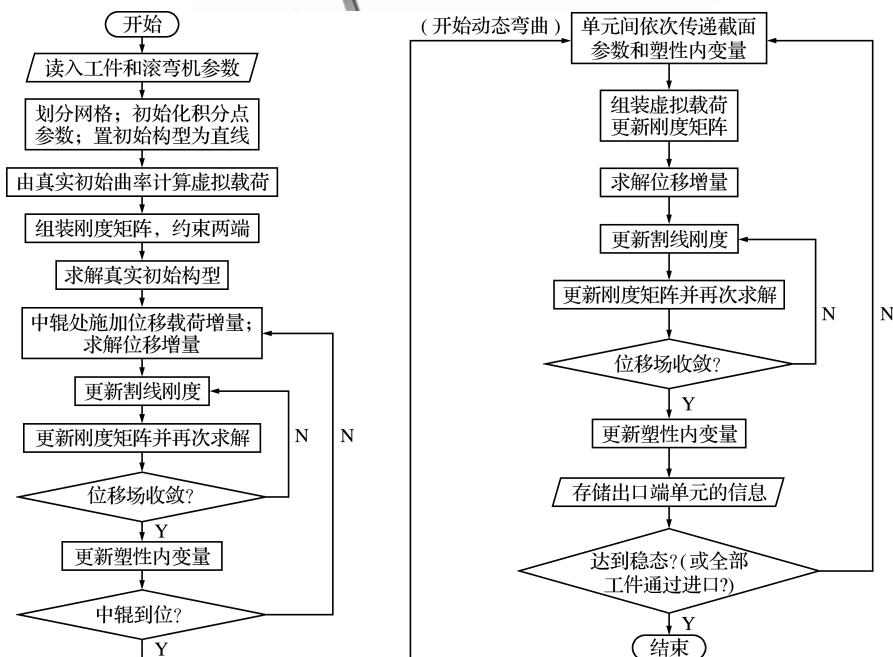


图2 采用虚拟载荷法模拟滚弯流程

Fig. 2 Flow chart of the roll bending simulation by artificial load approach

4 算例

取对称式三辊滚弯机的辊距 $L=400$ mm, 辊径 $D_1=D_2=D_3=50$ mm。中辊下压量固定为 $d=3.8$ mm。工件的横截面为 $h=10$ mm 的矩形, 初始时工件平直。材料采用理想弹塑性模型, 杨氏模量 $E=200$ GPa, 屈服强度 $\sigma_s=200$ MPa。总滚弯长度为 600 mm。

采用 Mathematica 11.0 编写虚拟载荷法程序; 底辊 AC 间的空间划分为 200 个单元; 单元内用两点高斯积分, 每个积分点在厚度方向上等分为 20 层; 动态弯曲阶段每步进料长度 $s=2$ mm。作为对照, 在 ANSYS 18.0 中分别用平面应力单元和板壳单元建立两个有限元模型, 网格尺寸完全对照虚拟载荷法的模型; 辊轮和工件间粗糙接触, 左底辊轮主动转动带动工件进入滚弯机, 其余辊轮被动转动; 设置动态时间步长上限使工件每次平移不超过 2 mm。此外, 还通过曲率积分法^[10]得出静态弯曲状态和最终稳定状态下的理论解作为参考。

各模拟方案均在 CPU 为 i7-6830HQ, 内存为 16 GB 的计算机上以串行模式进行。ANSYS 平面应力模型耗时约 575 min, 板壳模型耗时约 61 min, 而虚拟载荷法仅耗时 15 min, 明显快于传统方案。

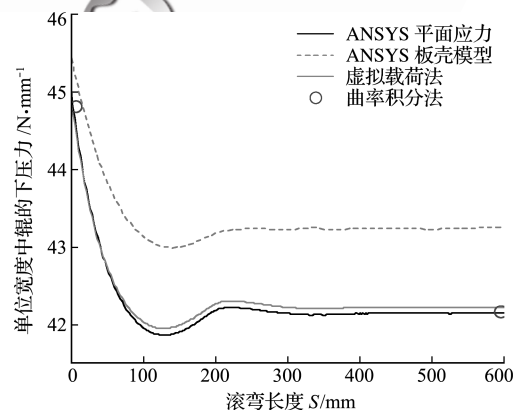
求解得到的中辊的约束反力和出口处的曲率随滚弯长度 S 的变化如图 3 所示。可以看出各模型的结果曲线非常相似。大约在滚过 1.5 倍跨长后, 各解基本达到稳态。对比曲率积分法给出的稳态解可知, 虚拟载荷法与理论解最接近。板壳模型与其他模型相比, 变形量明显偏小, 下压力偏大, 与文献[11,12]结论相符, 这是因为板壳模型中存在弯曲面外的正应力, 而其他模型均未计面外应力。平面应力模型的塑性变形偏大, 因为该模型能考虑中辊下方的应力集中, 材料更容易发生塑性屈服。

图 4 给出了达到稳态后各模型在跨内的塑性应变分布。可以看出, 平面应力模型受应力集中的影响, 塑性应变关于中性层不对称, 受压侧偏大。由于在计算中该模型的接触误差难以保持恒定, 所得的结果始终有微小波动, 故应变分布和输出曲线

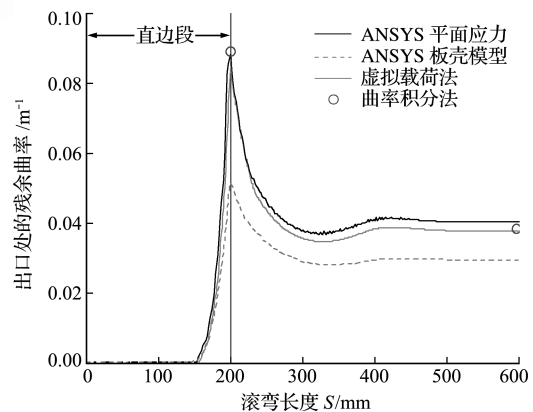
不光滑(图 3 和图 4(b))。此外该模型还偶尔会出现接触穿透, 如图 4 的箭头处, 塑性应变突然下降。板壳模型的塑性应变分布虽然最为光滑, 但数值明显低于其他模型。而虚拟载荷法从原理上杜绝了偶然穿透现象, 能给出光滑的结果曲线, 并且数值上与曲率积分法给出的理论解最为接近。

达到稳定状态后变形区出口处的横截面上的轴向残余应力分布如图 5 所示。可以看到虚拟载荷法与理论解基本吻合; 平面应力模型在工件顶部的残余应力明显大于理论解, 在工件底部则略偏小; 而板壳模型给出的残余应力则整体偏小。

在上述算例的基础上逐渐增加中辊下压量, 得到稳态下的辊轮反力和曲率随下压量变化的关系如图 6 所示。随着变形区内的工件构型逐渐偏离小挠度情形, 各有限元模型的误差增加, 预测的输出曲率逐渐小于曲率积分得到的理论值。相比之下, 平面应力模型得到的输出曲率误差最小, 而虚拟载荷法得到的下压力与理论值吻合最好。



(a) 中辊工艺力
(a) Top roller force



(b) 输出曲率
(b) Output curvature

图 3 中辊工艺力与输出曲率随滚弯长度的变化
Fig. 3 Top roller force and output curvature versus the roll bending length

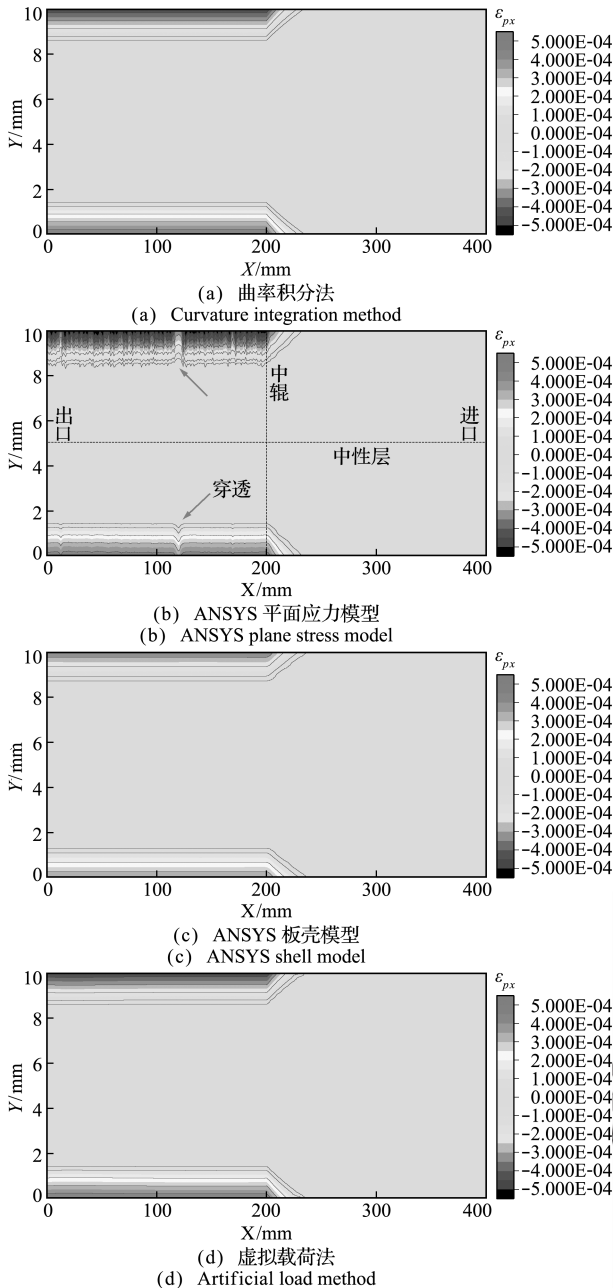


图4 稳定状态下变形区内轴向塑性应变的分布
Fig. 4 Steady-state axial plastic strain distribution in the deformation zone

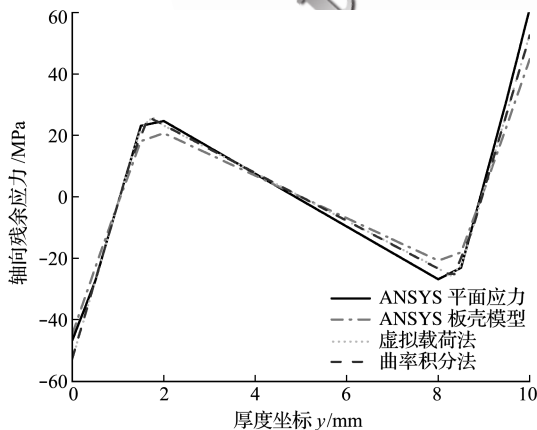


图5 稳定状态下残余应力在厚度方向上的分布
Fig. 5 Steady-state residual stress distributions along thickness direction

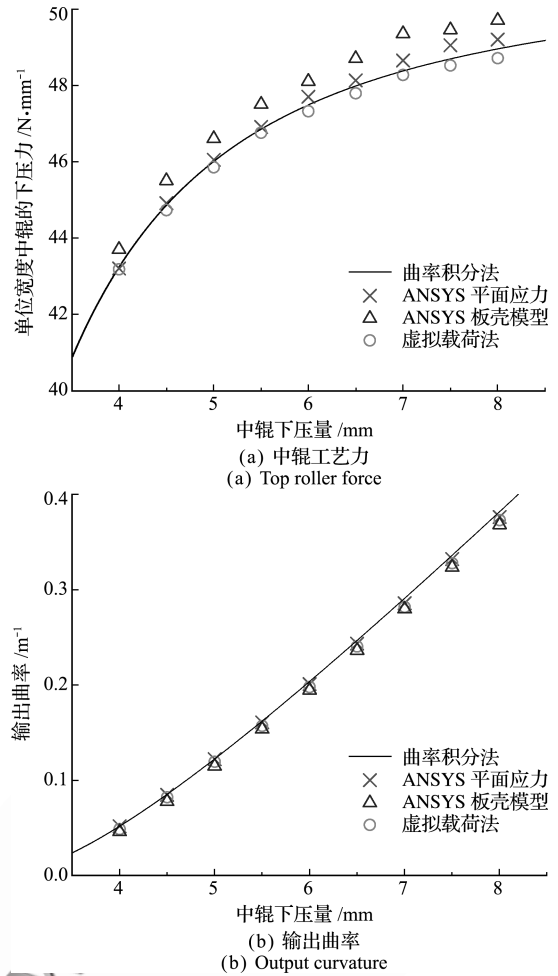


图6 稳定状态下中辊工艺力和输出曲率与下压量的关系
Fig. 6 Steady-state top roller force and output curvature versus downfeed

5 结论

针对三辊式滚弯的数值模拟,本文基于弹塑性欧拉梁模型提出了一种虚拟载荷法。相比通常的有限元模拟方案,其具有如下特点。

- (1) 方法基于欧拉观点,便于处理定义在空间坐标上的力和位移载荷。
- (2) 只对变形区内的空间划分网格,减少了网格数量,计算效率高。
- (3) 不需要建立模具网格,能避免接触面近似和偶然穿透导致的误差。

本文方法的主要限制是只适于小曲率情形。对大曲率滚弯,适用的梁板理论、材料流动追踪和接触处理都将变得更加复杂,仍需进一步的研究。

参考文献 (References):

[1] Yang M, Shima S. Simulation of pyramid type three-roll bending process [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1988, **30**(12): 877-886.

[2] Kagzi S A, Raval H K. An analysis of forces during

- three roller bending process[J]. *International Journal of Materials and Product Technology*, 2015, **51**(3):248-263.
- [3] Bassett M B, Johnson W. The bending of plate using a three-roll pyramid type plate bending machine[J]. *Journal of Strain Analysis*, 1966, **1**(5):398-414.
- [4] Fu Z M, Tian X L, Chen W, et al. Analytical modeling and numerical simulation for three-roll bending forming of sheet metal[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2013, **69**(5-8):1639-1647.
- [5] Kim K W, Kim M K, Cho W Y. An analytical model of roll bending steel pipe formed by three rollers[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, **104**(9-12):4039-4048.
- [6] 黄世军,陈凌霄,田洪才,等.型材滚弯回弹影响因素研究[J].塑性工程学报,2017, **24**(4):117-123. (HUANG Shi-jun, CHEN Ling-xiao, TIAN Hong-cai, et al. Study on the influential factors of profile roll bending springback[J]. *Journal of Plasticity Engineering*, 2017, **24**(4):117-123. (in Chinese))
- [7] Wang A H, Xue H Q, Saud S, et al. Improvement of springback prediction accuracy for Z-section profiles in four-roll bending process considering neutral layer shift[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2019, **48**:218-227.
- [8] 刘志芳.基于曲率积分法的板材矫直理论研究[D].重庆大学,2014. (LIU Zhi-fang. Study of Leveling Theory Based on Curvature Integration Method for Plates[D]. Chongqing University, 2014. (in Chinese))
- [9] 张子骞,颜云辉,杨会林,等.平面应力下薄壁管材连续矫直压弯力学模型与数值解法[J].计算力学学报,2015, **32**(2):212-219. (ZHANG Zi-qian, YAN Yun-hui, YANG Hui-lin, et al. Numerical solution and mechanical modeling of the intermesh for continuous straightening a thin-walled tube in plane stress[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, **32**(2):212-219. (in Chinese))
- [10] Feng Z K, Champlaud H. Modeling and simulation of asymmetrical three-roll bending process[J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2011, **19**(9):1913-1917.
- [11] Ktari A, Antar Z, Haddar N, et al. Modeling and computation of the three-roller bending process of steel sheets[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, **26**(1):123-128.
- [12] Shin J G, Lee J H, Kim Y I, et al. Mechanics-based determination of the center roller displacement in three-roll bending for smoothly curved rectangular plates[J]. *KSME International Journal*, 2001, **15**(12):1655-1663.
- [13] Tran Q H, Champlaud H, Feng Z K, et al. Analysis of the asymmetrical roll bending process through dynamic FE simulations and experimental study[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, **75**(5-8):1233-1244.
- [14] Groth S, Engel B, Langhammer K. Algorithm for the quantitative description of freeform bend tubes produced by the three-roll-push-bending process[J]. *Production Engineering*, 2018, **12**(3-4):517-524.
- [15] Groth S, Engel B, Frohn Sörensen P. Approach to a manufacture-oriented modeling of bent tubes depending on the curvature distribution during three-roll-push-bending[A]. Proceedings of the 21st International Esaform Conference on Material Forming: Esaform[C]. 2018.
- [16] 陈成军,柳明,陈小伟,肖桂仲.一种基于面-面局部搜索的接触算法[J].计算力学学报,2018, **35**(1):105-110. (CHEN Cheng-jun, LIU Ming, CHEN Xiao-wei. A contact-impact algorithm based on the segment-to-segment local searching method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(1):105-110. (in Chinese))
- [17] 陈成军,陈小伟,柳明.接触-碰撞算法研究进展[J].计算力学学报,2018, **35**(3):261-274. (CHEN Cheng-jun, CHEN Xiao-wei, LIU Ming. Review of research progress in contact-impact algorithms[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(3):261-274. (in Chinese))
- [18] 张元海.一个改进的平面梁单元[J].计算力学学报,2002, **19**(1):109-111. (ZHANG Yuan-hai. An improved plane beam finite element[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2002, **19**(1):109-111. (in Chinese))
- [19] 传光红,陈以一,童根树.变截面 Timoshenko 梁的单元刚度矩阵[J].计算力学学报,2014, **31**(2):265-272. (CHUAN Guang-hong, CHEN Yi-yi, TONG Gen-shu. Element stiffness matrix for Timoshenko beam with variable cross-section[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2014, **31**(2):265-272. (in Chinese))
- [20] 王勖成.有限单元法[M].北京:清华大学出版社. (WANG Xu-cheng. *Finite Element Method*[M]. Beijing: Tsinghua University Press. (in Chinese))

An artificial load method to simulate non-steady state of roll bending

ZHENG Zi-jun* , WANG Hong

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400040, China)

Abstract: The conventional simulation of the non-steady-state of the structural steel roll bending suffers from the mesh scale and the contact algorithm employed, and thus is not very efficient. Inspired by computational fluid dynamics, the space between the bottom rollers is taken as a one-dimensional flow field, while the deflection of the work-piece as the field variable. Thus an Eulerian mesh with a much smaller grid number is employed, which significantly simplifies the contact treatment as well. The convective term in the Eulerian governing equation is considered as an artificial load, whose definition is the internal force unbalance when the material flows in the tangential direction but the configuration remains unchanged. By introducing the concept of an artificial load, the finite element formula is established by slightly modifying the classic Hermite planar beam element equation. The numerical example shows that by using the same element size, the proposed method and the conventional plane stress simulation scheme both delivers results close to the analytic solution. However, the proposed method is more efficient, and its result is smoother and more credible than the conventional simulation schemes.

Key words: roll bending; Eulerian grid; artificial load; elastoplastic analysis; finite element method

<http://www.cjcm.net>

引用本文/Cite this paper:

郑子君,王 洪. 模拟滚弯非稳态过程的虚拟载荷法[J]. 计算力学学报, 2021, 38(1):8-14.

ZHENG Zi-jun, WANG Hong. An artificial load method to simulate non-steady state of roll bending [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, 38(1):8-14.