DOI:10.7511/jslx20191126001

# 基于位移响应协方差参数的数值仿真和 实测损伤识别研究

## 李雪艳\*, 汪羽凡

(暨南大学 力学与建筑工程学院 重大工程灾害与控制教育部重点实验室,广州 510632)

摘 要:本文使用结构位移响应协方差参数进行结构损伤识别,首先推导和建立位移响应协方差参数的解析公式,它是结构频率、振型和阻尼等模态参数的函数,结构物理参数的改变会导致该协方差参数的改变;对一个七层 框架结构进行数值模拟分析来演示该方法的有效性,通过比较结构不同状态下各单元位移响应协方差参数 CoD 的分布曲线,研究各单元 CoD 与损伤程度的关系曲线,发现损伤位置处的 CoD 改变最大,其次是对称种附近单 元,通过单损伤和多损伤工况研究分析,表明基于结构损伤前后 CoD 的改变,能成功判定损伤发生和识别出损伤 位置,最后把该方法应用于一个实验室简支钢梁的损伤识别,通过对锤击振动下的加速度响应进行二次积分得到 位移响应,并比较钢梁损伤前后的 CoD,得到损伤概率向量,成功识别出损伤位置。该方法具有较好的噪声鲁棒 性,无需结构分析模型,计算简便,具有较好的工程应用性。

关键词:结构损伤识别;位移响应;协方差;脉冲响应函数;结构健康监测 中图分类号:TU375.4;O346.5 文献标志码:A 文章编号:1007-4708(2020)05-0629-08

# 1 引 言

损伤识别是结构健康监测系统的核心技术,是 对结构进行维护和加固的前提<sup>[1,2]</sup>。随着结构安 全问题愈来愈受到重视,多种损伤识别方法也随之 提出。基于振动参数的结构损伤识别[3-5],是近年 来土木工程的热点研究课题,振动参数包括频率、 振型、频响函数、模态应变能、应变响应和加速度响 应等[6-8]。李雪艳等[9,10]提出了基于振动响应协方 差参数的损伤识别方法<sup>[9,10]</sup>,如利用加速度响应协 方差参数 CoC 识别损伤<sup>[11-15]</sup>,由于加速度响应为 结构全局振动参数,当不使用结构分析模型,只基 于结构损伤前后的 CoC 参数改变来判定损伤发生 和识别损伤位置时,对于单损伤的识别效果良 好[13],但是对多损伤的识别效果较差,容易出现伪 损伤和真实损伤漏判,多损伤的情况下,CoC参数 在接近约束位置处的变化较小,因此更容易受其他 位置损伤导致的 CoC 值变化影响。

当结构损伤时,损伤位置附近将产生应力重分 布,从而引起应变的变化,因此对比损伤前后的应变 或者应变响应参数,也可以用来识别结构损伤<sup>[14-17]</sup>。 而应变跟结构的位移紧密相关,所以位移响应也将 具有较好的结构局部特性,当工程结构上未测得应 变响应,而录得位移响应时,可以利用位移响应计 算出等效应变响应来进行结构损伤识别。

因此提出了一种位移响应协方差参数方法,推导并证明了该参数是结构模态参数(频率,振型和阻尼等)的函数,是典型的局部性能指标,可用来表征结构状态。本文将推导建立该协方差参数跟结构模态参数之间的解析关系,并通过一个七层框架结构进行数值模拟,演示该参数对于结构局部刚度改变的敏感性,最后对一个简支钢梁进行实验测试,对录得的加速度响应进行二次积分得到位移响应,计算位移响应协方差参数,并进行损伤识别,结果表明该方法能成功识别出损伤位置,有较好的噪声鲁棒性,不依赖结构分析模型。

# 2 位移响应协方差参数(CoD)

假定结构第 e单元的长度为  $l_e$ ,  $[u_i v_i \theta_i u_j v_j \theta_j]^T$  是平面梁单元 e的两个节点 i 和 j 的位移 向量, 单元的局部坐标跟整体坐标之间的夹角为  $\alpha_e$ , 单元 e上坐标 (x, y) 处的轴向应变可表示为

$$\varepsilon_{e} = \frac{u_{j} - u_{i}}{l} + \left(\frac{6y}{l^{2}} - \frac{12xy}{l^{3}}\right)v_{i} + \left(\frac{4y}{l} - \frac{6xy}{l^{2}}\right)\theta_{i} + \left(-\frac{6y}{l^{2}} + \frac{12xy}{l^{3}}\right)v_{j} + \left(\frac{2y}{l} - \frac{6xy}{l^{2}}\right)\theta_{j}$$
(1)

收稿日期:2019-11-26;修改稿收到日期:2020-01-06.
 基金项目:广东省重点领域研发计划(2019B111106001);广东省自然科学基金(2017A030313272)资助项目.
 作者简介:李雪艳\*(1976-),女,博士,副教授 (E-mail:celixy@jnu.edu.cn).

因为转角位移不容易测得,所以令式(1)中 $\theta_i = \theta_j = 0$ ,如果用单元中点处 $(l_e/2, y)$ 的应变响应来指示该单元的状态,则有

$$d_e(t) = \frac{1}{l_e} \left[ d_{iy}(t) \sin(\alpha_e) + d_{ix}(t) \cos(\alpha_e) - \right]$$

 $d_{jy}(t)\sin(\alpha_{e}) - d_{jx}(t)\cos(\alpha_{e})$  (2) 式中  $d_{ix}(t), d_{iy}(t), d_{jx}(t)$  和  $d_{jy}(t)$  为节点 i 和 j处测得的整体坐标 x 和 y 方向的位移响应,  $d_{e}(t)$ 即为单元 e的等效应变响应。

当结构承受冲击荷载时,即载荷作用时间很短,该等效应变响应的单位脉冲响应函数可以通过式(3)近似得到<sup>[14]</sup>,以避免傅里叶变换而简化计算。

$$\boldsymbol{h}_{e}^{d}(t) \approx \boldsymbol{d}^{e}(t) / \left( \int_{0}^{t_{1}} \mathbf{F}(\tau) \, \mathrm{d}\tau \right)$$
(3)

式中  $t_1$  为载荷作用时间,  $\int_0^{t_1} F(\tau) d\tau$  为作用在结构上的激励冲量。

单元位移响应协方差参数(CoD)定义为

$$\operatorname{CoD}_{e} = (\boldsymbol{h}_{e}^{d})^{\mathrm{T}} \times \boldsymbol{h}_{e}^{d} = (\boldsymbol{d}^{e})^{\mathrm{T}} \times \boldsymbol{d}^{e} / \left( \int_{0}^{t_{1}} \operatorname{F}(\tau) \, \mathrm{d}\tau \right)^{2}$$
(4)

式中 h<sub>e</sub><sup>d</sup>为单元 e 的位移单位脉冲响应函数。线性 结构广义坐标系下的位移单位脉冲响应函数可表 示为

$$h_l^d(t) = \sum_i \Phi_{li} q_i(t) \tag{5}$$

q<sub>i</sub>(t) 在广义坐标下的表达式为

$$q_i(t) = (\Phi_{f,i}/\omega_{di}) e^{-\xi_i \omega_i t} \sin(\omega_{di} t)$$
(6)

式中  $\omega_i$ ,  $\omega_{di}$  和  $\xi_i$  分别为系统的第 i 阶无阻尼频 率、有阻尼频率和阻尼比,所以 CoD,可进一步表示 为

$$CoD_{e} = \int_{0}^{\infty} h_{e}^{d}(t) h_{e}^{d}(t) dt / \Delta t = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,j} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{j}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,j} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{j}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,j} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{j}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,j} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{j}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,i} \int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i} \Phi_{e,i} \Phi_{e,$$

式中 sum(•)表示求和, 令  $s_i = \xi_i \omega_i$ , 进一步计算  $\int_0^{\infty} q_i(t) q_j(t) dt$ , 并忽略高阶小量, 有

$$\int_{0}^{\infty} q_{i}(t) q_{j}(t) dt = \frac{1}{2} \frac{\Phi_{f,i}}{\omega_{di}} \frac{\Phi_{f,j}}{\omega_{dj}} \left[ \frac{s_{i} + s_{j}}{(s_{i} + s_{j})^{2} + (\omega_{di} - \omega_{dj})^{2}} - \frac{s_{i} + s_{j}}{(s_{i} + s_{j})^{2} + (\omega_{di} + \omega_{dj})^{2}} \right] \approx \begin{cases} \left[ 2(\xi_{i} \omega_{i} + \xi_{j} \omega_{j}) \Phi_{(,i} \Phi_{f,j} \right] / \left[ (\omega_{i}^{2} - \omega_{j}^{2})^{2} + 2\xi_{i} \xi_{j} \omega_{i} \omega_{j} (\omega_{i} + \omega_{j})^{2} \right] & (i \neq j) \\ \Phi_{f,i} \Phi_{f,i} / (4\xi_{i} \omega_{i}^{3}) & (i = j) \end{cases}$$
(8)

代入式(7)有

$$\int_{0}^{\infty} h_{e}^{d}(t) h_{e}^{d}(t) dt = \sum_{i} \sum_{j} \Phi_{e,i} \Phi_{e,j} \int_{0}^{\infty} \Phi_{i}(t) q_{j}(t) dt = \Phi_{e,1} \Phi_{e,1} \left[ \Phi_{f,1} \Phi_{f,1} / (4\xi_{1} \omega_{1}^{3}) \right] \qquad \Phi_{e,1} \Phi_{e,2} \frac{2(\xi_{1} \omega_{1} + \xi_{2} \omega_{2}) \Phi_{f,1} \Phi_{f,2}}{(\omega_{1}^{2} - \omega_{2}^{2})^{2} + 2\xi_{1} \xi_{2} \omega_{1} \omega_{2} (\omega_{1} + \omega_{2})^{2}} \qquad \Phi_{e,2} \Phi_{e,2} \left[ \Phi_{f,2} \Phi_{f,2} / (4\xi_{2} \omega_{2}^{3}) \right] \qquad \Phi_{e,2} \Phi_{e,2} \left[ \Phi_{f,2} \Phi_{f,2} / (4\xi_{2} \omega_{2}^{3}) \right] \qquad \dots \qquad \dots$$

所以 CoD 的表达式可写为

$$\operatorname{CoD}_{e} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=1}^{N} \frac{\Phi_{e,i}^{2} \Phi_{f,i}^{2}}{4\xi_{i} \omega_{i}^{3}} + \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \Phi_{e,i} \Phi_{e,j} \times \frac{4 \Phi_{f,i} \Phi_{f,j} (\xi_{i} \omega_{i} + \xi_{j} \omega_{j})}{(\omega_{i}^{2} - \omega_{j}^{2})^{2} + 2\xi_{i} \xi_{j} \omega_{i} \omega_{j} (\omega_{i} + \omega_{j})^{2}}$$
(10)

由式(10)可以看出,CoD 仅与振型、频率和阻 尼比等模态参数有关,结构发生损伤时会引起结构 物理参数变化,进而影响结构模态参数的变化,最 终 CoD 参数也将变化,所以可通过观察结构各单 元或各测点的 CoD 参数变化,来监测结构的健康 状态,实现损伤判定和损伤位置识别等功能。

#### 3 七层钢框架结构数值模拟

对如图1所示的七层钢框架结构进行数值模 拟分析,来研究 CoD 参数的性质和损伤识别效果。 每层竖向柱子分成两个等长的梁单元,每层横向梁 分成四个等长的梁单元,结构有限元模型的单元和 节点编号系统如图 2 所示,总共 56 个平面梁单元 和 51 个节点,每个节点 3 个自由度,总记 153 个自 由度,结构每层柱子高为 0.3 m,总共 2.1 m,柱横 截面为高 50 mm、宽 8.92 mm 的矩形,横向梁长为 0.5 m,截面为高 50 mm、宽 4.85 mm 的的矩形,材 料弹性模量为 E = 206 GPa,结构中柱的质量密度 和梁的质量密度分别为 7850 kg/m<sup>3</sup> 和 7746 kg/ m<sup>3</sup>,为了模拟楼板的质量,每层分别加两对质量 块,每一对质量块的质量为 3.9 kg;框架的底部固 支,横向、竖向和转动方向的约束由大刚度 1.0×  $10^{10}$  kN/m,1.0×10<sup>10</sup> kN/m 和 1.0×10<sup>9</sup> kNm/ rad



图 1 七层框架结构及尺寸 Fig. 1 Frame structure with dimensions

来近似,采用瑞利阻尼,前两阶阻尼比为  $\xi_1 = \xi_2 =$  0.01,其他阶阻尼比由  $\Phi^T C \Phi / (2 \omega)$  计算得到,  $\Phi$  为振型矩阵,C 为阻尼矩阵,  $\omega$  为模态频率向量, 结构在第 40 节点承受水平向的三角激励,该激励的峰值为 320.4 N,持续 0.005 s,采样频率为 2000 Hz,结构前十个频率为 2.495 Hz,7.503 Hz, 12.529 Hz,17.458 Hz,22.049 Hz,25.897 Hz, 28.507 Hz,39.999 Hz,42.066 Hz 和 43.747 Hz, 结构的前几阶振型主要为剪切振型。

#### 3.1 结构刚度改变对 CoD 的影响

假定第12单元刚度以5%的梯度从100%逐 渐减少到50%,总计有11个损伤状态,即刚度减 少0%,5%,10%,...,50%。计算结构每个状态各 节点处的位移响应,并用式(4)计算位移单位脉冲 响应函数 IRF,进而计算得到每个状态各单元的 CoD,11个状态各单元的CoD分布如图3所示,除 了第12单元和第45单元外,11个状态的CoD分 布曲线在其他单元处几乎重合,第12单元为损伤 单元,第45单元为其对称单元,每个单元的CoD 与损伤程度的关系曲线如图4所示,可以看出只有 第12、11、13、21、41、42、44、45和46等单元的



图 2 七层框架结构有限元模型单元和节点编号 Fig. 2 Frame model with element and node numbering systems



度不同,而有 CoD 的显著变化,不同损伤状态时 CoD 分布曲线在其他单元几乎重合,九个变化显 著单元的 CoD 与损伤程度的关系曲线如图 7 所 示,可以看出,第 6 单元的 CoD 有最显著的变化, 其次是第 51 和 52 单元,它们是单元 6 的对称单 元;说明单元刚度减少会使该单元的 CoD 产生最 大的改变,所以利用 CoD 参数可以进行结构损伤 识别。

#### 3.2 损伤识别

利用 CoD 进行损伤识别,结构仍然在第 40 节 点处承受水平方向的三角冲击激励。

损伤工况 1: 第9单元刚度减少 10%。测得 该损伤状态下结构各节点的位移,并在位移响应中 添加 10%的白噪声来模拟测试噪声,然后计算位 移脉冲响应函数 IRF,再得到各单元的 CoD,把该 损伤状态时各单元的 CoD 减去结构未损伤时各单 元的 CoD,得到各单元 CoD 的变化值,并进行归一 化得到如图 8 所示的损伤向量,可以看出第9单元 的 CoD 有最大的改变,因此有最大的损伤概率,而 其对称单元(第 48 单元和第 47 单元)有第二和第 三大的 CoD 变化和损伤概率,因此通过 CoD 损伤 前后的改变,可以成功识别出该损伤位置。

损伤工况 2: 第 3 和第 48 单元均有 10%的刚 度减少。同上得到位移响应,并添加白噪声和计算 IRF,得到各单元的 CoD 值,最后得到各单元 CoD 变化值,并进行归一化得到损伤概率向量,如图 9 所示,可以看出第 3 单元和第 48 单元有最显著的 CoD 变化和最大的损伤概率,而对称单元(第 9、 10、53 和 54 单元)有较大的损伤概率,其他单元



the damage extent

的损伤概率很小。表明该方法也能成功识别出两 个损伤时的损伤位置。

损伤工况 3: 第4单元和第8单元均有 15%的 刚度减少。进行同上的分析,可以得到如图 10 所示 的损伤概率向量,仍然可以看出,损伤单元第4 和第 8单元有最大的损伤概率,对称单元有第二大的损 伤概率,而其他单元的损伤概率非常小,再一次表 明该方法能成功识别出多损伤时的损伤位置。







图 9 第 3 和 48 甲元刚度减少时田 CoD 改变 得到的损伤概率向量





通过上述损伤工况研究发现,虽然可能会对损伤单元的对称单元产生误判,但是 CoD 参数对结构刚度减少敏感,对噪声鲁棒,不依赖结构分析模型,是很好的结构健康状态监测指标。

## 4 实验验证

对图 11 所示的简支钢梁进行实验室测试,来 进一步验证本文提出的损伤识别方法,钢梁长为 1996 mm,截面是宽为 50.75 mm,高为 9.69 mm 的矩 形,杨氏模量为 191.1 GPa,密度为 7790.6 kg/m<sup>3</sup>, 钢梁两端简支,支座间跨度为1920 mm,由于加速 度响应更容易测量,而且数据质量更高,所以本实 验通过测量加速度响应,再通过数值二次积分得到 位移响应来进行损伤识别,七个加速度传感器等间 距安装在梁的上表面,如图 11 所示,采样频率为 2000 Hz,在距梁右端 638 mm 处的上表面,用锤子 进行敲击产生振动,使用商用数据采集系统 INV303 和数据分析系统 DASP2003 测试并记录 加速度响应,进行多次重复测试以后,再在距离梁 右端 158 mm 左边处,梁的前后表面锯掉长 9 mm、 高 9.69 mm、宽 0.9 mm 的缺口,如图 12 所示,来 制造损伤,并测试记录加速度响应。

来自第一个传感器的未损伤和损伤状态下的 2 s内的加速度响应如图 13 所示,对测得的加速响 应进行实验模态分析,得到前 10 个频率和阻尼比 列入表 1,可知两个状态的频率变化很小,但是第 1、2、7 和第 8 阶阻尼比有较大的改变。

把未损伤状态和损伤状态下的各个传感器的 加速度响应对时间进行数值二次积分,得到位移响 应,来自第一个传感器的未损伤和损伤状态下的



图 11 实验室测试的简支钢梁 Fig. 11 Dynamic set-up of a steel beam



图 12 简支钢梁损伤切口 Fig. 12 Cut of the steel beam

位移响应如图 14 所示,可以看出两个状态下的位 移响应,频率几乎重合,但是幅值有一定的改变,再 利用式(2,4)得到各个传感器的 CoD 的改变,并进 行归一化,如图 15 所示的损伤向量,可以看出第 7 个传感器有最大的 CoD 改变和损伤概率,表示损 伤发生在第 7 个传感器附近,与实际损伤位置一 致,表明该方法能成功判定损伤发生和识别损伤 位置。







5 结 论

本文通过理论推导得到位移响应协方差参数 CoD的解析公式,表明它是结构固有参数(频率、 振型和阻尼)的函数,结构物理参数的改变会导致 CoD参数改变,所以可利用 CoD参数来进行结构 损伤识别。

通过对七层框架结构数值模拟分析,发现损伤 单元的刚度减少对该单元的 CoD 改变最大,其次 是对称和附近单元,而且随着损伤程度的增加,损 伤单元的 CoD 变化也增加,通过对单损伤和多损 伤等三种损伤工况的分析,表明该方法能成功判定 损伤发生和准确识别损伤位置,只需比较结构损伤 前后单元的 CoD 改变,无需结构分析模型,而且具 有较好的噪声鲁棒性。

最后对实验室测试的简支钢梁进行分析研究, 人为引入损伤,比较结构损伤前后的频率和阻尼 比,发现其变化较小,难以判定损伤发生,而利用本 文提出方法,对锤击激励下的加速度响应数据进行 数值二次积分,得到位移响应,比较结构损伤前后 各传感器 CoD 数据的改变,得到损伤概率向量,损 伤位置附近传感器的 CoD 有最大的改变,表明该 方法能成功识别出损伤位置。

本文提出方法无需结构分析模型,简单易算, 具有较好的工程应用前景。

# 参考文献(References):

- [1] 谢 峻. 基于振动的桥梁结构损伤识别方法研究
   [D]. 华南理工大学,2003. (XIE Jun. A Study on Vibration-Based Damage Detection Methods for Bridge Structures [D]. South China University of Technology,2003. (in Chinese))
- [2] 刘宇飞,辛克贵,樊健生,等.环境激励下结构模态参数识别方法综述[J].工程力学,2014,31(4):46-53.
   (LIU Yu-fei, XIN Ke-gui, FAN Jian-sheng, et al. A review of structure modal identification methods

through ambient excitation[J]. Engineering Mechanics, 2014, **31**(4): 46-53. (in Chinese))

- [3] 禹丹江. 土木工程结构模态参数识别—理论、实现与应用[D]. 福州大学,2005. (YU Dan-jiang. Modal Parameter Identification of Civil Engineering Structures-Theory, Implementation and Applications[D].
   Fuzhou University,2005. (in Chinese))
- [4] 任伟新.环境振动系统识别方法的比较分析[J]. 福州 大学学报(自然科学版),2001,29(6):80-86.(REN Wei-xin. Comparison of system identification methods using ambient vibration measurements[J]. Journal of Fuzhou University (Natural Science),2001,29(6): 80-86.(in Chinese))
- [5] 杨 坚,董 聪.基于不完备模态信息的结构损伤识别方法[J]. 计算力学学报,2019,36(2):290-296.
  (YANG Jian, DONG Cong. Damage detection method using incomplete modal information[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2019,36(2):290-296. (in Chinese))
- [6] 王术新, 美 哲.基于结构振动损伤识别技术的研究现状及进展[J], 振动为冲击, 2004, 23(4):99-102.
  (WANG Shu-xin, JIANG Zhe. Present developing situation and research advances in the field of structural damage detection [J]. Journal of Vibration and Shock, 2004, 23(4):99-102. (in Chinese))
- [7] 岳艳芳. 基于动力分析的结构损伤检测方法研究
  [D]. 东南大学, 2004. (YUE Yan-fang. Research on Structural Damage Detection by Dynamic Analysis
  [D]. Southeast University, 2004. (in Chinese))
- [8] 管德清,黄 燕.基于应变模态小波变换的框架结构 损伤识别研究[J].计算力学学报,2010,27(2):325-329,341. (GUAN De-qing, HUANG Yan. Damage identification of frame structure by means of wavelet analysis of strain mode[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics,2010,27(2):325-329,341. (in Chinese))
- [9] Li X Y, Law S S. Matrix of the covariance of covariance of acceleration responses for damage detection from ambient vibration measurements[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(4):945-956.
- [10] Li X Y, Law S S, Wang L X. Health monitoring of inservice bridge deck by covariance of covariance matrix of acceleration[J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 71-78: 4808-4814.
- Li X Y, Wang L X, Law S S. Damage detection for structures under ambient vibration via covariance of covariance matrix and consistent regularization [J]. Advances in Structural Engineering, 2013, 16 (1): 77-86.
- [12] Wang L X, Li X Y, Tan Y, et al. Long-term health monitoring of in-service bridge deck by covariance of

covariance matrix of acceleration responses [J]. Advances in Structural Engineering, 2015, 18(12): 2129-2149.

- [13] 王立新,李雪艳,姜 慧,等.基于加速度二次协方差 矩阵参数变化比法的环境振动下结构损伤识别[J]. 振动与冲击,2016,35(8):143-147,158.(WANG Li-xin,LI Xue-yan,JIANG Hui, et al. Damage identification under ambient vibration based on change ratios of covariance of covariance matrix components of structural acceleration responses [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(8):143-147,158.(in Chinese))
- [14] Li X Y, Wang L X, Law S S, et al. Covariance of dynamic strain responses for structural damage detection[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 95:90-105.
- [15] 李雪艳,张惠民. 基于应变脉冲响应协方差的损伤识 别方法研究[J]. 力学学报,2017,49(5):1081-1090.

(LI Xue-yan, ZHANG Hui-min. Study of damage idenfication method based on the covariance of strain impulse response function [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, **49**(5): 1081-1090. (in Chinese))

- [16] 周传荣,包益民.用单位脉冲响应函数识别振动系统的模态参数和物理参数[J].振动、测试与诊断,1986
  (4):8-12.(ZHOU Chuan-rong,BAO Yi-min. Identification of modal and physical parameters of vibration system with unit impulse response function [J]. Vibration Testing and Diagnosis, 1986(4):8-12. (in Chinese))
- [17] 董五安,杨世浩.频率变化平方比向量确定结构损伤 位置[J].噪声与振动控制,2013,33(3):226-230.
  (DONG Wu-an, YANG Shi-hao. Identification of structure damage positioning using frequency-change square ratio vector[J]. Noise and Vibration Control, 2013,33(3):226-230. (in Chinese))

# Numerical and experimental study of damage identification based on covariance of displacement response

LI Xue-yan\*, WANG Yu-fan

(MOE Key Laboratory of Disaster Forecast and Control in Engineering School of Mechanics and Construction Engineering Jinan University, Guangzhou 510632, China)

Abstract: Covariance of displacement response is used for damage detection in the article. The analytical formula of the covariance of displacement response (CoD) is derived and established. It is the function of structural frequency, mode shape and damping ratio and so on. The change of the structural physical parameters will lead to the change of CoD. A seven-floor steel frame structure is numerically studied to demonstrate the feasibility of the proposed method. From the CoD distribution of different damage states and the curve of CoD of every element versus the damage extent, it can be seen that the damaged elements have the biggest changes of CoD and the neighboring and symmetric elements have the second biggest changes. The analysis of a single-damage case and a multiple-damage cases, shows that the damage occurrence and damage location can be identified successfully based on the changes of CoDs between the intact state and the damage state. Finally the proposed method is applied to damage detection of a simply supported steel beam tested in a lab. The displacement responses are obtained by twice integrating the measured acceleration responses of the beam excited by a hammer. Then the CoDs are computed and their changes are obtained due to the cut on the beam. The damage probability vector is obtained from the normalization of the CoD change vector. The sensor nearest the damage location has the biggest damage probability. So the damage location is found satisfactorily. The proposed method has good noise robustness, does not need the analytical structural model and is easily computed. So it has good performance in engineering applications.

Key words: structural damage identification; displacement response; covariance; impulse response function; structural health monitoring

引用本文/Cite this paper:

李雪艳,汪羽凡. 基于位移响应协方差参数的数值仿真和实测损伤识别研究[J]. 计算力学学报,2020,37(5):629-636.

LI Xue-yan, WANG Yu-fan. Numerical and experimental study of damage identification based on covariance of displacement response [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2020, **37**(5):629-636.