

DOI: 10.7511/jslx201605009

基于响应面法的复合材料连接结构可靠性分析

张九民¹, 顾汝佳², 李洪双^{*2}, 夏爽²

(1. 中国航空工业集团公司 第一飞机设计研究院, 西安 710089; 2. 南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京 210016)

摘要:复合材料的力学性能参数比金属材料呈现出更大的分散性。本文提出采用加权线性响应面法对复合材料单钉连接结构进行可靠性分析。采用三维有限元模型进行复合材料单钉连接的确定性渐进失效分析。单向铺层的力学性能参数和强度参数均考虑为输入随机变量,用于可靠性分析。详细研究了不同失效准则和不同刚度退化方法的影响。结果表明,Olmedo-Santiuste失效准则与Camanho-Matthews刚度退化方法的组合能够给出与试验均值最接近的强度分析结果。另外,还仔细研究了响应面参数 f 的影响。结果表明,取 $f=1$ 的线性加权响应面能够为复合材料单钉连接可靠性分析提供较好的统计特性逼近值。

关键词:复合材料;可靠性;连接;概率强度;响应面法

中图分类号: TB332; O213.2

文献标志码: A

文章编号: 1007-4708(2016)05-0711-06

1 引言

随着波音 787 和空客 A320 复合材料结构的成功应用,飞机结构材料呈现由铝合金为主向复合材料为主的趋势过渡。同时,复合材料在汽车、土木和机械等工程领域也得到了广泛的应用。在复合材料结构中为了满足载荷传递和结构分块等需求,必须使用机械连接或者胶接将不同的零部件连接在一起。与胶接相比,机械连接在检查、维修及传递大载荷方面具有较大优势,同时受环境温度和湿度的影响较小。机械连接的缺点是,需要在复合材料结构上开孔,削弱了结构强度,同时螺栓或者铆钉的使用增加了结构重量。因此在实际应用中,机械连接结构设计的重要步骤之一是对机械连接结构的强度进行分析、预测和试验验证。但是由于孔边复杂的应力状态,很难获得解析解,复合材料机械连接结构设计以有限元分析和试验验证为主要手段^[1]。

复合材料机械连接结构设计的另外一个困难是不确定性因素的影响。由于复合材料的制造过程复杂且各向异性,使得复合材料的力学性能比金属材料分散性大。而且在刀具制孔过程中,可能在复合材料板内部造成一定的损伤。孔边是高应力

集中区域,可能对连接强度有很大影响。传统工程设计方法是采用安全系数法规避多种多样的不确定性因素影响。但是安全系数法仅能代表平均工况,基于安全系数法设计的结构常常偏于保守或者偏于危险。基于概率论的可靠性设计方法在复合材料结构分析与设计领域更具有竞争力^[2,3]。可靠性设计方法采用随机变量模型度量复合材料结构中的不确定性因素,如材料属性、几何尺寸和制造缺陷等。此时,复合材料结构性能输出量也为随机变量。可靠性分析的目的在于确定输出量的统计特性,并以此为依据进行结构可靠性设计。在复合材料机械连接概率强度分析领域, Li 等^[4]首先提出利用点估计法和 Edgeworth 级数对复合材料单钉连接结构进行随机挤压强度分析。基于随机挤压强度的失效概率函数,可以获得可靠性设计所需的统计量,例如失效概率。为了克服 Edgeworth 级数可能出现的困难, Li^[5]建议采用最大熵方法估计挤压强度的概率密度函数和失效概率函数。 Nakayama 等^[6]采用响应面法研究了孔径变异性对挤压强度的影响。 Li 等^[7]建议采用子集模拟方法对复合材料单钉连接结构进行可靠性分析。在以上研究工作中,均采用了二维有限元模型结合渐进失效分析方法预测复合材料单钉连接强度。但二维有限元模型无法反映铺层顺序和厚度方向的应力分布以及面外失效模式等因素。为了更为全面地分析复合材料机械连接,建立三维有限元模型是非常有必要的^[8]。但是三维有限元分析的计算量通常为二维有限元模型的几倍,甚至几十倍。

收稿日期: 2015-03-31; **修改稿收到日期:** 2015-09-12.

基金项目: 国家自然科学基金(11102084); 中央高校基本科研业务费(3082015NS15007); 江苏高校优势学科建设工程资助项目.

作者简介: 李洪双(1978-),男,博士,副教授
(E-mail: hongshuangli@nuaa.edu.cn).

针对上述问题,本文提出以三维有限元分析为基础,研究了不同失效准则和刚度退化方法对确定性挤压强度分析结果的影响,确定最佳组合方案。进一步将复合材料单钉连接中单向铺层的力学性能参数考虑为基本输入随机变量,结合加权线性响应面法对复合材料单钉连接进行可靠性分析,重点获取挤压强度的失效概率函数,用于可靠性设计。本文还对响应面参数 f 在复合材料单钉连接可靠性分析中的适应性进行了研究。

2 概率模型

2.1 模型描述

考虑如图 1 所示以挤压失效为主的复合材料层合板单钉连接模型。图 1 中 L 为层合板长度, W 为层合板宽度, D 为销钉直径, e 为连接孔至层合板左端的距离, t 为层合板厚度,层合板左端自由,右端固支。其几何尺寸列入表 1,层合板铺层次序为 $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ 。

螺栓材料为 30CrMnSiA。复合材料层合板材料为 T300/QY8911,单向铺层性能参数列入表 2。表 2 中 E_1 为面内沿纤维方向的杨氏模量, E_2 为面内垂直纤维方向上杨氏模量, E_3 为厚度方向垂直纤维方向上杨氏模量, G_{12} , G_{13} 和 G_{23} 为剪切模量, X_T 和 X_C 为面内沿纤维方向的拉伸和压缩强度, Y_T 和 Y_C 为面内垂直纤维方向的拉伸和压缩强度; Z_T 和 Z_C 为垂直纤维 Z 方向(厚度方向)的拉伸和压缩强度, S_{12} , S_{13} 和 S_{23} 为剪切破坏强度。根据文献[10]给出的 T300/QY8911 单层板性能参数的变异系数,选择单层板材料的杨氏模量、剪切模

表 1 复合材料层合板单钉连接几何尺寸
Tab. 1 Dimensions of the composite pin joint

L/mm	W/mm	D/mm	e/mm	t/mm
90	24	4	16	2

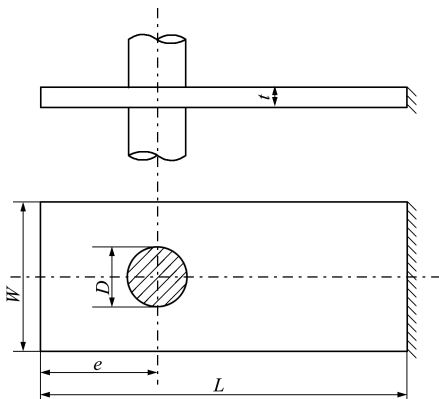


图 1 复合材料层合板单钉连接模型
Fig. 1 Dimensions of the composite pin joint

量和强度参数作为基本输入随机变量,认为它们都服从正态分布且相互独立。由于变异系数信息的不完整,本文假设材料性能参数在厚度方向和平面内垂直于纤维方向上具有相同的变异系数。所有基本输入随机变量(RV)的均值(MV)、标准差(SD)和变异系数(COV)列入表 2。

使用 Python 语言在大型商业有限元软件 ABAQUS 建立复合材料层合板单钉连接三维参数化有限元模型,并利用用户子程序 USDFLD 实现渐进失效分析,如图 2 所示。采用各项异性实体单元建立层合板模型,即层合板的每层铺层定义为一层实体单元并赋予其对应的材料方向。单元类型为线性减缩积分单元 C3D8R。基于有限元模型的几何对称性,将模型简化为 1/2 对称模型,以节约计算时间。模型的边界条件为层合板右端固定,在螺栓的右半圆柱面上施加向左的均匀位移载荷,在模型的对称面上施加对称约束。钉与层合板的接触算法采用基于小滑动摩擦的主-从平面算法。ABAQUS 参数化有限元模型可以很方便地在无人监控的环境下反复修改模型参数,自动进行有限元分析计算,直至完成一轮概率挤压强度分析。

表 2 复合材料单钉连接的基本输入随机变量
Tab. 2 Basic input random variables of the composite pin joint

RV	MV	SD	COV
E_1	135000	6750.0	0.050
E_2	8800	616.0	0.070
E_3	8800	616.0	0.070
G_{12}	4470	223.5	0.050
G_{13}	4470	223.5	0.050
G_{23}	3200	160.0	0.050
X_T	1548	63.5	0.041
X_C	1226	122.6	0.100
Y_T	55.5	3.2	0.057
Y_C	218	12.9	0.059
Z_T	65.5	3.7	0.057
Z_C	257	15.2	0.059
S_{12}	89.9	9.0	0.010
S_{13}	110.5	1.1	0.010
S_{23}	110.5	1.1	0.010

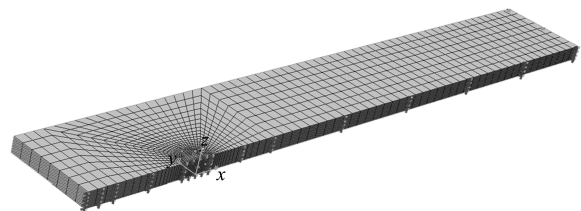


图 2 三维有限元模型
Fig. 2 Three-dimensional finite element model

2.2 三维失效准则

复合材料层合板的失效模式大致可以分为纤维失效、基体失效和剪脱失效。本文采用三维 Hashin 准则^[11]和 Olmedo-Santiuste 失效准则^[12]。对比两种三维失效准则中的各项失效指标,可以看出,三维 Hashin 准则在考虑基体失效时,将垂直于纤维方向上的应力 σ_2 和 σ_3 的影响看作是等同的;而在 Olmedo-Santiuste 失效准则中,方向 2(Y 向)与方向 3(Z 向)的基体破坏指标是分别计算的。与 Hashin 准则相比,Olmedo-Santiuste 准则的处理方式更加细节化。两种失效准则对纤维失效的计算指标相同。此外,Olmedo-Santiuste 准则还考虑了纤维-基体剪脱失效模式。

2.3 刚度退化准则

本文采用文献[8,12]提出的三维刚度退化方法。Camanho-Matthews 刚度退化方法继承了 Tan 等^[13]提出的对于压缩失效和拉伸失效给予不同的刚度退化系数的思想,可以看作是 Tan 刚度退化方法在三维情形下的推广。Olmedo-Santiuste 刚度退化方法则没有将压缩与拉伸破坏区别开来,使用相同的刚度退化系数。由于 Camanho-Matthews 刚度退化方法没有考虑纤维-基体剪脱失效模式,因此必要时可采用 Olmedo-Santiuste 刚度退化方法处理纤维-基体剪脱失效模式。

3 确定性分析

由两种失效准则和两种刚度退化方法组合为四组渐进失效分析方案。在表 2 所列基本输入随机变量均值点处,进行复合材料单钉挤压强度预测。有限元计算完成后对计算结果进行后处理可得到载荷-位移曲线,其中挤压应力 $\sigma_b = P/(D \times t)$, D 和 t 分别为层合板的孔径与厚度, P 为挤压破坏载荷。曲线第一次出现下降趋势时可认为连接已经失效,取此时的挤压应力为连接极限强度。挤压应力-位移曲线如图 3 所示。图 3 中标记 Hashin-Camanho 表示采用 Hashin 失效准则和 Camanho-Matthews 刚度退化方法的分析方案,其余以此类推。

徐红炉等^[14]使用 Instron5587 材料拉伸试验机在常温条件下对该复合材料层合板单钉连接试件进行了 12 组试验。对该组试验结果做统计分析可得,连接强度的平均值为 535.02MPa,变异系数为 0.0542。

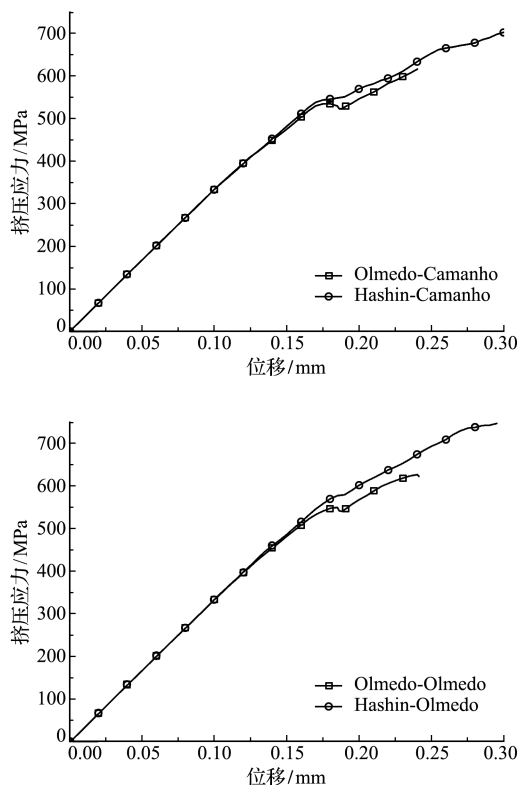


图 3 四组渐进失效方案应力-位移曲线
Fig. 3 Stress-displacement curves of 4 groups of progressive failure schemes

在图 3 中,采用了 Olmedo-Santiuste 失效准则与 Camanho-Matthews 刚度退化方法的方案得到了与试验均值最为接近的结果,误差仅为 0.03%。而同时使用了 Olmedo-Santiuste 失效准则及刚度退化方法的方案所得极限强度也较为准确,误差为 2.8%。但是其余 2 种方案的应力-位移曲线单调递增,未出现下降趋势,不能准确识别出挤压强度。我们把这种情况,称之为“非有效样本”。

虽然 4 组渐进失效分析方案中有 2 组能够较好地捕捉挤压强度的均值,但是对比试验结果^[14]可知,挤压强度不是一个确定值,而是一个随机变量,必须采用概率方法对其评估。考虑到结构可靠性分析的需求,本文研究采用 Olmedo-Santiuste 失效准则与 Camanho-Matthews 刚度退化方法的方案和 Olmedo-Santiuste 渐进失效分析方法。

4 加权线性响应面法

由于在隐式结构可靠性分析及整合商业有限元软件上的优势,响应面法得到了许多研究人员的重视。线性和二次多项式是最常用的响应面方法。已有研究表明,加权线性响应面法具有待定系数少和计算量小的优点,且在真实极限状态方程非

线性程度不到的情况下非常实用^[9]。为了降低复合材料层合板单钉连接结构可靠性分析的计算量,本文采用加权线性响应面法^[9]拟合挤压强度与基本输入随机变量 $\mathbf{x} = \{E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23}, X_T, X_C, Y_T, Y_C, Z_T, Z_C, S_{12}, S_{13}, S_{23}\}$ 之间的函数关系。其步骤如下。

(1) 选用线性的响应面函数 $\bar{g}(\mathbf{x}) = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i$,

其中 $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_n)^T$ 为响应面函数的待定系数向量, $\bar{g}(\mathbf{x})$ 为强度函数。

(2) 使用 Bucher 设计^[15]选取样本点。第一个样本点为均值点,围绕均值点在每个随机变量 $\pm f$ 倍标准差处,选取其余 $2n$ 个样本点。

(3) 将样本点代入参数有限元模型中逐一计算,并在应力-位移曲线上确定挤压强度值。

(4) 为了更好地拟合响应面函数,希望 $|g(\mathbf{x}_j)|$ 越接近于零的样本点权重越大作用,因此可构造权重矩阵 \mathbf{W} 为

$$\begin{cases} g_{\text{best}} = \min_{j=1}^{2n+1} |g(\mathbf{x}_j)| \\ \omega_j = g_{\text{best}} / |g(\mathbf{x}_j)| \quad (j=1, 2, \dots, 2n+1) \\ \mathbf{W} = \text{diag}(\omega_j) \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\text{diag}(\omega_j)$ 为对角线元素为 ω_j 的对角矩阵。

(5) 使用加权最小二乘法拟合响应面函数,求得待定系数向量为

$$\mathbf{b} = (\mathbf{a}^T \mathbf{W} \mathbf{a})^{-1} \mathbf{a}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (2)$$

式中 \mathbf{a} 为由 $2n+1$ 个样本点所构成的回归系数矩阵, $\mathbf{y} = [g(\mathbf{x}_1), g(\mathbf{x}_2), \dots, g(\mathbf{x}_m)]^T$ 为抽样点对应的响应量列阵。

(6) 由于响应面函数形式为一次多项式,因此可直接从概率论知识获得复合材料层合板单钉连接挤压强度的解析概率密度函数和失效概率函数,进而可以得到不同载荷条件下的失效概率估计值。

5 可靠性分析结果与讨论

本文的研究对象共有 15 个基本输入随机变量,使用 Bucher 试验设计时,完成一轮概率强度计算需要调用三维有限元模型 $15 \times 2 + 1 = 31$ 次。在配置为四核 CPU 和 8 GB 内存的台式计算机上完成 31 次三维有限元分析计算大约需要 12 小时,此计算量在工程设计与分析领域是完全可以接受的。Li 等^[7]采用二维有限元模型结合子集模拟方法需要花费 21 小时才能得到一条失效概率函数曲线,本文方法节约了 43% 的计算量。

如第 3 节所述,采用三维渐进失效分析方案 Olmedo-Camanho 和 Olmedo-Olmedo,取 Bucher 设计样本点的插值系数 $f = 1$,应用加权线性响应面法求得的复合材料单钉连接强度的失效概率函数曲线如图 4 所示。本文结构可靠性分析结果给出的是随机挤压强度的失效概率函数,代替传统的失效概率点估计值。在应力-强度干涉模型中,属于强度为随机变量应力为定值范畴。在图 4 中纵坐标为失效概率。给定外载值(横坐标),可从图 4 中直接获得可靠性设计所需的失效概率估计值。若把载荷也考虑为随机变量,可依据应力-强度干涉模型建立结构可靠性分析模型。

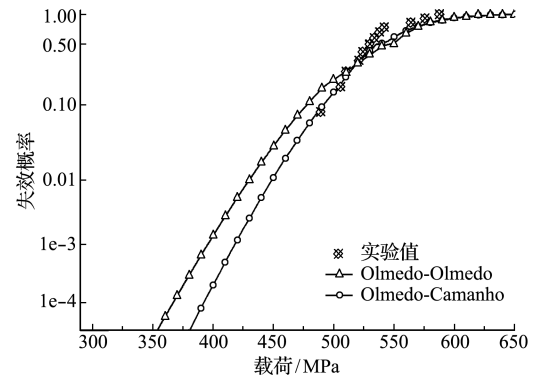


图 4 失效概率函数曲线对比
Fig. 4 Comparison of failure probability function curves

加权线性响应面法与 Olmedo-Camanho 方案组合的计算结果与试验值吻合较好, Olmedo-Olmedo 方案的累积分布函数曲线则表现出了更高的分散性。值得注意的是,在使用方案 Olmedo-Olmedo 计算试验样本点时出现了一个非有效样本,这也是造成计算概率分布出现误差的原因;而 Olmedo-Camanho 方案在计算实验点的过程中表现出了良好的稳健性,没有出现非有效样本。

在 Olmedo-Camanho 方案中,根据线性响应面函数表达形式,可以得到复合材料单钉连接强度的均值估计值为 542.63 MPa,变异系数估计值为 0.0583。与 Li 等^[14]获得的结果相比,均值估计值基本一致,而变异系数估计值更靠近试验数据的变异系数。说明三维有限元模型的渐进失效分析能够更好的捕捉复合材料单钉连接挤压强度的分散性。从表面现象看,概率方法的均值估计值误差比第 3 节确定性分析给出的挤压强度预测值大,但是确定性方法不能提供挤压强度的统计特性估计,包括失效概率函数以及变异性等。

排除非有效样本的影响后,采用 Olmedo-

Camanho方案研究插值系数 f 对累积分布函数曲线的影响,分别取 $f = 1, 3, 5, 7$ 和 9 , 计算结果如图 5 所示。

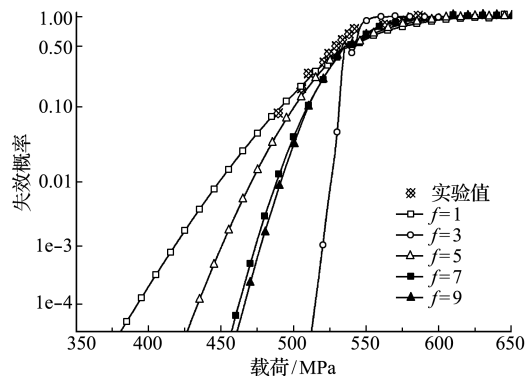


图 5 不同响应面系数下的失效概率函数曲线对比

Fig. 5 Comparison of failure probability function curves with different response surface parameters

在样本点计算过程中出现了个别非有效样本, 31 个 Bucher 实验样本点中, $f=1$ 的全部样本都有效, $f=3$ 时有 1 个非有效样本, $f=5$ 和 7 时有 2 个非有效样本, $f=9$ 时增加到了 4 个。这表明, 在进行大变异条件下抽样点有限元分析计算时, 渐进失效分析方法的稳健性会大幅下降。可能原因有以下两种, 一是复合材料单钉连接结构的非线性程度不大; 二是根据 Li 等^[7]研究成果, 此现象是由有限元分析引起的, 更深层次的原因是采用了不适宜的刚度退化准则。观察累积分布函数曲线, 除了 $f=1$ 以外, 其余四条曲线均出现了不同程度的误差, 其中 $f=3$ 所对应的曲线完全错误, 甚至违反了概率论中累积分布函数的定义, 出现了负概率密度。这一结论说明响应面法的计算精度高度依赖实验样本点的位置, 甚至只有一个非有效样本也可能会导致失效概率计算的完全错误。

由对响应面参数的影响分析可以看出, 复合材料单钉连接非线性程度不高, 所建立的三维有限元分析模型具有一定的局部特性, 过大的参数变异性可能导致有限元分析出现非有效样本现象。无论是确定性分析或者可靠性分析, 这种现象都会造成不准确的强度预测结果。因此在采用加权线性响应面方法搭配有限元分析进行概率强度分析计算时, 应优先确保样本点的计算全部准确有效, 这对有限元建模以及渐进失效分析的稳健性提出了很高的要求。对于本文研究的复合材料单钉连接概率强度分析, Bucher 设计插值系数取 $f=1$ 较为合适。

6 结 论

为提高复合材料单钉连接可靠性分析的精度, 同时降低计算量, 本文提出使用三维有限元模型和加权线性响应面法对复合材料单钉连接结构进行可靠性分析。分析获得的挤压强度的失效概率函数可直接用于可靠性设计, 或者用于建立结构可靠性模型。经过多次确定性分析和概率分析以及对比研究, 可得出结论如下。

(1) 基于三维有限元模型对复合材料机械单钉连接结构进行确定性分析时, 使用 Olmedo-Santiuste 失效准则和 Camanho-Matthews 刚度退化方法能够得到与试验均值吻合较好的分析结果;

(2) 复合材料单钉连接结构的非线性程度不高, 采用加权线性响应面法可以较好的预测出挤压强度的统计特性;

(3) 对于当前复合材料单钉连接可靠性分析, Bucher 试验设计响应面系数取 $f=1$ 最为合适, 过大的插值系数会导致有限元分析模型稳健性下降从而得到非有效的分析结果。

参考文献 (References):

- [1] Thoppul S D, Finegan J, Gibson R F. Mechanics of mechanically fastened joints in polymer-matrix composite structures—a review[J]. *Composites Science and Technology*, 2009, **69**(3):301-329.
- [2] Chiachio M, Chiachio J, Rus G. Reliability in composites a selective review and survey of current development[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2012, **43**(3):902-913.
- [3] Chen W, Jia P. Interlaminar stresses analysis and the limit state function approximating methods for composite structure reliability assessment: A selected review and some perspectives[J]. *Journal of Composite Materials*, 2012, **47**(12):1535-1547.
- [4] Li H S, Lu Z, Zhang Y. Probabilistic strength analysis of bolted joints in laminated composites using point estimate method[J]. *Composite Structures*, 2009, **88**(2):202-211.
- [5] Li H S. Maximum entropy method for probabilistic bearing strength prediction of pin joints in composite laminates[J]. *Composite Structures*, 2013, **106**(12):626-634.
- [6] Nakayama M, Uda N, Ono K. Probabilistic assessment of pin joint strength in CFRP laminates[J]. *Composite Structures*, 2011, **93**(8):2026-2030.
- [7] Li H S, Xia S, Luo D M. A probabilistic analysis for

- pin joint bearing strength in composite laminates using subset simulation [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2014, **56**:780-789.
- [8] Camanho P P, Matthews F L. A progressive damage model for mechanically fastened joints in composite lamunates [J]. *Journal of Composite Materials*, 1999, **23**(24):2248-2249.
- [9] 赵 洁, 吕震宙. 隐式极限状态方程可靠性分析的加权响应面法 [J]. *机械强度*, 2006, **28**(4): 512-516. (ZHAO Jie, LÜ Zhen-zhou. Response surface method for reliability analysis of implicit limit state equation based on weighted regression [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2006, **28**(4): 512-516 (in Chinese)).
- [10] MIL-HDBK-17. Polymer Matrix Composites Materials Properties [R]. Composite materials handbook. Department of Defense, Unite States of America, 2002.
- [11] Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, **47**(2):329-334.
- [12] Olmedo A, Santiuste C. On the prediction of bolted single-lap composite joints [J]. *Composite Structures*, 2012, **94**(6):2110-2117.
- [13] Tan S C. A progressive failure model for composite laminates containing openings [J]. *Journal of Composite Materials*, 1991, **25**(5):556-577.
- [14] 徐红炉, 王富生, 岳珠峰. 失效准则和非线性对复合材料层合板螺栓连接失效强度的影响 [J]. *强度与环境*, 2008, **35**(3):35-42. (XU Hong-lu, WANG Fu-sheng, YUE Zhu-feng. The effects of criterions and nonlinear on the failure strength for bolted joint in composite laminates [J]. *Structure and Environment Engineering*, 2008, **35**(3):35-42. (in Chinese)).
- [15] Bucher C G, Bourgund U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems [J]. *Structural Safety*, 1990, **7**(1):57-66.

Application of response surface method on structural reliability analysis of pin joint in composites

ZHANG Jiu-min¹, GU Ru-jia², LI Hong-shuang^{*2}, XIA Shuang²

(1. The First Aircraft Institute, Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710072, China;

2. School of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Composite materials exhibit much more scattering material properties than metallic materials. The paper presents an application of weighted response surface method on structural reliability analysis of a composite pin joint. A three-dimensional finite element model is used to perform the deterministic progressive failure analysis of composite pin joint. The mechanical properties and ultimate strengths of one lamina are modeled as random variables and considered in the process of structural reliability analysis. A detailed study on the effect of different failure criteria and stiffness degradation rules is performed. This study shows that the combination of Olmedo-Santiuste failure criteria and Camanho-Matthews stiffness degradation rules produces the closest bearing strength result to experimental mean value. Another detailed study is also performed to investigate the effect of response surface parameter f . The results show that linear weighted response surface function with $f=1$ is capable of providing good approximations of statistical characteristics of the bearing strength of pin joints in composite laminates for structural reliability analysis.

Key words: composites; reliability; pin joint; probabilistic strength analysis; response surface method