

三孔单渗模型数值模拟研究

同登科*, 薛莉莉, 廉培庆

(中国石油大学(华东), 东营 257061)

摘要:保留了非线性偏微分方程中的所有项,没有忽略二次梯度项的影响。建立了由基岩、裂缝及溶洞系统组成的三孔单渗模型。采用有限差分的方法获得了无限大地层定产量生产、有界封闭地层定产量生产和有界封闭地层定压生产时的三孔单渗模型的差分方程,用解非线性方程组的Broyder迭代法求得了方程组的数值解。分别讨论了三重介质参数变化时的压力变化规律,并考虑了井筒储集和表皮效应对压力的影响,做出了典型压力曲线图。

关键词:三孔单渗;非线性;二次梯度项;有限差分;数值模拟

中图分类号:TE121.1 **文献标识码:**A

1 引言

Aadnoy 和 Finjord^[1]导出了二维空间中单相径向流动方程定流量生产的解,包括二次梯度项的影响。Jelmert 和 Vik^[2]在格林函数的基础上,提出了一种新的压力对数变换来解具有二次梯度项的扩散方程。同登科等^[3,4]对考虑二次梯度项影响的双重介质得到了精确解,并与线性解进行了比较。Closmann、吴玉树等^[5,6]提出了孔隙-裂缝-孔隙型的三重介质达西渗流模型。姚军等^[7]建立了基岩、裂缝、溶洞系统组成的三重油藏试井解释模型,采用 Laplace 变换求解。但他们都没有研究考虑二次梯度项影响的三重介质渗流特征。本文主要针对考虑二次梯度项影响一类三孔单渗模型进行研究,并且考虑了井筒储集和表皮效应的影响,用有限差分方法得出了模型的数值解,并对一些参数进行了敏感性分析。

2 考虑二次梯度项影响的三孔单渗模型

2.1 模型建立

考虑单层油藏中一口井的情况,另外为了方便

数学模型的求解,定义如下一些假设条件:

- (1) 地层流体在三个渗流场内的流动满足达西定律。
- (2) 油井半径为 r_w , 油井生产前, 地层中各点的压力均匀分布都为 p_i 。
- (3) 利用数值方法求解时, 可直接在建模时考虑井储和表皮效应的影响。
- (4) 忽略重力和毛管力的影响。
- (5) 每种介质(基岩、裂缝或溶洞)的孔隙度与另一种介质的压力变动相对独立。

则由假设条件,可写出描述单相微可压缩流体在这类三重介质中的流动方程^[9,10]。

(1) 运动方程:

$$\text{基岩: } v_1 = -\frac{k_1}{\mu} \text{grad}p_1 \quad (1)$$

$$\text{裂缝: } v_2 = -\frac{k_2}{\mu} \text{grad}p_2 \quad (2)$$

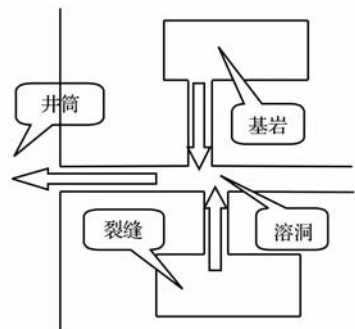


图1 物理模型

Fig.1 Sketch map of the flow system

收稿日期:2007-06-02;修改稿收到日期:2008-01-09.

基金项目:山东省自然科学基金(Y2007F13);国家自然科学基金(40874044)资助项目.

作者简介:同登科*(1963-),男,博士,教授
(E-mail:tongdk@hdpu.edu.cn).

$$\text{溶洞: } \mathbf{v}_3 = -\frac{k_3}{\mu} \text{grad} p_3 \quad (3)$$

式中 $p_i (i = 1, 2, 3)$ 分别表示基岩、裂缝、溶洞的原始地层压力, MPa, $\mathbf{v}_i (i = 1, 2, 3)$ 分别表示基岩、裂缝、溶洞的流动速率, $k_i^- (i = 1, 2, 3)$ 分别表示基岩、裂缝、溶洞的渗透率, μ 表示流体粘度。

(2) 窜流方程

由量纲分析得出

$$q_1 = \frac{\alpha_1 \rho_0}{\mu} (p_1 - p_3), \quad q_2 = \frac{\alpha_2 \rho_0}{\mu} (p_2 - p_3) \quad (4, 5)$$

式中 $q_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为基岩、裂缝、溶洞的窜流量, $\alpha_i (i = 1, 2)$ 分别表示基岩、裂缝的几何形状因子系数, ρ_0 流体的原始密度。

(3) 状态方程

$$\rho_i = \rho_0 e^{c_{\rho_i} (p_i - p_0)}, \quad \phi_i = \phi_{i0} + c_{\phi_i} (p_i - p_0) \quad (6, 7)$$

式中 ρ_i 和 $\phi_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为基岩、裂缝、溶洞中流体密度和孔隙度, $c_{\phi_i} (i = 1, 2, 3)$ 分别为基岩、裂缝、溶洞的压缩系数, p_0 表示原始地层压力。

(4) 连续性方程

应用连续性方程和达西定律及其他方程于每一介质的基本单元得

$$\text{基岩: } \frac{\partial \phi_1 \rho_1}{\partial t} + \text{div}(\rho_1 \mathbf{v}_1) + q_1 = 0 \quad (8)$$

$$\text{裂缝: } \frac{\partial \phi_2 \rho_2}{\partial t} + \text{div}(\rho_2 \mathbf{v}_2) + q_2 = 0 \quad (9)$$

$$\text{溶洞: } \frac{\partial \phi_3 \rho_3}{\partial t} + \text{div}(\rho_3 \mathbf{v}_3) - q_1 - q_2 = 0 \quad (10)$$

将式(6) × 式(7)得

$$\frac{\partial(\phi_i \rho_i)}{\partial t} = \phi_{i0} \rho_0 \left(c_{\rho_i} + \frac{c_{\phi_i}}{\phi_{i0}} \right) \frac{\partial p_i}{\partial t} \quad (11)$$

将运动方程(1) ~ (3) 及状态方程(6) 代入连续性方程整理得

$$c_1^* \frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{k_1}{\mu} \left\{ \nabla^2 p_1 + c_{\rho} \left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_1}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} + q_1 = 0 \quad (12)$$

$$c_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t} - \frac{k_2}{\mu} \left\{ \nabla^2 p_2 + c_{\rho} \left[\left(\frac{\partial p_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_2}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} + q_2 = 0 \quad (13)$$

$$c_3^* \frac{\partial p_3}{\partial t} - \frac{k_3}{\mu} \left\{ \nabla^2 p_3 + c_{\rho} \left[\left(\frac{\partial p_3}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_3}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_3}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} - q_1 - q_2 = 0 \quad (14)$$

式中 $c_i^* (i = 1, 2, 3)$ 分别为基岩、裂缝、溶洞的综合压缩系数, $c_i^* = \phi_{i0} c_{\rho_i} + c_{\phi_i}$ 。

此处认为 $k_1 \ll k_3$ 和 $k_2 \ll k_3$, 假定流体在基岩系统与裂缝系统中不流动, 只是源源不断地向溶洞系统供给液源, 即 $k_1 \approx 0, k_2 \approx 0$ 。则 $q_1 = c_1^* \frac{\partial p_1}{\partial t}$,

$q_2 = c_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t}$, 将其代入式(12 ~ 14), 并令 $c_i = c_i^* / \phi_i$,

可得流动方程:

$$\begin{cases} \frac{k_3}{\mu} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_3}{\partial r} \right) + c_{\rho} \left(\frac{\partial p_3}{\partial r} \right)^2 \right] + \phi_1 c_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} + \phi_2 c_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} = \phi_3 c_3 \frac{\partial p_3}{\partial t} \\ \frac{\alpha_1}{\mu} (p_1 - p_3) = \phi_1 c_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} \\ \frac{\alpha_2}{\mu} (p_2 - p_3) = \phi_2 c_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} \end{cases} \quad (15)$$

2.2 数学模型

定义无量纲变量为

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad t_D = \frac{k_3}{\mu r_w^2 (\phi_1 c_1 + \phi_2 c_2 + \phi_3 c_3)} t$$

$$p_{Di}(r_D, t_D) = \frac{2\pi k_3 h}{q\mu} [p_0 - p_i(r, t)] (i = 1, 2, 3)$$

对式(15) 作无量纲变换, 并整理得

$$\begin{cases} \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \right) - c \left(\frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \right)^2 + \omega_1 \frac{\partial p_{D1}}{\partial t_D} + \omega_2 \frac{\partial p_{D2}}{\partial t_D} = \omega_3 \frac{\partial p_{D3}}{\partial t_D} \\ \lambda_1 (p_{D1} - p_{D3}) = \omega_1 \frac{\partial p_{D1}}{\partial t_D} \\ \lambda_2 (p_{D2} - p_{D3}) = \omega_2 \frac{\partial p_{D2}}{\partial t_D} \end{cases} \quad (16)$$

式中 r_w 为井筒半径, m; h 为油层厚度, m; q 为井底流量(常量), m^3/d ; k_3 为溶洞渗透率; $\omega_i = \phi_i c_i / (\phi_1 c_1 + \phi_2 c_2 + \phi_3 c_3) (i = 1, 2, 3)$ 分别表示基岩、裂缝、溶洞的无因次弹性储容比, $p_{Di} (i = 1, 2, 3)$ 分别表示基岩、裂缝、溶洞的无因次压力, $\lambda_i = \alpha_i r_w^2 / k_3 (i = 1, 2)$ 分别表示基岩、裂缝的无因次窜流系数, $c = c_{\rho} \mu q / 2\pi k_3 h$ 表示溶洞的无因次压缩系数, $\phi_i (i = 1, 2, 3)$ 分别表示基岩、裂缝、溶洞的孔隙度。

考虑井筒储集和表皮效应影响, 无量纲后内边

界条件变为

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = 1 \quad (t_D > 0)$$

$$p_{wD} = p_{D3} - S \frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} \quad (17)$$

初始条件:

$$p_{Dj}(r_D, t_D) \Big|_{r_D=0} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (18)$$

无限大油藏系统的外边界条件为

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{D3}(r_D, t_D) = 0 \quad (19)$$

有界圆形封闭地层系统的外边界条件为

$$\frac{\partial p_{D3}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=R} = 0 \quad (20)$$

有界圆形定压力地层系统的外边界条件为

$$p_{D3}(r_D, t_D) = 0 \quad (21)$$

因此,式(16~19)及组成无穷大地层定产生生产时的数学模型,式(16~18)和式(20)组成有界圆形封闭地层定产生生产时的数学模型,(16~18)和式(21)组成有界圆形定压生产时的数学模型。

2.3 模型求解

作变换:

$$p_{D3} = -\frac{1}{c} \ln(1 - c\eta)$$

$$p_{D2} = \xi, \quad p_{D1} = \zeta, \quad x = \ln r_D$$

则式(16)变为

$$\frac{\partial^2 \eta}{e^{2x} \partial x^2} = \omega_3 \frac{\partial \eta}{\partial t_D} + (1 - c\eta) \times$$

$$\left\{ \lambda_1 \left[\xi + \frac{1}{c} \ln(1 - c\eta) \right] + \lambda_2 \left[\zeta + \frac{1}{c} \ln(1 - c\eta) \right] \right\}$$

$$- \lambda_1 \left(\xi + \frac{1}{c} \ln(1 - c\eta) \right) = \omega_1 \frac{\partial \xi}{\partial t_D} \quad (23)$$

$$- \lambda_2 \left(\zeta + \frac{1}{c} \ln(1 - c\eta) \right) = \omega_2 \frac{\partial \zeta}{\partial t_D} \quad (24)$$

考虑井筒储集和表皮效应内边界条件为

$$\left\{ \begin{aligned} C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \frac{1}{(1 - c\eta)e^x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 1 \\ p_{wD} = -\frac{1}{c} \ln(1 - c\eta) - \frac{S}{(1 - c\eta)e^x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{x=0} \end{aligned} \right. \quad (25)$$

无限大油藏系统的外边界条件变为

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \eta(r_D, t_D) = 0 \quad (26)$$

有界圆形封闭地层系统的外边界条件变为

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{x=\ln R} = 0 \quad (27)$$

有界圆形定压地层系统的外边界条件变为

$$\eta(r_D, t_D) = 0 \quad (28)$$

初始条件变为

$$\xi \Big|_{t_D=0} = \zeta \Big|_{t_D=0} = \eta \Big|_{t_D=0} = 0 \quad (29)$$

2.4 数值模拟

本文模型采用了一阶向前差分 and 二阶中心差分的方法获得了三孔单渗模型的差分方程。

将式(22)在 (i, j) 点展开得差分方程:

$$m(\eta_{i+1}^{j+1} - 2\eta_i^{j+1} + \eta_{i-1}^{j+1}) +$$

$$\omega_1(1 - c\eta_i^{j+1})(\xi_i^{j+1} - \xi_i^j) +$$

$$\omega_2(1 - c\eta_i^{j+1})(\zeta_i^{j+1} - \zeta_i^j) = \omega_3(\eta_i^{j+1} - \eta_i^j) \quad (30)$$

式中 $m = \frac{\Delta t}{e^{2(i-1)\Delta x} \Delta x^2}$ 。

同样,式(23)和式(24)在 (i, j) 点展开得差分方程:

$$\xi_i^{j+1} = \frac{\omega_1}{\omega_1 + \lambda_1 \Delta t} \xi_i^j - \frac{\lambda_1 \Delta t}{(\omega_1 + \lambda_1 \Delta t)c} \ln(1 - c\eta_i^{j+1})$$

$$\zeta_i^{j+1} = \frac{\omega_2}{\omega_2 + \lambda_2 \Delta t} \zeta_i^j - \frac{\lambda_2 \Delta t}{\omega_2 + \lambda_2 \Delta t} \ln(1 - c\eta_i^{j+1}) \quad (31)$$

$$\zeta_i^{j+1} = \frac{\omega_2}{\omega_2 + \lambda_2 \Delta t} \zeta_i^j - \frac{\lambda_2 \Delta t}{\omega_2 + \lambda_2 \Delta t} \ln(1 - c\eta_i^{j+1}) \quad (32)$$

$$\text{令 } \beta_1 = \frac{\omega_1 \lambda_1 \Delta t}{\omega_1 + \lambda_1 \Delta t}, \quad \beta_2 = \frac{\omega_2 \lambda_2 \Delta t}{\omega_2 + \lambda_2 \Delta t}$$

则将式(31)和式(32)代入式(30)中,整理可得:

$$m(\eta_{i+1}^{j+1} - 2\eta_i^{j+1} + \eta_{i-1}^{j+1}) - \omega_3 \eta_i^{j+1} -$$

$$c(\beta_1 \xi_i^j + \beta_2 \zeta_i^j) \eta_i^{j+1} + (1 - c\eta_i^{j+1})$$

$$(\beta_1 + \beta_2) \ln(1 - c\eta_i^{j+1}) / c = -\omega_3 \eta_i^j - (\beta_1 \xi_i^j + \beta_2 \zeta_i^j) \quad (33)$$

内边界条件在 $(0, j)$ 点展开,整理可得:

$$-\frac{C_D}{\Delta t} \left(\ln(1 - c\eta_1^{j+1}) / c + \frac{S}{1 - c\eta_1^{j+1}} \times \right.$$

$$\left. \frac{\eta_1^{j+1} - \eta_0^{j+1}}{\Delta x} \right) - \frac{1}{1 - c\eta_1^{j+1}} \frac{\eta_1^{j+1} - \eta_0^{j+1}}{\Delta x} - 1 +$$

$$\frac{C_D}{\Delta t} \left(\ln(1 - c\eta_1^j) / c + \frac{S}{1 - c\eta_1^j} \times \frac{\eta_1^j - \eta_0^j}{\Delta x} \right) = 0 \quad (34)$$

同样由无限大油藏系统的外边界条件,有界圆形封闭地层系统的外边界条件及有界圆形定压地层系统的外边界条件可分别导出 $(N-1, j)$ 点差分方程:

$$m(\eta_{N-2}^{j+1} - 2\eta_{N-1}^{j+1} + \eta_{N-1}^{j+1}) - \omega_3 \eta_{N-1}^{j+1} - c \times$$

$$(\beta_1 \xi_{N-1}^j + \beta_2 \zeta_{N-1}^j) \eta_{N-1}^{j+1} +$$

$$(1 - c\eta_{N-1}^{j+1})(\beta_1 + \beta_2) \ln(1 - c\eta_{N-1}^{j+1}) / c =$$

$$-\omega_3 \eta_{N-1}^j - (\beta_1 \xi_{N-1}^j + \beta_2 \zeta_{N-1}^j) \quad (35)$$

$$2m(\eta_{N-2}^{j+1} - \eta_{N-1}^{j+1}) - \omega_3 \eta_{N-1}^{j+1} - c(\beta_1 \xi_{N-1}^j + \beta_2 \zeta_{N-1}^j) \eta_{N-1}^{j+1} + (1 - c\eta_{N-1}^{j+1})(\beta_1 + \beta_2) \ln(1 - c\eta_{N-1}^{j+1}) / c = -\omega_3 \eta_{N-1}^j - (\beta_1 \xi_{N-1}^j + \beta_2 \zeta_{N-1}^j) \quad (36)$$

$$m(\eta_{N-2}^{j+1} - 2\eta_{N-1}^{j+1}) - \omega_3 \eta_{N-1}^{j+1} - c \times (\beta_1 \xi_{N-1}^j + \beta_2 \zeta_{N-1}^j) \eta_{N-1}^{j+1} + (1 - c\eta_{N-1}^{j+1})(\beta_1 + \beta_2) \ln(1 - c\eta_{N-1}^{j+1}) / c = -\omega_3 \eta_{N-1}^j - (\beta_1 \xi_{N-1}^j + \beta_2 \zeta_{N-1}^j) \quad (37)$$

式(33~35)或(36~37)可构造两个(N×N)三个三对角矩阵非线性方程组,未知向量为(η₀ⁿ⁺¹, η₂ⁿ⁺¹, …, η_{N-1}ⁿ⁺¹)。式(31)中 i = 2, …, N - 2。引入函数向量:(f₁, f₂, …, f_n),应用解非线性方程组的 Broyden 迭代法求解。在 Broyden 迭代法求解过程中,通过调用 Thomas 方法求其数值解。

3 结果分析

图 2 为改变裂缝向溶洞的窜流系数 λ₂ 的大小,其他参数不变的无因次压力响应半对数曲线。由图可以看出,由于井筒储集和表皮效应的影响,开始阶段有一个井筒缓冲时间,并且三重介质的压力响应半对数曲线上会出现两个台阶,这表明此压力曲线有两个窜流段;另外,λ₂ = 1.0e-6 对应的曲线在最上方,因此,λ₂ 越小,对应的无因次压力越大,出

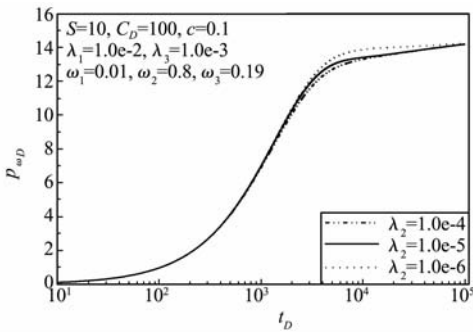


图 2 依赖于 λ₂ 压力与时间半对数图

Fig. 2 Effect of λ₂ on dimensionless pressure

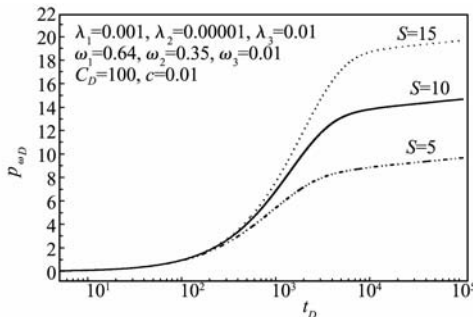


图 4 依赖于 S 时间与压力双对数图

Fig. 4 Effect of S on dimensionless pressure

现过渡段也越晚。

图 3 为改变基岩的弹性储容比 ω₁ 大小时的无因次压力响应曲线。由图可以看出,ω₁ = 0.001 对应的压力曲线最靠下,因此,随着基岩弹性储容比 ω₁ 的减小,第一条半对数直线和第二条半对数直线之间的距离就越大,同时第一条半对数直线在半对数曲线上变短且变高,这表明溶洞与基岩之间的窜流时间越长,并且晚期阶段曲线汇聚一点,对应的无因次压力趋于一致。

图 4 为改变介质的表皮系数 S 的大小,其他参数不变时的无因次压力双对数响应曲线。由于刚开始射孔时油井附近的地层渗透率发生变化,当原油从油层流入井筒时,在此区产生一个附加压降,开始阶段无因次压力不发生变化。但是,随着时间的增加,无因次压力开始增大,并且 S 越大,出现过渡段对应的无因次压力值就越大,晚期阶段曲线几乎平行。

图 5 为改变井筒储集系数 C_D 的大小,其他参数不发生变化的无因次压力双对数压力响应曲线。由于三重介质表面的测试井刚开或刚关时,地面产量与井底产量不相等,致使井产生井筒储集效应,因此,井筒储集系数 C_D 对无因次压力的影响只是在初始阶段,且在初始阶段 C_D 越大,同一时间所对应的无因次压力越小。

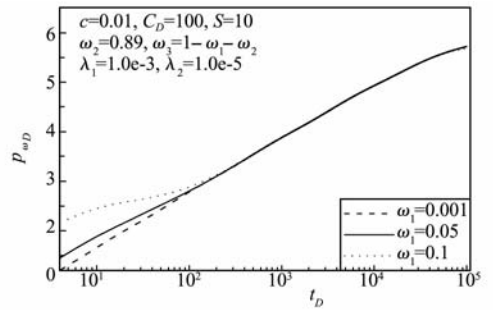


图 3 依赖于 ω₁ 压力与时间半对数图

Fig. 3 Effect of ω₁ on dimensionless pressure

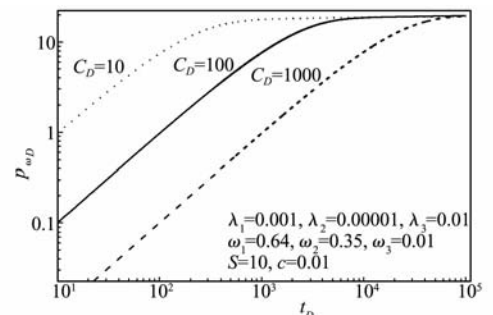


图 5 依赖于 C_D 压力与时间半对数图

Fig. 5 Effect of C_D on dimensionless pressure

4 结 论

本文讨论了三孔单渗模型,得出如下结论:

(1) 窜流系数 λ_2 决定窜流过渡段出现的时间迟早,在半对数压力响应曲线上, λ_2 越小,出现过渡段对应的无因次压力 p_{wd} 值就越大。

(2) 弹性储容比 ω_1 决定窜流过渡段出现的时间长短, ω_1 越小,出现过渡段的时间越早。

(3) 研究了井筒储集和表皮效应对压力响应曲线的影响。由于井筒储集和表皮效应的存在,在半对数响应曲线上,初始阶段会出现一个短时间的井筒缓冲(续流效应)。表皮系数 S 越大,出现过渡段对应的无因次压力 p_{wd} 值就越大,出现过渡段的时间越晚,晚期阶段曲线几乎平行;而 C_D 的影响只是在初始阶段,且在初始阶段 C_D 越大,同一时间所对应的无因次压力越小,晚期,曲线汇聚一点。

参考文献(References):

- [1] FINJORD J, ADANOY B S. Effects of the quadratic gradient term in steady-state and semisteady-statesolutions for reservoir pressure[J]. *SPE Formation Evaluation*, 1989, **4**(3):413-417.
- [2] JELMERT T A, VIK S A. Analytic solution to the non-linear diffusion equation for fluids of constant compressibility[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 1996, **14**(2):231-233.
- [3] 同登科,蔡朗朗,陈钦雷.考虑二次梯度项影响的双重介质流动分析[J]. *工程力学*, 2002, **19**(3):99-103. (TONG Deng-ke, CAI Lang-lang, CHEN Yin-lei. Flow analysis of fluid in double poros media including the effects of the quadratic-gradient term[J]. *Engineering*

Mechanics, 2002, **19**(3):99-103. (in Chinese))

- [4] 同登科,蔡朗朗.考虑二次梯度项影响的双渗模型的动态特征[J]. *计算物理*, 2002, **19**(2):177-182. (, 2002, **19**(2):177-182. (in Chinese))
- [5] CLOSMANN P J. The aquifer model for fissured reservoir[J]. *SPEJ*, 1975:385-398.
- [6] 吴玉树,葛家理.三重介质裂隙油藏中的渗流问题[J]. *力学学报*, 1983, **14**(1):81-84. (WU Yu-shu, GE Jia-li. Seepage problems in the triple medium fracturing reservoir[J]. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1983, **14**(1):81-84. (in Chinese))
- [7] 姚 军,戴卫华,王子胜.变井筒储存的三重介质油藏试井解释方法研究[J]. *石油大学学报(自然科学学报)*, 2005, **28**(1):46-51. (YAO Jun, DAI Wei-hua, WANG Zi-sheng. Well test interpretation method for triple medium reservoir with variable wellbore storage [J]. *Journal of the University of Petroleum (Edition of Natural Science)*, 2005, **28**(1):46-51. (in Chinese))
- [8] 刘曰武,刘慈群.一类三重介质油藏数学模型的建立及其在试井分析中的应用[J]. *油气井测试*, 1992, **1**(4):7-10. (LIU Yue-wu, LIU Ci-qun. The building of one type triple medium reservoir mathematical model and applications in the well test[J]. *Well Testing*, 1992, **1**(4):7-10. (in Chinese))
- [9] WANG Y, DUSSEAULT M B. The effect of quadratic gradient on the borehole solution in poroelastic media[J]. *Water Resource Research*, 1991, **27**(12):3215-3223.
- [10] BRAEUNING S, JELMERT T, SVEN A, et al. The effect of the quadratic gradient term on variable rate well-tests[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 1998, **21**(2):203-222.

Research on the numerical simulation of triple-porosity singular permeability model

TONG Deng-ke*, XUE Li-li, LIAN Pei-qing

(China University of Petroleum(East of China), Dongying 257061, China)

Abstract: In this paper, all terms in nonlinear partial differential equation are retained and the quadratic-gradient term is not neglected. Triple-porosity singular permeability model consisting of matrix, fractures and vugs is built. The difference schemes of triple porosity model are obtained by finite difference method in a constant rate production in an infinitely large system, finite closed system and constant-pressure production in an finite closed system. The numerical solutions of equations are obtained by Broyden method which is used to solve nonlinear partial differential equations. This paper discusses the changing rule of pressure when triple porosity parameters change, and the paper also considered the effects of skin and wellbore storage on the changing pressure curves. The plots of typical pressure curves are given.

Key words: triple-porosity singular permeability; nonlinearity; quadratic gradient term; finite difference; numerical simulation.